

С. В. ПШЕНАЯ-СЕВЕРИН

МОДЕЛЬ НАКАПЛИВАНИЯ И ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ В АТМОСФЕРНОМ СЛОЕ

(Представлено академиком Е. К. Федоровым 28 VII 1969)

Рассмотрим атмосферный слой над подстилающей поверхностью, в котором интенсивность распространения тепла контролируется механизмом свободной конвекции. Учтем взаимозависимость температурной стратификации среды и интенсивности конвективных токов. Конвективные токи



Рис. 1. Образование термика в слое анилина, подогреваемого снизу, а, б — слой в период накопления тепла; в, г — образование — термика при конвективной разрядке

заблокированы до тех пор, пока средний температурный градиент  $\gamma$  в слое толщины  $H$  меньше некоторой величины  $\gamma^*$ , при которой достигается критическое значение числа Рэля  $Ra \sim \gamma H^3$ . В этот период тепло от подстилающей поверхности распространяется путем теплопроводности с некоторым эффективным коэффициентом  $\lambda$ , происходит рост температурного градиента и накопление тепловой энергии в слое. При  $\gamma \geq \gamma^*$  блокировка снимается и возникают конвективные токи; эффективная теплопроводность слоя мгновенно возрастает, происходит разрядка тепловой энергии слоя. Так как в процессе конвекции перенос тепла осуществляется движущимися массами жидкости, то при этом проявляются силы инерции и конвективная разрядка будет продолжаться некоторое время после падения градиента ниже значения  $\gamma^*$ . Периодическое выравнивание температуры в слое воздуха действительно наблюдалось А. А. Скворцовым (1).

Процессы постепенного накопления тепла в слое и его бурной конвективной разрядки наблюдаются на лабораторной модели, состоящей из слоя анилина, покрытого водой (2). Проводимое снизу тепло блокируется слоем анилина и накапливается в нем до определенного предела (рис. 1а, б), после чего наступает конвективная разрядка и выброс вверх анилинового термика (рис. 1в, г). Периодическое разрушение и восстановление конвективных ярусов в атмосфере наблюдал и фотографически зафиксировал Скворцов (1).

Таким образом, задача сводится к рассмотрению системы теплообмена с конвективной блокировкой. Математическая модель такой системы может быть построена на основе уравнения теплопроводности  $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ k(z, t) \frac{\partial T}{\partial z} \right]$ , если учесть характер изменения эффективного коэффициента теплопроводности  $k(z, t)$  при смене периода накопления периодом разрядки

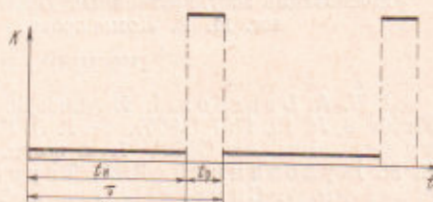


Рис. 2. Схема изменения коэффициента температуропроводности.  $\tau$  — период автоколебаний,  $t_p$  — время накопления,  $t_p$  — время разрядки

(рис. 2). Благодаря этому открывается возможность отдельного рассмотрения этих периодов. Подобная методика применяется в случае фрикционных автоколебаний<sup>(3, 4)</sup>. При этом существует тот факт, что для каждого из рассматриваемых периодов приходится иметь дело с линейным уравнением. Нелинейный фактор как бы переключает систему с одного линейного режима на другой. Применение известных решений уравнения теплопроводности<sup>(5)</sup> дает в нашем случае простые соотношения, характеризующие периоды накопления и разрядки тепловой энергии в приземном слое.

**Период накопления.** Рассмотрим полубезграничную изотермическую в начальный момент среду при постоянном притоке тепла  $f_0$  от подстилающей поверхности  $z=0$ . Поток тепла на уровне  $z$

$$f(z, t) = f_0 \operatorname{erfc} \tilde{z}, \quad \text{где } \tilde{z} = z/h, \\ h = 2\sqrt{\chi t}; \quad \operatorname{erfc} \tilde{z} = 1 - \operatorname{erf} \tilde{z};$$

$\chi$  — коэффициент эффективной теплопроводности. Отклонение  $T(z, t)$  от начальной температуры  $T_0$  изотермического слоя определяется формулой:

$$T(z, t) = T_0 [\exp(-\tilde{z}^2) - \sqrt{\pi} \tilde{z} \operatorname{erfc} \tilde{z}], \quad (1)$$

где  $T_0 = T(0, t) = \pi^{-1/2} \varphi_0 h$  — отклонение поверхностной температуры;  $\varphi_0 = f_0 / \lambda$ , причем  $\lambda$  — эффективная теплопроводность воздуха до возникновения конвекции.

На рис. 3 приведены температурные кривые 1, 2, 3, рассчитанные для последовательных моментов времени  $t = t_n/25, t_n/4, t_n$ , где  $t_n$  — время накопления, т. е. промежуток времени до момента возникновения конвективных движений в слое. С ростом  $t$  увеличивается  $T_0$  и становится круче участок кривой  $T(z, t)$  в слое некоторой заданной толщины  $H$ . О росте градиента  $\gamma$  температуры на каждой высоте  $z$ , со временем можно заключить на основе выражения  $[\gamma(z, t) / \varphi_0]_{z=0} = \operatorname{erfc} \tilde{z}$ . При определенном значении  $\gamma^* \sim T_0^* / H$  слой теряет устойчивость, и период накопления сменяется периодом разрядки. Следовательно, время накопления  $t_n$  можно определить из условия

$$\pi^{-1/2} \varphi_0 2\sqrt{\chi t_n} = T_0^*.$$

**Период разрядки.** Аппроксимируем распределение  $T(z, t_n)$ , которое на данном этапе выступает в качестве начального, какой-нибудь простой функцией, например, линейной  $T(z, 0) = T_0^* - \gamma^* z$ , где  $T_0^* = T(0, t_n)$  и  $\gamma^* = T_0^* / H$ . Если пренебречь притоком тепла через нижнюю границу слоя, т. е. положить  $(\partial T / \partial z) = 0$ , при  $z=0$ , и принять момент  $t_n$  за начальный, то  $T(z, t)$  в процессе разрядки определяется формулой

$$T(z, t) / T_0^* = 1/2 \left\{ [\operatorname{erf}(\tilde{h} + \tilde{z}) + \operatorname{erf}(\tilde{h} - \tilde{z})] + \frac{\tilde{z}}{\tilde{h}} [\operatorname{erf}(\tilde{h} + \tilde{z}) - \operatorname{erf}(\tilde{h} - \tilde{z}) - 2 \operatorname{erf} \tilde{z}] + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\tilde{h}} \{ \exp[-(h^2 + \tilde{z}^2)] + \exp[-(\tilde{h}^2 - \tilde{z}^2)] - 2 \exp(-\tilde{z}^2) \} \right\}, \quad (2)$$

где  $\tilde{h} = H / 2\sqrt{\chi t}$ ,  $\tilde{z} = z / 2\sqrt{\chi t}$ .

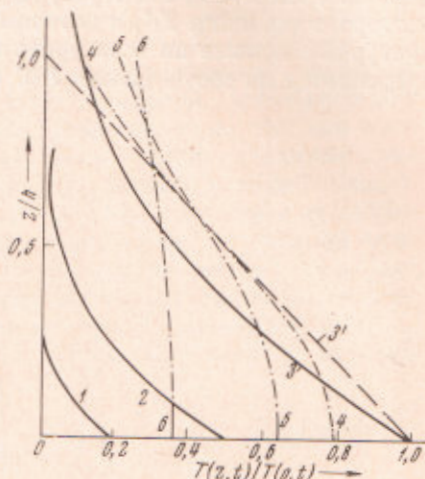


Рис. 3. Изменение температурной стратификации слоя. 1, 2, 3 — распределение температуры в процессе накопления тепла для последовательных моментов времени  $t = t_n/25, t_n/4$  и  $t_n$  соответственно ( $t_n$  — момент нарушения конвективной устойчивости слоя); 3' аппроксимирует кривую 3, относящуюся к моменту  $t_n$ ; кривые 4, 5, 6 дают распределение температуры при разрядке для последовательных моментов времени  $t = 0,1 t_p, 0,2 t_p$  и  $t_p$  соответственно ( $t_p$  — время разрядки слоя)

Для поверхностной температуры имеем

$$T(0, t) = T_0^* \{ \operatorname{erf} \tilde{h} - (\sqrt{\pi \tilde{h}})^{-1} [1 - \exp(-h^2)] \}.$$

Кривые, характеризующие процесс тепловой разрядки слоя, приведены на рис. 3 (4, 5, 6). Изменение среднего градиента в слое представлено схематически кривой 2 на рис. 4. Времена накопления  $t_n$  и разрядки  $t_p$  определяются по формулам для поверхностной температуры  $T(0, t)$ . Время накопления  $t_n = \pi (T_0^*)^2 / 4\varphi_0^2 \kappa$ . Если ввести в рассмотрение  $\gamma^* = T_0^* / H$ , то формулу для  $t_n$  можно переписать в виде  $4\kappa t_n / H^2 = \pi (\gamma^*)^2 / \varphi_0^2$ . Отклонение поверхностной температуры  $T_0^*$  релаксирует в процессе разрядки до некоторого значения  $T_1^*$ , к которому асимптотически приближаются температурные кривые на всех уровнях в  $H$ -слое. Поэтому время разрядки  $t_p$  определяется из соотношения  $T(0, t_p) / T_0^* = T_1^* / T_0^* = \delta < 1$ . При боль-

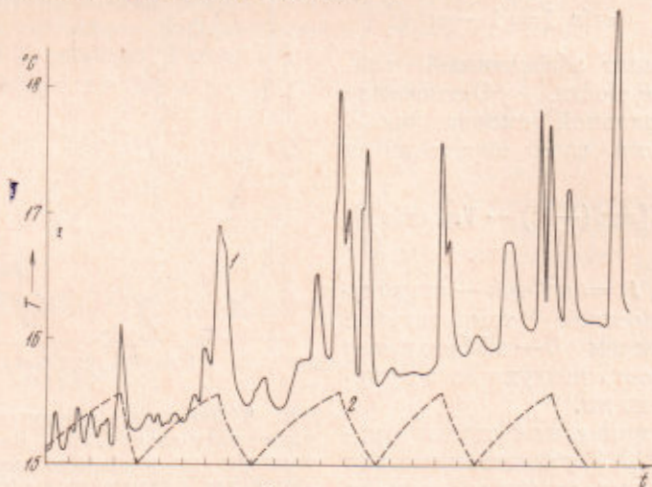


Рис. 4. 1 — запись хода температуры на некотором уровне в слое жидкости при нагревании его снизу; одно деление по оси  $t$  равно 10 сек; 2 — схема изменения среднего градиента температуры в слое

ших значениях  $Kt$  искомое отношение характерных времен равно

$$\frac{t_n}{t_p} \cong \left[ \frac{\pi}{\sqrt{\pi} - 1} \right]^2 \frac{(\gamma^*)^2 \delta^2 K}{\varphi_0^2 \kappa}.$$

Т. е. характер процесса определяется отношением коэффициентов температуропроводности  $K/\kappa$  в периоды накопления и разрядки. При больших значениях  $K/\kappa$  ярко выражена прерывистость процесса: короткие бурные периоды разрядки разделены продолжительными интервалами накопления.

Рассмотренный атмосферный слой с конвективной блокировкой является автоколебательной системой, которая из постоянного источника энергии периодически черпает известные порции энергии, т. е. за счет неперiodического источника создает периодический процесс. Температурные колебания возникают как результат действия отрицательной обратной связи между температурной стратификацией и конвективными токами в атмосферном слое.

В качестве иллюстрации температурных автоколебаний приведем запись, зафиксированные в лабораторной модели. На рис. 4 приведена кривая хода температуры на уровне  $\sim 0,7$  см от дна сосуда с водой при подогреве снизу. Дно сосуда — металлическое, стенки сделаны из плексиглаза. Датчиком служил чувствительный малоинерционный термистр, запись производилась с помощью электронного автоматического самопишущего потен-

циметра ЭПП-09 мз. Характерной особенностью кривой является регулярность температурных всплесков, чередование продолжительных периодов повышения температуры и коротких периодов ее спада.

Процессы формирования и распада конвективных ярусов в атмосфере, конечно, гораздо сложнее, чем описанная схема. В атмосфере имеет место не один, а система взаимодействующих ярусов. Формирование вышележащего яруса происходит путем разбухания нижнего. В процессе разрядки слоя эффективная температуропроводность является функцией  $z$  и  $t$ . Необходимо, конечно, учесть ветра, турбулентности. Однако схема позволяет рассмотреть с новой точки зрения процессы тепло- и массо-обмена в атмосферных слоях. Эти процессы могут быть прерывистыми, колебательными. При этом удастся лучше понять некоторые парадоксальные со «стационарной» точки зрения явления в атмосфере. Так, дискуссионным является вопрос о «равновесном» градиенте (<sup>6</sup>). С нестационарной колебательной точки зрения удобнее обсуждать этот вопрос. Действительно, так как происходят колебания градиента, то измерения дают средние значения градиента, которые ниже критического. Но при определении условий конвективной неустойчивости надо использовать не среднее, а истинное значение критического градиента. Заметим также, что чередование во времени процессов накапливания и разрядки делает конвективную систему самоподдерживающейся. Расход энергии в ней за период конвективных токов восстанавливается за последующий рефрактерный период (период покоя).

Выражаю благодарность Б. И. Липатову и В. Н. Краснову за помощь в проведении экспериментальных работ.

Институт прикладной геофизики  
Москва

Поступило  
18 VI 1969

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. А. Скворцов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6 (1951). <sup>2</sup> С. В. Пшеная-Северин, ДАН, 185, № 1 (1969). <sup>3</sup> Я. Г. Пановко, Основы прикладной теории упругих колебаний, М., 1967. <sup>4</sup> С. В. Пшеная-Северин, Сборн. Физические основания поисков методов прогноза землетрясений, «Наука», 1970. <sup>5</sup> А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Уравнения математической физики, М., 1966. <sup>6</sup> Физика атмосферы и океана, 3, № 7, 782—799 (1967).