

ботке оптимальных схем лазеров, излучающих в режиме серии регулярных импульсов без управляемых извне модулирующих устройств.

### Литература:

1. Kaplan, A.E. Nanoscale stratification of optical excitation in self-interacting one-dimensional arrays / A.E. Kaplan, S.N. Volkov // Phys. Rev. – 2009. – Vol. A79. – P. 053834-1–053834-16.
2. Захаров, С.М. Взаимодействие УКИ света с тонкопленочными резонаторными структурами / С.М. Захаров // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 114. – С. 1578–1594.
3. Рупасов, В.И. О граничных задачах в нелинейной оптике резонансных сред / В.И. Рупасов, В.И. Юдсон // Квант. электрон. – 1982. – Т. 9, № 11. – С. 2179–2186.
4. Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots / P. Borri [et al.] // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – P. 081306–(1-4).
5. Yurevich, V.A. Resonant reflection by active thin layer / V.A. Yurevich, E.V. Timoschenko, Yu.V. Yurevich // Журн. прикл. спектр. – 2016. – Т. 83, вып. 6–16. – С. 307–308.

УДК 530.182

**А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай, А.А. Шамына**  
(Гомель, Беларусь)

## ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ-СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ В ТОНКОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

*В приближении Рэлея-Ганса-Дебая получено аналитическое решение задачи о нелинейной генерации второго порядка двумя когерентными плоскими эллиптически поляризованными электромагнитными волнами одинаковой частоты в тонком слое на поверхности диэлектрической частицы цилиндрической формы, покрытой тонким слоем, обладающим нелинейными оптическими свойствами.*

**Ключевые слова:** генерация второй гармоники, генерация суммарной частоты, два когерентных источника одинаковой частоты, цилиндрическая частица, нелинейное приближение Рэлея-Ганса-Дебая.

*In the Rayleigh-Gans-Debye approximation, we have solved the problem of the second-order nonlinear generation by two coherent plane elliptically polarized electromagnetic waves with the same frequency in a thin layer on the surface of a dielectric particle of a cylindrical shape that is coated by a thin layer possessing nonlinear optical properties.*

**Keywords:** second-harmonic generation, sum-frequency generation, two coherent sources with the same frequency, cylindrical particle, nonlinear Rayleigh-Gans-Debye approximation.

К основным нелинейным оптическим эффектам, используемым для исследования поверхностей диэлектрических нано- и микрочастиц, относят генерацию второй гармоники (ГВГ) [1; 2] и генерацию суммарной частоты (ГСЧ) [3; 4], для которых довольно хорошо разработаны теоретические модели. Мы предлагаем рассмотреть нелинейную генерацию от двух когерентных источников одинаковой частоты, это явление будем называть генерацией второй гармоники-суммарной частоты (ГВГ-СЧ).

Нахождение генерируемых полей будем производить в рамках нелинейной модели Рэлея-Ганса-Дебая, при этом ГВГ-СЧ обусловлена нелинейным слагаемым второго порядка вектора поляризации среды:

$$P_i^{(2)} = c_{ijk}^{(2)} (\mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)})_j (\mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)})_k = c_{ijk}^{(2)} \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_j^{(\alpha)} E_k^{(\beta)}, \quad (1)$$

где  $c_{ijk}^{(2)}$  – тензор нелинейной диэлектрической восприимчивости второго порядка, поле первой гармоники представляется в виде суперпозиции полей источников  $\mathbf{E}^{(1)}$  и  $\mathbf{E}^{(2)}$ ,  $E_j^{(\alpha)}$ ,  $E_k^{(\beta)}$  – их компоненты, индексы  $\alpha$  и  $\beta$  здесь и далее показывают принадлежность величины к соответствующему источнику и принимают значения 1 или 2, при этом подразумевается правило суммирования по двум повторяющимся латинским индексам.

Электрические поля источников зададим в виде плоских волн:

$$\mathbf{E}^{(\alpha)}(\mathbf{x}, t) = E_\alpha \mathbf{e}^{(\alpha)} \exp(i\mathbf{k}^{(\alpha)} \mathbf{x} - i\omega t), \quad (2)$$

где  $E_\alpha$  – комплексная амплитуда волны,  $\mathbf{e}^{(\alpha)}$  – единичный комплексный вектор поляризации,  $\mathbf{k}^{(\alpha)}$  – волновой вектор (рисунок),  $\omega$  – циклическая частота.

Тензор  $c_{ijk}^{(2)}$  для данной задачи имеет четыре независимые компоненты  $C_{1-4}^{(2)}$ , входящие в него в следующем виде:

$$c_{ijk}^{(2)} = c_1^{(2)} n_i n_j n_k + c_2^{(2)} n_i \delta_{jk} + c_3^{(2)} (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij}) + c_4^{(2)} n_m (n_k \varepsilon_{ijm} - n_j \varepsilon_{imk}), \quad (3)$$

где  $n_i$  – компоненты вектора нормали  $\mathbf{n}$  к поверхности (рисунок),  $\delta_{ij}$  – дельта-символ Кронекера,  $\varepsilon_{ijk}$  – символ Леви-Чивита.

Проводя рассуждения аналогично работе [3], напряженность электрического поля ГВГ-СЧ от слоя произвольной формы в дальней зоне можно получить в виде

$$\mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) \approx k_{2\omega}^2 \frac{\exp(i\mathbf{k}_{2\omega} \mathbf{r})}{\hat{\mathbf{a}}_{2\omega} \mathbf{r}} (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \int_V \exp(-i\mathbf{k}^{(2\omega)} \mathbf{x}') \mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}'. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{k}^{(2\omega)} = k_{2\omega} \mathbf{e}_r$ ,  $k_{2\omega} = \sqrt{\varepsilon_{2\omega} \mu_{2\omega}} 2\omega / c$  – волновой вектор генерируемого поля и его модуль,  $\varepsilon_{2\omega}$ ,  $\mu_{2\omega}$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости на частоте  $2\omega$ , символ  $\otimes$  означает тензорное произведение векторов. Инте-

гирование производится по объему  $V$ , занятому веществом с нелинейными оптическими свойствами (по нелинейному слою).

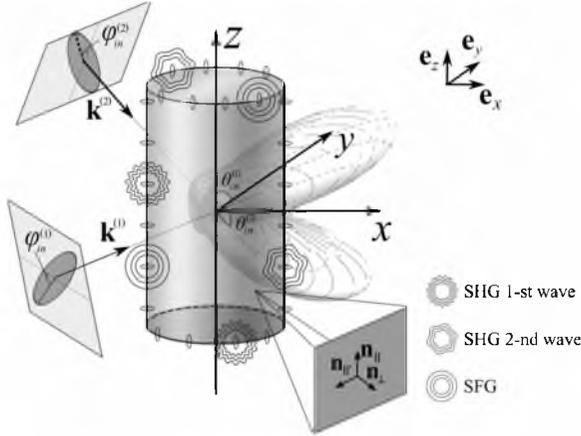


Схема задачи о ГВГ-СЧ от поверхности цилиндрической частицы

Пусть цилиндрическая частица высотой  $h$  и радиусом основания  $a$  покрыта нелинейным слоем толщины  $d_0$  ( $d_0 \ll a, d_0 \ll h$ ). Расположим ее так, чтобы ось цилиндра совпала с осью  $Oz$  цилиндрической системы координат, а геометрический центр находился в начале координат (рисунок). В данном случае интегрирование по нелинейному слою  $V$  удобно рассмотреть отдельно для слоя на боковой поверхности  $V_{lat}$  и слоев на торцах  $V_{bc}$ .

### Боковая поверхность

Выражение для напряженности генерируемого поля, при интегрировании по боковой поверхности цилиндра, принимает вид

$$E_{lat,i}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} (\delta_{im} - e_{r,i}e_{r,m}) \times \quad (5)$$

$$\times \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_{\alpha} E_{\beta} e_j^{(\alpha)} e_k^{(\beta)} \int_a^{a+d_0} r' dr' \int_{-h/2}^{h/2} \exp(iq_{||}^{(\alpha\beta)} z') dz' \int_0^{2\pi} \exp(i\mathbf{q}_{\perp}^{(\alpha\beta)} \mathbf{n}) \chi_{mjk}^{(2)}(\mathbf{n}) d\varphi',$$

где вектор нормали  $\mathbf{n}$  имеет компоненты  $(\cos\varphi, \sin\varphi, 0)$ , векторы рассеяния  $\mathbf{q}^{(\alpha\beta)} = \mathbf{k}^{(\alpha)} + \mathbf{k}^{(\beta)} - \mathbf{k}^{(2\omega)}$  раскладываются на составляющие параллельную оси  $Oz$  ( $\mathbf{q}_{||}$ ) и перпендикулярную ей ( $\mathbf{q}_{\perp}$ ):

$$\mathbf{q}_{||}^{(\alpha\beta)} = (\mathbf{q}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}_z) \mathbf{e}_z = q_{||}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{q}_{\perp}^{(\alpha\beta)} = \mathbf{q}^{(\alpha\beta)} - \mathbf{q}_{||}^{(\alpha\beta)}, \quad q_{\perp}^{(\alpha\beta)} = |\mathbf{q}_{\perp}^{(\alpha\beta)}|. \quad (6)$$

Интегрируя по переменным  $r'$  и  $z'$ , получаем

$$E_{\text{lat},i}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} d_0 ah (\delta_m - e_{r,i} e_{r,m}) \times \quad (7)$$

$$\times \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_{\alpha} E_{\beta} e_j^{(\alpha)} e_k^{(\beta)} \frac{\sin(q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h / 2)}{q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h / 2} \int_0^{2\pi} \exp(ia\mathbf{q}_{\perp}^{(\alpha\beta)} \mathbf{n}) \chi_{mj}^{(2)}(\mathbf{n}) d\varphi'.$$

При подстановке в явного вида тензора  $\chi_{mj}^{(2)}$  получаются интегралы, вычисление которых было произведено в работе [4], связанной с определением генерируемого поля суммарной частоты от цилиндрической поверхности. Учитывая это, напряженность ГВГ-СЧ от боковой поверхности представим в виде

$$\mathbf{E}_{\text{lat}}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = 2\pi\mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} d_0 ah (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_{\alpha} E_{\beta} \mathbf{f}_{\text{lat}}^{(\alpha\beta)}. \quad (8)$$

Здесь векторы  $\mathbf{f}_{\text{lat}}^{(\alpha\beta)}$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{lat}}^{(\alpha\beta)} = & \frac{\sin(q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h / 2)}{q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h / 2} (i\chi_1^{(2)}) \left\{ -J_3(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) \mathbf{v}^{(\alpha\beta)} (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\alpha)}) (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\beta)}) + \right. \\ & + \frac{1}{4} (J_1(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) + J_3(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a)) \left[ \mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \left( (\mathbf{e}^{(\alpha)} \mathbf{e}^{(\beta)}) - (\mathbf{e}^{(\alpha)} \mathbf{e}_z) (\mathbf{e}^{(\beta)} \mathbf{e}_z) \right) + \right. \\ & \left. \left. + (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\alpha)}) (\mathbf{e}^{(\beta)} - \mathbf{e}_z (\mathbf{e}^{(\beta)} \mathbf{e}_z)) + (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\beta)}) (\mathbf{e}^{(\alpha)} - \mathbf{e}_z (\mathbf{e}^{(\alpha)} \mathbf{e}_z)) \right] \right\} + \quad (9) \\ & + iJ_1(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) (\chi_2^{(2)} \mathbf{v}^{(\alpha\beta)} (\mathbf{e}^{(\alpha)} \mathbf{e}^{(\beta)}) + \chi_3^{(2)} \mathbf{e}^{(\alpha)} (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\beta)}) + \chi_3^{(2)} \mathbf{e}^{(\beta)} (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\alpha)})) - \\ & - \frac{1}{2} \chi_4^{(2)} (J_0(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) + J_2(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a)) \left( [\mathbf{e}^{(\alpha)} \times \mathbf{e}_z] (\mathbf{e}^{(\beta)} \mathbf{e}_z) + [\mathbf{e}^{(\beta)} \times \mathbf{e}_z] (\mathbf{e}^{(\alpha)} \mathbf{e}_z) \right) \\ & - \chi_4^{(2)} J_2(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) \left( [\mathbf{e}^{(\alpha)} \times \mathbf{v}^{(\alpha\beta)}] (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\beta)}) + [\mathbf{e}^{(\beta)} \times \mathbf{v}^{(\alpha\beta)}] (\mathbf{v}^{(\alpha\beta)} \mathbf{e}^{(\alpha)}) \right), \end{aligned}$$

где  $\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}$  – единичные векторы вдоль  $\mathbf{q}_{\perp}^{(\alpha\beta)}$ ,  $J_m(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a)$  – цилиндрические функции Бесселя.

### Торцы цилиндра

В данном случае интегрирование в (4) проводится по верхнему и нижнему торцам соответственно:

$$\begin{aligned}
E_{\text{be},i}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) &= \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} (\delta_{im} - e_{r,i}e_{r,m}) \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_{\alpha} E_{\beta} e_j^{(\alpha)} e_k^{(\beta)} \times \\
&\times \left[ \int_{h/2}^{h/2+d_0} \exp(iq_{\parallel}^{(\alpha\beta)} z') \chi_{mjk}^{(2)}(z') dz' \int_0^a r' dr' \int_0^{2\pi} \exp(iq_{\perp}^{(\alpha\beta)} r' \cos \varphi') d\varphi' + \right. \\
&+ \left. \int_{-h/2-d_0}^{-h/2} \exp(iq_{\parallel}^{(\alpha\beta)} z') \chi_{mjk}^{(2)}(z') dz' \int_0^a r' dr' \int_0^{2\pi} \exp(iq_{\perp}^{(\alpha\beta)} r' \cos \varphi') d\varphi' \right] = (10) \\
&= \pi \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} a^2 d_0 (\delta_{im} - e_{r,i}e_{r,m}) \times \\
&\times \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_{\alpha} E_{\beta} e_j^{(\alpha)} e_k^{(\beta)} \left( J_0(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) + J_2(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) \right) \times \\
&\times \left[ \exp(iq_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h/2) \chi_{mjk}^{(2)}(h/2) + \exp(-iq_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h/2) \chi_{mjk}^{(2)}(-h/2) \right],
\end{aligned}$$

где тензоры нелинейной диэлектрической восприимчивости  $\mathbf{c}_{mjk}^{(2)}(\pm h/2)$  на верхнем и нижнем торцах выражаются через  $e_{z,i}$  – компоненты единичного вектора вдоль оси  $Oz$  (для верхнего торца вектор нормали к поверхности  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$ , для нижнего  $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_z$ ):

$$\begin{aligned}
\mathbf{c}_{mjk}^{(2)}(h/2) &= \mathbf{c}_1^{(2)} e_{z,m} e_{z,j} e_{z,k} + \mathbf{c}_2^{(2)} e_{z,m} \mathbf{d}_{jk} + \mathbf{c}_3^{(2)} (e_{z,j} \mathbf{d}_{km} + e_{z,k} \mathbf{d}_{mj}) + \\
&+ \mathbf{c}_4^{(2)} e_{z,l} (e_{z,k} \mathbf{e}_{mjl} - e_{z,j} \mathbf{e}_{mlk}), \\
\mathbf{c}_{mjk}^{(2)}(-h/2) &= -(\mathbf{c}_1^{(2)} e_{z,m} e_{z,j} e_{z,k} + \mathbf{c}_2^{(2)} e_{z,m} \mathbf{d}_{jk} + \mathbf{c}_3^{(2)} (e_{z,j} \mathbf{d}_{km} + e_{z,k} \mathbf{d}_{mj})) + \\
&+ \mathbf{c}_4^{(2)} e_{z,l} (e_{z,k} \mathbf{e}_{mjl} - e_{z,j} \mathbf{e}_{mlk}).
\end{aligned} \tag{11}$$

Тогда формула (10) принимает вид:

$$\begin{aligned}
E_{\text{be},i}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) &= 2\pi \mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik_{2\omega}r)}{c^2 r} a^2 d_0 (\delta_{im} - e_{r,i}e_{r,m}) \times \\
&\times \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_{\alpha} E_{\beta} e_j^{(\alpha)} e_k^{(\beta)} \left( J_0(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) + J_2(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) \right) \times \\
&\times \left[ i \sin(q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h/2) (\mathbf{c}_1^{(2)} e_{z,m} e_{z,j} e_{z,k} + \mathbf{c}_2^{(2)} e_{z,m} \delta_{jk} + \mathbf{c}_3^{(2)} (e_{z,j} \delta_{km} + e_{z,k} \delta_{mj})) + \right. \\
&\quad \left. + \cos(q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h/2) \mathbf{c}_4^{(2)} e_{z,l} (e_{z,k} \mathbf{e}_{mjl} - e_{z,j} \mathbf{e}_{mlk}) \right].
\end{aligned}$$

Переходя к векторному виду имеем

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{be}}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) &= 2\pi\mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} a^2 d_0 (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_\alpha E_\beta \times \\
&\times \left\{ \left( J_0(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) + J_2(q_{\perp}^{(\alpha\beta)} a) \right) \left[ i \sin(q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h / 2) \left( \chi_1^{(2)} \mathbf{e}_z \left( \mathbf{e}_z \mathbf{e}^{(\alpha)} \right) \left( \mathbf{e}_z \mathbf{e}^{(\beta)} \right) + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. + \chi_2^{(2)} \mathbf{e}_z \left( \mathbf{e}^{(\alpha)} \mathbf{e}^{(\beta)} \right) + \chi_3^{(2)} \left( \mathbf{e}^{(\beta)} \left( \mathbf{e}_z \mathbf{e}^{(\alpha)} \right) + \mathbf{e}^{(\alpha)} \left( \mathbf{e}_z \mathbf{e}^{(\beta)} \right) \right) \right] \right. \\
&\quad \left. + \cos(q_{\parallel}^{(\alpha\beta)} h / 2) \chi_4^{(2)} \left( \left[ \mathbf{e}^{(\alpha)} \times \mathbf{e}_z \right] \left( \mathbf{e}_z \mathbf{e}^{(\beta)} \right) + \left[ \mathbf{e}^{(\beta)} \times \mathbf{e}_z \right] \left( \mathbf{e}_z \mathbf{e}^{(\alpha)} \right) \right) \right\} = \\
&= 2\pi\mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} a^2 d_0 (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_\alpha E_\beta \left\{ \mathbf{f}_{\text{be}}^{(\alpha\beta)} \right\},
\end{aligned} \tag{13}$$

где  $\mathbf{f}_{\text{be}}^{(\alpha\beta)}$  – вспомогательные векторы, характеризующие пространственное распределение поля ГВГ-СЧ, генерируемого от торцов цилиндрической частицы.

Поле, генерируемое от цилиндра, поверхность которого полностью покрыта нелинейным слоем, может быть получено, как суперпозиция поля от боковой поверхности и от торцевых поверхностей цилиндра:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) &= \mathbf{E}_{\text{lat}}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) + \mathbf{E}_{\text{be}}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \\
&= 2\pi\mu_{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r} d_0 a h (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 E_\alpha E_\beta \mathbf{f}^{(\alpha\beta)},
\end{aligned} \tag{14}$$

где  $\mathbf{f}^{(\alpha\beta)} = \mathbf{f}_{\text{lat}}^{(\alpha\beta)} + \frac{a}{h} \mathbf{f}_{\text{be}}^{(\alpha\beta)}$  – вспомогательные векторы, характеризующие пространственное распределение поля ГВГ-СЧ, генерируемого всей поверхностью цилиндра.

Таким образом, в данной работе в векторной форме получена напряженность электрического поля второй гармоники-суммарной частоты в дальней зоне, генерируемого в тонком оптически нелинейном цилиндрическом слое. Это позволяет находить остальные компоненты генерируемого электромагнитного поля и его характеристики, например, распределение плотности мощности по углам  $\theta$ ,  $\varphi$  и соответствующую степень поляризации излучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф18М-026).

### Литература:

1. Wang, H. Second harmonic generation from the surface of centrosymmetric particles in bulk solution / H. Wang, E.C.Y. Yan, E. Borguet, K.B. Eisenthal // Chemical Physics Letters. – 1996. – V. 259, № 1–2. – P. 15–20.

2. Капшай, В.Н. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя и условия отсутствия генерации / В.Н. Капшай, А.А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2017. – Т. 123, № 3. – С. 416–429.
3. Капшай, В.Н. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. I. Аналитическое решение / В.Н. Капшай, А.А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 6. – С. 795–803.
4. Шамына, А.А. Генерация суммарной частоты от тонкого цилиндрического слоя / А.А. Шамына, В.Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 1. – С. 105–121.

УДК 530.182, 535.012.2, 535.016, 537.862

**А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай, А.А. Шамына**  
(Гомель, Беларусь)

## **ГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ-СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ В ТОНКОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ**

*Проанализировано поведение полной генерируемой мощности в тонком сферическом слое, обладающем нелинейными свойствами и облучаемом двумя когерентными плоскими электромагнитными волнами одинаковой частоты, при изменении угла между падающими волнами и отношения их комплексных амплитуд. Проведено сравнение с поведением функции максимальной по направлению наблюдения  $\theta, \varphi$  плотности мощности при изменении тех же параметров генерации.*

**Ключевые слова:** генерация второй гармоники, генерация суммарной частоты, два когерентных источника одинаковой частоты, сферическая частица, нелинейное приближение Рэлея-Ганса-Дебая.

*The behavior of the total generated power in a thin spherical layer possessing nonlinear optical properties and irradiated by two coherent plane electromagnetic waves with the same frequency has been analyzed depending on the angle between the incident waves and on the ratio of their complex amplitudes. A comparison has been made with the behavior of the maximum power density in the direction of observation  $\theta, \varphi$  depending on the same generation parameters.*

**Keywords:** second-harmonic generation, sum-frequency generation, two coherent sources with the same frequency, spherical particle, nonlinear Rayleigh-Gans-Debye approximation.

Для изучения поверхностей малых частиц используются нелинейные оптические явления. Наиболее распространенными среди них являются генерация второй гармоники (ГВГ) [1] и генерация суммарной частоты (ГСЧ) [2].