Доклады Академии наук СССР
1970. Том 193, № 4

УДК 531.2

МЕХАНИКА

Н. В. АХВЛЕДИАНИ

ПРЕДЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ АРМИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК НА ЖЕСТКО-ПЛАСТИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

(Представлено академиком Ю. Н. Работновым 23 IX 1969)

1. Рассмотрим армированную оболочку, для которой проекции двух горизонтальных сечений срединной поверхности представляют собой подобные m-угольники с вершинами $a, b, c, \ldots$ и $A, B, C, \ldots$ соответственно, причем

$$Oa\,/\,OA = Ob\,/\,OB = Oc\,/\,OC = \ldots, \qquad (1)$$

где O — точка внутри проекции оболочки (рис. 1).

При $m = \infty$ подобные многоугольники обращаются в подобные же криволинейные фигуры, а расчетные зависимости получаются из приведенных ниже предельным переходом.

Условия закрепления приняты в виде вертикальных и горизонтальных жестко-пластических опорных стерженьков, равномерно распределенных вдоль горизонтальных контуров, удовлетворяющих соотношениям (1). Жесткое закрепление рассматривается как частный случай жестко-пластического, в котором предельная величина реакции равна бесконечности.

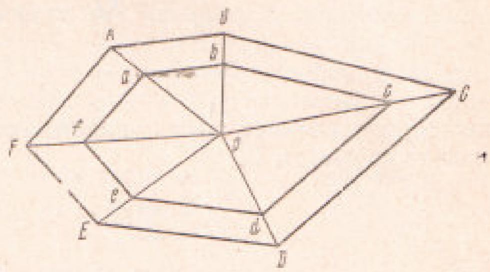

Рис. 1

Предполагается, что эпюры материалов и нагрузки подобны срединной поверхности, а схема излома в состоянии предельного равновесия представляет собой совокупность горизонтальных кусочно-линейных пластических шарниров, соединенных в углах сквозными трещинами.

Запишем уравнение виртуальных работ внешних и внутренних сил, причислив реакции жестко-пластического основания к числу внешних сил. Уровень расположения осей взаимного вращения звеньев будем выбирать, учитывая соображения, высказанные в работе [1].

Введем следующие обозначения: t — номер горизонтального ряда звеньев пластического механизма; s — номер звена в t-м ряду, отсчитываемый от общей для всех t начальной полуплоскости; w_{ti}', w_{ti}'', u_{ti}', u_{ti}'' — интенсивности вертикальных и горизонтальных компонент нагрузки и реакций жестко-пластического основания, равномерно распределенных вдоль контуров i-х горизонтальных сечений; δ_{ti}, τ_{ti}^s — соответствующие вертикальные и горизонтальные перемещения; $_{,t+1}$ — расстояние от точки O до вертикальной плоскости, содержащей ось части шарнира, разделяющей звенья (t, s) и $(t+1, s)$; h_{ti}^s — аналогичная величина для контура i-го сечения; $m_{t,\,t+1}$ — погонный момент в шарнире $(t, t+1)$; $\varphi_{t,t+1}$ — соответствующий угол перелома; φ_t^s — угол поворота в пространстве звена (t, s); Z_{ti} — проекция предельного усилия в стержне, пересекающем на i-м уровне плоскость угловой трещины, на нормаль к этой плоскости; d_{ti} — расстояние от плоскости i-го уровня до плоскости осей вращения звеньев соответствующего ряда; α^s, β^s — двугранные углы, показанные на рис. 2.

Из условия (1) следует

$$h^s_{ti}/h^0_{ti} = h^s_{t,t+1}/h^0_{t,t+1} = \varphi^0_t/\varphi^s_t = \tau^0_{ti}/\tau^s_{ti} = \lambda^s, \tag{2}$$

где λ^s — число, постоянное для каждого s.

Учитывая (2), запишем выражение для виртуальной работы погонных моментов в виде

$$A\sum^{t} m_{t,t+1}\, h^0_{t,t+1}\varphi^0_{t,t+1}, \tag{3}$$

где

$$A = \sum^{s}(\operatorname{tg}\alpha^s + \operatorname{tg}\beta^s). \tag{4}$$

Выражение для виртуальной работы в угловых трещинах получим, перемножая величины Z_{ti}, d_{ti} и сумму углов перелома в угловых трещинах. С учетом (2) получим:

$$B\sum^{t}\varphi^0_t\sum^{i} Z_{ti}d_{ti}, \tag{5}$$

где

$$B = \sum^{s}\frac{1}{\lambda^s}(\sin\alpha^s + \sin\beta^s). \tag{6}$$

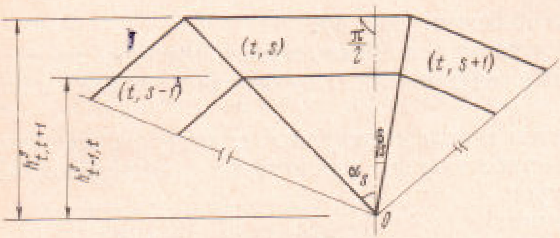

Рис. 2

Виртуальная работа внешних сил и реакций в пластически деформирующихся стерженьках жестко-пластического основания подсчитывается аналогично с учетом (2)

$$A\sum^{t}\sum^{i} h^0_{ti}\, u_{ti}\tau^0_{ti} + C\sum^{t}\sum^{i} h^0_{ti}\, w_{ti}\delta_{ti}, \tag{7}$$

где

$$u_{ti} = u'_{ti} + u''_{ti}, \quad w_{ti} = w'_{ti} + w''_{ti}; \tag{8}$$

$$C = \sum^{s}\lambda^s(\operatorname{tg}\alpha^s + \operatorname{tg}\beta^s). \tag{9}$$

Приравнивая сумму выражений (3) и (5) выражению (7) и деля все члены уравнения на A, получим уравнение виртуальных работ системы

$$\sum^{t}\sum^{i} h^0_{ti}u_{ti}\tau^0_{ti} + K_1\sum^{t}\sum^{i} h^0_{ti}w_{ti}\delta_{ti} = \sum^{t} m_{t,t+1}h^0_{t,t+1}\varphi^0_{t,t+1} + K_2\sum^{t}\varphi^0_t\sum^{i} Z_{ti}d_{ti}, \tag{10}$$

где $K_1 = C/A$; $K_2 = B/A$.

2. Учитывая, что

$$\varphi^0_t d_{ti} = \tau^0_{ti}, \tag{11}$$

можно записать алгебраическую сумму первого и последнего членов уравнения (2) в виде

$$\sum^{t}\sum^{i}(h^0_{ti}u_{ti} - K_2 Z_{ti})\,\tau^0_{ti}. \tag{12}$$

После такой подстановки выражение (2) можно интерпретировать как уравнение предельного равновесия некоторого плоского армированного элемента (арки) с предельными моментами $m_{t,t+1}\, h^0_{t,t+1}$, нагруженного вертикальными силами $K_1 w_{ti} h_{ti}{}^0$ и горизонтальными силами $h_{ti}{}^0 u_{ti} - K_2 Z_{ti}$, в состав которых входят реакции как действительного, так и некоторого фиктивного жестко-пластического основания.

Сведение пространственной задачи к плоской упрощает численное решение, в частности программы для ЭЦВМ, и позволяет использовать для пространственных задач двусторонние оценки несущей способности, предназначенные для плоских систем — арок ([2]).

3. При заданном очертании оси упомянутого выше расчетного плоского элемента (арки) всегда можно подобрать такую систему действующих на него сил (включая реакции жестко-пластического основания), для которой заданная ось являлась бы веревочной кривой. Выделим в (2) такие силы, отметив их звездочкой, и будем выбирать центры взаимного вращения звеньев на заданной геометрической оси. С учетом (3) получим:

$$\sum^{t}\sum^{i}(h^0_{ti}u^*_{ti} - K_2 Z^*_{ti})\,\tau^0_{ti} + K_1\sum^{t}\sum^{i} h^0_{ti} w^*_{ti}\delta_{ti} + \sum^{t}\sum^{i}(h^0_{ti}u_{ti} - K_2 Z_{ti})\,\tau^0_{ti} +$$
$$+ K_1\sum^{t}\sum^{i} h^0_{ti} w_{ti}\delta_{ti} = \sum^{t} m_{t,\,t+1} h^0_{t,\,t+1}\varphi^0_{t,\,t+1}. \qquad (13)$$

Поскольку силы, отмеченные звездочкой, представляют собой уравновешенную систему сил, действующих на данной шарнирно-стержневой многоугольник (безмоментное равновесие), сумма первых двух членов в (4) равна нулю. Следовательно, определяя предельные значения параметров остальных сил (находящихся в состоянии моментного равновесия), можно не учитывать компонентов, отмеченных звездочкой, и строить полное решение как сумму частных решений, полученных для безмоментного и моментного равновесных состояний. Такое наложение решений можно трактовать как ограниченное применение принципа суперпозиции в теории предельного равновесия армированных оболочек.

Институт строительной механики и сейсмостойкости
Академии наук ГрузССР
Тбилиси

Поступило
17 IX 1969

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. В. Ахвледиани, Сборн. материалов международн. конф. по механике сплошной среды, Варна, 1966. [2] Н. В. Ахвледиани, Строит. мех. и расчет сооружений, № 2 (1960).