Доклады Академии наук СССР
1970. Том 194, № 3

УДК 533.9 **ФИЗИКА**

А. Б. МИХАЙЛОВСКИЙ, А. М. ФРИДМАН

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ С ЗАПЕРТЫМИ ЧАСТИЦАМИ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 5 III 1970)

В плазме, удерживаемой магнитным полем, неоднордным вдоль силовых линий, имеются частицы, при своем движении отражающиеся от областей с большой напряженностью поля — запретные и движущиеся без отражений — пролетные. Б. Б. Кадомцев [1] показал, что запертые частицы могут вызывать неустойчивость плазмы, аналогичную желобковой неустойчивости. Результат [1] относится к плазме нулевого давления, $\beta = 8\pi p / B^2 \to 0$ (p — давление плазмы, B — напряженность магнитного поля). Здесь мы исследуем возможность развития неустойчивости запертых частиц в плазме конечного давления.

Эту задачу можно рассмотреть математически строго, таким способом как в работах [2, 3]. Мы, однако, ограничимся качественным анализом, следуя духу работы Кадомцева [1].

Как и в [1], полагаем возмущения потенциальными (это оправдывается при строгом рассмотрении). Дисперсионное уравнение можно получить, приравняв нулю сумму вкладов от пролетных и запертых частиц в скалярную диэлектрическую проницаемость ε_0. Пролетные частицы распределены по Больцману. Поэтому их вклад в ε_0, как и в случае [1], равен

$$\varepsilon_{0\,\text{прол}} \simeq 2 / k^2 d^2, \tag{1}$$

где k — поперечное волновое число; $d = (T / 4\pi e^2 n_0)^{1/2}$ — дебаевский радиус; n_0, T — плотность и температура плазмы.

Запертые частицы, относительное число которых примем порядка $\alpha \ll 1$, движутся в возмущенном поле таким же образом, как и в случае желобковых возмущений. Поэтому

$$\varepsilon_{0\,\text{зап}} \simeq \left\langle \frac{\omega - \omega_e^*}{\omega - \overline{\omega}_{De}} + \frac{\omega - \omega_i^*}{\omega - \overline{\omega}_{Di}} \right\rangle. \tag{2}$$

Здесь черта означает усреднение по траектории частиц с весом $1 / v_\parallel$ ($v_\parallel$ — продольная скорость), а скобки $\langle ... \rangle$ — усреднение по максвелловскому распределению. Величины $\omega_\alpha^* \equiv T\mathbf{k}_\perp [\mathbf{e}_0, \nabla \ln n_0] / m_\alpha \omega_{B\alpha}$ — это градиентные частоты соответствующих компонент плазмы (электронов и ионов), $\mathbf{e}_0 \equiv \mathbf{B} / B$, $\omega_{B\alpha} = eB / m_\alpha c$. Частота магнитного дрейфа частиц $\omega_{D\alpha} \equiv \mathbf{k} \mathbf{V}_{D\alpha}$, где

$$\mathbf{V}_D = \frac{1}{\omega_B} \left[\mathbf{e}_0, \frac{v_\perp^2}{2} \nabla \ln B + v_\parallel^2 (\mathbf{e}_0 \nabla) \mathbf{e}_0 \right]. \tag{3}$$

В приближении $\beta \to 0$ эта частота однозначно связана с радиусом кривизны силовых линий R,

$$\omega_D = \mathbf{k}_\perp [\mathbf{e}_0, \mathbf{n}] \left(\frac{v_\perp^2}{2} + v_\parallel^2 \right) / R\omega_{B_j}; \tag{4}$$

$\mathbf{n}$ — главная нормаль к силовой линии. При этом из (1) и (2) в приближении $\omega_D < \omega < \omega^*$ получается результат Кадомцева, свидетельствующий о неустойчивости с инкрементом

$$\gamma \simeq (\alpha a / R)^{1/2}\omega^*, \tag{5}$$

где $a \equiv |\nabla \ln n_0|^{-1}$.

Используя условие равновесия $\nabla(p + B^2/8\pi) = -(\mathbf{B}\nabla)B/8\pi$ находим, что приближение $\beta \to 0$ нарушается, если

$$\beta > a / R. \tag{6}$$

При таких β частота магнитного дрейфа перестает зависеть от кривизны и может быть записана так:

$$\omega_{D\alpha} = -\frac{\beta}{2}\frac{mv_\perp^2}{2T}\omega_\alpha^* . \tag{7}$$

Приравнивая нулю сумму (1) и (2) и полагая $a/R < \beta < 1$, $\omega_D < < \omega < \omega^*$, приходим к дисперсионному уравнению, которое, в отличие от (5), имеет решения с вещественным ω,

$$\omega \simeq (\alpha\beta)^{1/2}\omega^*. \tag{8}$$

Эта ветвь устойчивых возмущений существует при $\beta \lesssim \alpha$. При бóльших β слабозатухающие ветви колебаний отсутствуют вообще.

Итак, мы показали, что неустойчивость запертых частиц не развивается при $\beta \gtrsim a / R$, условие (6). Причиной тому — стабилизирующее влияние диамагнитного дрейфа, связанного с конечностью β.

Интересно отметить качественно различный характер влияния конечности β на неустойчивость запертых частиц и обычную желобковую. В случае желобковой неустойчивости, наряду с диамагнитным дрейфом, важна также непотенциальность возмущений. Эти два эффекта полностью компенсируют друг друга, так что дисперсионное уравнение желобковых возмущений остается одним и тем же как при больших, так и при малых β. В случае неустойчивости запертых частиц дестабилизирующий эффект непотенциальности ослаблен в α раз по сравнению со стабилизирующим эффектом диамагнитного дрейфа. Поэтому плазма оказывается устойчивой, как только диамагнитный дрейф пересиливает дрейф из-за кривизны.

Поступило
17 II 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Б. Кадомцев, Письма в ЖЭТФ, 4, 15 (1966). [2] Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце, ЖЭТФ, 51, 1734 (1966). [3] M. N. Rosenbluth, Phys. Fluids, 11, 869 (1968).