

А. С. КЕЛЬЗОН, В. И. ЯКОВЛЕВ

**ПЕРЕХОД ЧЕРЕЗ ЗОНУ АВТОКОЛЕБАНИЙ ЖЕСТКОГО РОТОРА,
ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ**

(Представлено академиком В. В. Новожиловым 26 I 1970)

Автоколебания ротора возникают в результате потери устойчивости равновесного положения шипа в подшипнике скольжения. До сих пор основным направлением в улучшении динамики таких валов были меры для сдвига границы потери устойчивости в сторону большей угловой скорости. Для этого ⁽¹⁾ в теории определяли границу устойчивости нагруженного ротора, исходя из линеаризованной системы дифференциальных уравнений движения вала в вариациях, и изменяли параметры ротора и подшипника с целью расширить зону устойчивости. На практике для этого применяют виброустойчивые подшипники скольжения, улучшающие гидродинамику трения масла путем отказа от цилиндрического сечения подшипника.

Помимо технологических трудностей при изготовлении таких подшипников, указанный путь позволяет лишь несколько сдвинуть границу возникновения автоколебаний, перейти которую при дальнейшем увеличении скорости, как правило, невозможно ввиду высокого уровня и широты зоны автоколебаний. Кроме того, этим путем нельзя устранить возникновение вынужденных колебаний большой амплитуды, вызванных неуравновешенностью вала.

Поэтому в настоящее время разрабатывается другое направление ⁽²⁾. Исследуют автоколебания ротора после потери устойчивости равновесного состояния, что можно осуществить только из рассмотрения нелинейной системы дифференциальных уравнений движения, и определяют пути сужения зоны и снижения уровня автоколебаний, позволяющие обеспечить легкий переход через опасную зону. В отличие от ⁽²⁾, где для этого применяются особые подшипники сложной формы, в настоящей работе для этой цели применены упругие опоры, позволяющие одновременно снизить уровень вынужденных колебаний и реакции между ротором и подшипником ^(3, 4).

1. Уравнения движения симметричного жесткого ротора в упругих подшипниках скольжения имеют вид (рис. 1):

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + \beta_1 \dot{x}_1 + cx_1 - P_e \cos \varphi - P_\varphi \sin \varphi &= m_1 g, \\ m_1 \ddot{y}_1 + \beta_1 \dot{y}_1 + cy_1 - P_e \sin \varphi + P_\varphi \cos \varphi &= 0, \\ m \ddot{x}_2 + \beta \dot{x}_2 + P_e \cos \varphi + P_\varphi \sin \varphi &= \epsilon \omega^2 \cos \omega t + mg, \\ m \ddot{y}_2 + \beta \dot{y}_2 + P_e \sin \varphi - P_\varphi \cos \varphi &= \epsilon \omega^2 \sin \omega t, \end{aligned} \quad (1)$$

$$x_2 - x_1 = e \cos \varphi, \quad y_2 - y_1 = e \sin \varphi,$$

$$\dot{e} = [(x_2 - x_1)(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + (y_2 - y_1)(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)] / e,$$

$$\dot{\varphi} = [(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)(x_2 - x_1) - (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)(y_2 - y_1)] / e^2,$$

где m — масса ротора; m_1 — масса обеих опор; e — расстояние между центрами ротора и опоры; c — эквивалентная жесткость опор; ϵ — дисбаланс ротора; x_1, y_1 — координаты центра упругой опоры, x_2, y_2 — центра ротора, x_3, y_3 — центра масс ротора; φ — полярный угол; β — коэффициент внешнего демпфирования ротора; β_1 — то же опор.

Составляющие реакции смазочного слоя ⁽⁵⁾

$$\begin{aligned} P_e &= 12\mu L \frac{r^3}{\delta^3} [(\omega - 2\dot{\varphi}) F_1(\chi) + 2\dot{\chi} F_2(\chi)], \\ P_\varphi &= 12\mu L \frac{r^3}{\delta^3} [(\omega - 2\dot{\varphi}) F_3(\chi) + 2\dot{\chi} F_4(\chi)], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\delta = R - r$ — радиальный зазор; $\chi = e / \delta$ — относительный зазор подшипника; r, L — радиус и длина подшипника; μ — коэффициент динамической вязкости.

$$\begin{aligned} F_1(\chi) &= 2\chi^2 / (2 + \chi^2)(1 - \chi^2); & F_2(\chi) &= \pi\chi / (2 + \chi^2)(1 - \chi^2)^{1/2}; \\ F_3(\chi) &= \frac{1}{(1 - \chi^2)^{3/2}} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{8}{\pi(2 + \chi^2)} \right]; & F_4(\chi) &= \frac{2\chi}{(2 + \chi^2)(1 - \chi^2)}. \end{aligned} \quad (3)$$

2. Автоколебания рассмотрим, полагая ротор вертикальным и уравновешенным, упругие опоры безынерционными и без демпфирования ($\epsilon = 0$;

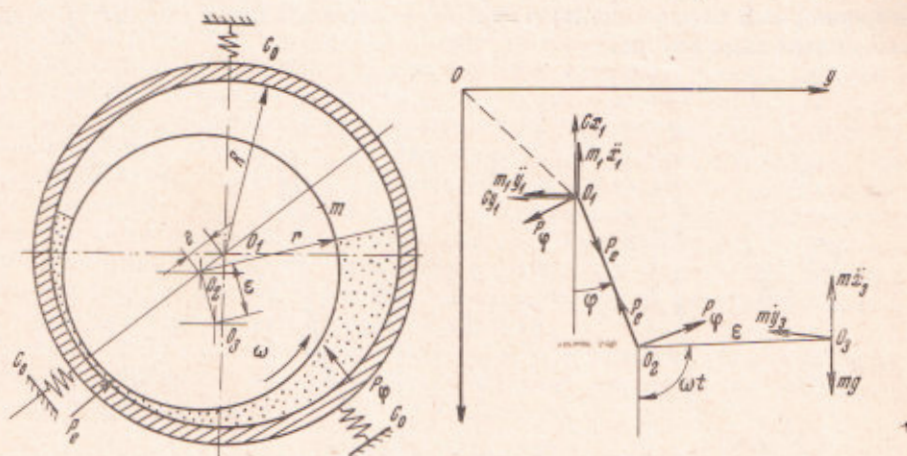


Рис. 1. Расчетная схема ротора, вращающегося в упругих подшипниках скольжения

$\beta_1 = 0; m_1 = 0$). Заметим, что переход через зону автоколебаний для вертикального ротора особо актуален, так как по сравнению с нагруженным (горизонтальным) ротором зона автоколебаний и уровень вибрации у него всегда выше.

Вводя комплексные числа $\bar{z}_1 = x_1 + iy_1; \bar{z}_2 = x_2 + iy_2; \bar{e} = e(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, представим первые четыре уравнения системы (1) в виде

$$\ddot{\bar{z}}_2 + \gamma \dot{\bar{z}}_2 + \omega_0^2 (\bar{z}_2 - \bar{e}) = 0, \quad c(\bar{r}_2 - \bar{e}) = (P_e - iP_\varphi) e^{i\varphi}, \quad (4)$$

где $\gamma = \beta / m, \omega_0^2 = c / m$ — квадрат собственной частоты ротора, установленного в упругие опоры без учета податливости масляного слоя.

Среди решений уравнений (4) будем отыскивать, следуя ^(2, 6), определенный класс, соответствующий установившейся асинхронной прецессии, т. е. круговому движению оси вала с постоянными амплитудами и угловой скоростью Ω , не совпадающей со скоростью вращения ω . Для вертикального ротора такое предположение в силу круговой симметрии является естественным и соответствует опыту ⁽²⁾. Предположим далее, что в первоначальный момент времени вектор \bar{z}_2 совпадал с осью x ; тогда с учетом угла α между векторами \bar{z}_2 и \bar{e} решение системы (4) следует отыскивать в виде

$$\bar{z}_2 = A e^{i\Omega t}; \quad \bar{e} = \delta \chi e^{i(\Omega t + \alpha)}, \quad (5)$$

где A — амплитуда колебаний центра масс ротора.

Значения радиальной и касательной составляющих сил смазочного слоя с учетом сделанного предположения примут вид

$$P_e = 12\mu L \frac{r^3}{\delta^3} (\omega - 2\Omega) F_1(\chi); \quad P_r = 12\mu L \frac{r^3}{\delta^3} (\omega - 2\Omega) F_3(\chi). \quad (6)$$

Подставляя далее (5) в уравнение (4) с учетом (6), получаем систему нелинейных уравнений, позволяющих найти связь между амплитудой автоколебаний и частотой:

$$\begin{aligned} [1 - (\Omega/\omega_0)^2] \rho &= \chi \cos \alpha, \\ D \frac{\Omega}{\omega_0} \rho &= \chi \sin \alpha, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\rho \sin \alpha = 3k(\omega/\omega_0 - 2\Omega/\omega_0) F_1(\chi),$$

$$\rho \cos \alpha + \chi + 3k(\omega/\omega_0 - 2\Omega/\omega_0) F_3(\chi),$$

где $k = 4\mu L r^3 / \omega_0 m \delta^3$ — характеристическая постоянная; $D = \gamma / \omega_0$ — безразмерный коэффициент; $\rho = A / \delta$ — относительная амплитуда колебаний центра масс ротора.

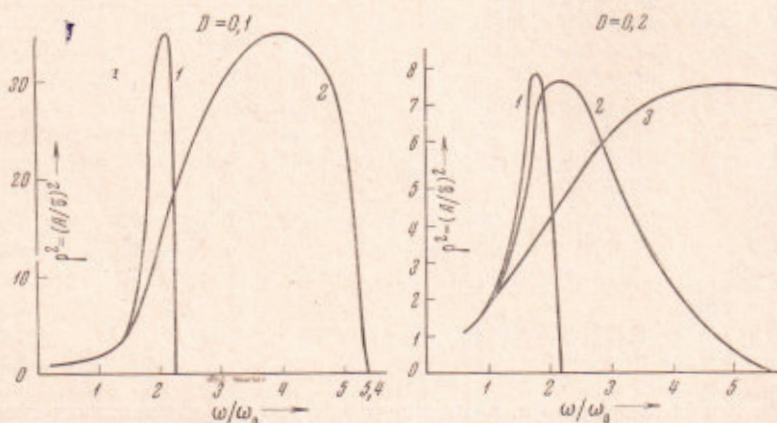


Рис. 2. Зависимость амплитуд и ширины зоны автоколебаний ротора от угловой скорости вращения при $D = 0,1$ и $D = 0,2$ для $k = 5$ (1), $0,5$ (2) и $0,05$ (3)

Исключая α из первых двух уравнений системы (7), найдем зависимость амплитуды колебаний ротора ρ от эксцентриситета χ и относительной частоты асинхронной прецессии Ω / ω_0 :

$$\begin{aligned} \rho^2 &= \frac{\chi^2}{[1 - (\Omega/\omega_0)^2]^2 + D^2 (\Omega/\omega_0)^2}; \\ \frac{\chi}{6kF_1(\chi)} \left[\frac{1 - \Omega^2/\omega_0^2}{[(1 - (\Omega/\omega_0)^2)^2 + D^2 (\Omega/\omega_0)^2]} - 1 \right] &= \frac{\omega}{2\omega_0} - \frac{\Omega}{\omega_0}; \quad (8) \\ \frac{\chi}{6kF_3(\chi)} \frac{D\Omega/\omega_0}{[(1 - \Omega^2/\omega_0^2)^2 + D^2 (\Omega/\omega_0)^2]} &= \frac{\omega}{2\omega_0} - \frac{\Omega}{\omega_0}. \end{aligned}$$

Решение системы (8) проводилось графически для 3 различных значений характеристических постоянных $k = 5; 0,5; 0,05$ при двух значениях относительного коэффициента $D = 0,1; 0,2$. На рис. 2 построены графики зависимости амплитуд автоколебаний от угловой скорости вращения. Из этих графиков видно, что характеристическая постоянная k сильно влияет на форму кривых $\rho = f(\omega/\omega_0)$. При малых значениях характеристических постоянных k интервал, внутри которого существуют автоколебания, настолько широк, что практически невозможно определить верхний предел их существования, а следовательно, и перейти его. С увеличением k диапазон существования автоколебаний сужается, и для достаточно больших

значений k график трансформируется в кривую, напоминающую резонансную кривую. При больших значениях k интервал существования автоколебаний настолько мал, что можно не только найти верхний предел их существования, но и перейти его.

Амплитуда автоколебаний резко уменьшается с увеличением коэффициента D . Одновременно сужается область автоколебаний. Из кривых следует, что максимум амплитуды при фиксированном значении коэффициента D для различных величин k остается постоянным.

Автоколебания ротора существенно зависят от характеристических постоянных системы k и D . Рассмотрим значения этих коэффициентов и проанализируем их изменение с изменением жесткости упругих опор роторов. Подставляя значение собственной частоты колебаний ротора $\omega_0^2 = c/m$ в выражение для k и D , получим:

$$k = 4\mu Lr^3/\sqrt{c}\sqrt{m}\delta^3; \quad D = \gamma\sqrt{m}/\sqrt{c}. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что при уменьшении жесткости упругих опор c при неизменных остальных параметрах ротора и подшипника характеристическая постоянная k увеличивается, а следовательно, интервал существования автоколебаний становится узким, и можно не только определить верхний предел их существования, но и перейти его, как переходят критические скорости ротора. Из выражений (9) следует далее, что при уменьшении жесткости опор c при неизменных остальных параметрах системы относительный коэффициент D увеличивается и, следовательно, амплитуда автоколебаний резко уменьшается. Таким образом, установка ротора в упругие опоры при надлежащем выборе их жесткости позволяет обеспечить переход ротора через зону автоколебаний, за которой возможна работа ротора с малыми амплитудами вибраций.

Верхний предел жесткости упругих опор, при котором возможна работа ротора за границей автоколебаний с малыми амплитудами вибрации, определяется формулой

$$c_* \leq 16\mu^2 L^2 r^6 / k^2 m \delta^6. \quad (10)$$

Заметим, что замена податливости опор податливостью вала, как правило, невозможна ввиду прочностных требований к валу, необходимости обеспечения нормального теплового режима работы подшипника и опасности появления кромочного давления близ торцевых участков вкладыша.

Ленинградское высшее инженерное морское училище
им. адмирала С. О. Макарова

Поступило
21 I 1970

4

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Э. Л. Позняк, Сборн. Колебания валов на масляной пленке, «Наука», 1968.
² A. Tondl, Some Problems of Rotor Dynamics, Prague, 1965. ³ А. С. Кельзон, ДАН, 110, № 1 (1956). ⁴ А. С. Кельзон, З. В. Троицкая, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 3 (1963). ⁵ М. В. Коровчинский, Сборн. Трение и износ в машинах, в. XI, XII. Изд. АН СССР, 1958. ⁶ В. В. Болотин, Сборн. Проблемы прочности в машиностроении, в. 1, Изд. АН СССР, 1958.