

И. П. НЕДЯЛКОВ

**О РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА
МЕТОДОМ ПОДБОРА ПРИ ПОМОЩИ СПОСОБА ДИСПЛЕЯ**

(Представлено академиком М. А. Садовским 17 II 1970)

В этой работе описывается способ решения обратной задачи теории потенциала в ее вариометрическом варианте. Суть способа состоит в том, что решение задается весьма приближенно (в нулевом приближении) и потом уточняется при помощи аналогового устройства, оснащенного дисплейной установкой. Для проверки этого метода была решена реальная задача (см. рис. 2). Решение отличалось высокой точностью, несмотря на то, что при его получении нет необходимости в специальной математической подготовке. Описываемый метод может найти применение в области рудной геофизики.

Существует много интересных исследований по обратной задаче теории потенциала, однако среди известных нам методов только два пригодны для практических применений — это аналитические методы Гранта (1) и Шалаева (2). Они разработаны для гравиметрического варианта обратной задачи потенциала, при помощи которого ищется форма поверхности S гравитирующего тела T с постоянной избыточной плотностью σ , если на некоторой поверхности S_0 (поверхность Земли) известны значения $\partial V / \partial z$ вертикального градиента потенциала V тела T .

Здесь мы рассмотрим эту проблему в несколько другом виде — двухмерный вариометрический вариант обратной задачи потенциала, при котором искомое S — контур поперечного сечения бесконечно длинного цилиндра с постоянной избыточной плотностью σ , а известное — значение горизонтального градиента силы тяжести $\partial^2 V / \partial x \partial z$ на линии S_0 , совпадающей с осью OX .

Различие в двух определениях состоит в том, что в первом случае в некотором интервале $[-a, b]$ (здесь и в дальнейшем будем предполагать, что $b > 0, a > 0$) задается $\partial V / \partial z|_{z=0}$, а во втором $\partial^2 V / \partial x \partial z|_{z=0}$.

На самом деле задача усложняется наличием посторонних возмущающих масс. Потенциал U этих масс плюс потенциал V тела T дают суммарный потенциал W

$$W = U + V. \quad (1)$$

Поэтому для переформулировки задачи необходимо, исходя из значений $\partial^2 W / \partial x \partial z|_{z=0} = f(x)$, $-a \leq x \leq b$, которые известны из измерений, найти функцию $\partial V / \partial z|_{z=0} = F(x)$, $-a \leq x \leq b$.

Как и в других гравиметрических исследованиях, элиминируем постороннее поле, исходя из предположения, что вклад возмущающих масс в аномалии равен некоторой константе α

$$\partial^2 U / \partial x \partial z|_{z=0} = \alpha, \quad -a \leq x \leq b. \quad (2)$$

Чтобы определить α , проинтегрируем (1) в интервале $[-a, b]$

$$I = \int_{-a}^b \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \Big|_{z=0} dx = \int_{-a}^b \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \Big|_{z=0} + \alpha \right] dx.$$

Если принять, что тело ограничено и что аппликата центра масс $z^* \ll a + b$, то с некоторым приближением имеем

$$\partial V / \partial z = kM / (z^{*2} + a^2) \text{ для } x = -a, z = 0;$$

$$\partial V / \partial z = kM / (z^{*2} + b^2) \text{ для } x = b, z = 0,$$

где M — масса тела в единице длины.

Используя эти формулы, получаем

$$\int_{-a}^b \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \Big|_{z=0} dx = \frac{kM}{z^{*2} + b^2} - \frac{kM}{z^{*2} + a^2}, \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{I}{a + b} + \frac{kM}{a + b} \left(\frac{1}{z^{*2} + a^2} - \frac{1}{z^{*2} + b^2} \right) \bullet$$

При помощи известных формул для определения M и z^* из аномальной кривой вычисляем α , а потом и функцию

$$g(x) = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \Big|_{z=0}, \quad -a \leq x \leq b.$$

Теперь можем определить значения функции $F(x)$ в интервале $-a \leq x \leq b$

$$F(x) = \frac{M}{z^{*2} + a^2} + \int_{-a}^x g(x) dx, \quad -a \leq x \leq b. \quad (4)$$

Тем самым обратная вариометрическая задача сводится к обратной гравиметрической задаче, которую рассмотрим ниже.

Решение двухмерной гравиметрической задачи получим при помощи специализированного аналогового вычислительного устройства, оснащенного дисплейной установкой (рис. 1). Одним из важных элементов этого устройства является двуслойная круглая электролитическая ванна I (3). Электрическое поле в ванне создается специальными питающими электродами.

Специфической особенностью устройства является конфигурация питающих электродов, совпадающая с контуром S^* моделируемого тела. Соответствующая этому контуру кривая F^* получается из потенциалов в ряде точек прямой S_0^* , которая имитирует поверхность земли S_0 .

При помощи электронного коммутатора 2 эти потенциалы подаются последовательно на экран осциллографа 3, где получается визуальное изображение F^* . На том же экране изображается визуально и аномалия F истинного тела. В случае совпадения S^* с контуром S истинного тела и F^* совпадало бы с F . Чтобы достичь этого, в устройстве используется принцип дисплея, суть которого в данном случае состоит в следующем. Человек-оператор 4 выбирает какое-нибудь нулевое приближение модельного контура S_0^* и на экране осциллографа 3 сравнивается соответствующая ему кривая F_0^* с истинной аномалией F . Из особенности несоответствия F_0^* и F он выбирает в ванне новый контур S_1^* , так, чтобы несоответствие между S_1^* и S уменьшилось. Этот процесс идет через последовательность модельных контуров $S_0^*, S_1^*, S_2^*, \dots$ и соответствующих модельных аномалий $F_0^*, F_1^*, F_2^*, \dots$, пока в ванне не получится контур S^* , аномалия F^* которого отличается в незначительной степени от аномалии истинного тела.

Для проверки описанного способа была решена задача интерпретации гравитационной аномалии хромитной рудной жилы, полученная из измерений с вариометром. Из градиентной кривой $f(x)$ (рис. 119 работы (4), где $f(x)$ — линия 1) при помощи (4) получена кривая $F(x)$, которая затем интерпретирована на модельном устройстве. Процесс отыскания последовательных приближений был остановлен тогда, когда стало невозможным дальнейшее уменьшение величины $\psi = \max |F^*(x) - F(x)| / F_{\max}(x)$,

$-a \leq x \leq b$, минимальное значение которой 0,042. Соответствующий контур S^* показан на рис. 2. Сравнение с истинным контуром S рудного тела показывает высокую точность описываемого метода. Более подробное исследование ошибок метода будет опубликовано в отдельной работе.

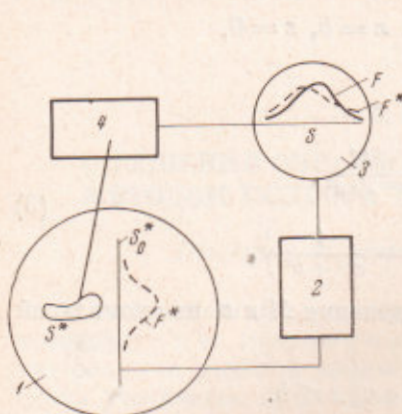


Рис. 1

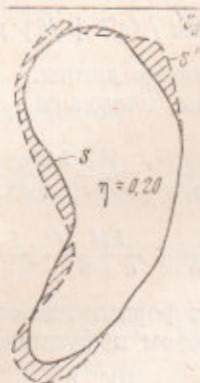


Рис. 2

Рис. 1. Схема аналогового устройства. 1 — электролитическая ванна; 2 — коммутатор; 3 — осциллограф; 4 — человек-оператор

Рис. 2. Результаты решения обратной задачи. S_0 — поверхность земли; S — контур рудного тела; S^* — контур модельного тела. Мера погрешности $\eta =$ заштрихованная площадь / площадь S

Процесс отыскания последовательных приближений ускоряется, если оператор использует некоторые правила интерпретации. Так например, поскольку задача некорректна, одно из правил состоит в том, чтобы искусственно подавлять осцилляции решения. Другое правило рекомендует выбрать начальное приближение как круг, радиус и центр которого определяются из сравнения крайних участков кривых F_0^* и F .

Идея описанного здесь устройства и

устройства из работы (5) дана в (6, 7). Технически эти устройства подобны, но по принципу работы они существенно различаются. В новом устройстве большую роль играет метод дисплея, и оно гораздо эффективнее старого, в котором задачи решаются при помощи жесткого алгоритма.

Если отвлечься от несущественных отличий, новое устройство идентично устройствам, описанным в работах (8-10).

Автор выражает благодарность Г. К. Войкову, который на практике проверил описанный метод.

Физический институт
Болгарской Академии наук
София, Болгария

Поступило
21 I 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ F. Grant, *Geophysics*, 17, 756 (1952). ² Г. Г. Кравцов, С. В. Шалаев, В. А. Дярюга, Сборн. трудов разведочной геофизики, 1968. ³ И. М. Тетельбаум, Электрическое моделирование, М., 1959. ⁴ В. В. Федьинский, Разведочная геофизика, 1967. ⁵ J. D. Nedelkov, G. Z. Stajnov et al., *C. R. Acad. Bulg. des Sci.*, 12, № 1 (1959). ⁶ И. П. Недялков, Докл. Болгарск. Акад. наук, 10, № 4 (1957). ⁷ J. P. Nedelkov, *Acta Geophysica Polonica*, VI/4 (1958). ⁸ G. Z. Stajnov, J. D. Nedelkov, *C. R. Acad. Bulg.*, 22, 2 (1969). ⁹ G. Z. Stajnov, J. D. Nedelkov et al., *ibid.*, 20, 8 (1967). ¹⁰ G. Z. Stajnov, J. D. Nedelkov, *ibid.*, 20, 7 (1967).