Доклады Академии наук СССР
1970. Том 194, № 5

УДК 621.391.23:621.391.28-29:62-506.3

КИБЕРНЕТИКА И ТЕОРИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ

В. В. ПЕТРОВ, А. С. УСКОВ

ПРОПУСКНЫЕ СПОСОБНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ И ВНУТРЕННИМИ ПОМЕХАМИ

(Представлено академиком Б. Н. Петровым 11 IX 1969)

В работе [1] показана связь идей Шеннона с результатами Колмогорова — Винера. Определяемая по формуле Шеннона пропускная способность при произвольных гауссовских процессах (сигнал и помеха) соответствует оптимальной характеристике, получаемой на основе критерия минимума среднего квадрата случайной ошибки (с.к.о.) без учета условия физической осуществимости. Эта характеристика является предельной с точки зрения минимума с.к.о., отклонение от нее позволяет получить физически осуществимый фильтр. Таким образом, представляется возможным предложить сравнительно простой алгоритм для нахождения предельных характеристик и соответствующих им пропускных способностей динамических систем с обратными связями и внутренними помехами.

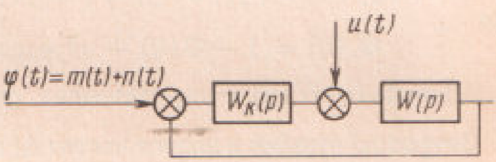

Рис. 1

Схема рис. 1 соответствует информационной системе типа воспроизведения (датчик, приборная следящая система); $W(s)$ — передаточная функция неизменяемой части системы; $W_k(s)$ — передаточная функция корректирующего звена.

В рассматриваемой системе на вход поступает сигнал $m(t)$ с наложенной на него помехой $n(t)$, так что искаженный сигнал имеет вид

$$\varphi(t) = m(t) + n(t). \tag{1}$$

Имеется внутренняя помеха $u(t)$; $m(t)$, $n(t)$ и $u(t)$ являются стационарными, случайными, гауссовскими процессами с известными корреляционными функциями и равными нулю математическими ожиданиями. Система должна воспроизводить на выходе полезный сигнал $m(t)$, поступающий на ее вход.

Оптимальная передаточная функция, полученная на основе критерия минимума с.к.о. без учета условия физической осуществимости, может быть представлена в виде

$$\Phi(if) = D(if) \,/\, A(if), \tag{2}$$

где

$$D(if) = S_m(f) + S_{mn}(f) - S_{mu}(f)W(-if) - S_{um}(f)W(if) - \\ - S_{un}(f)W(if) + S_u(f)\,|W(if)|^2; \tag{3}$$

$$A(if) = S_m(f) + S_n(f) + S_u(f)\,|W(if)|^2 -$$

$$-S_{um}(f)W(if)-S_{un}(f)W(if)-S_{mu}(f)W(-if)-S_{nu}(f)W(-if); \quad (4)$$

$$S_{m,n,u}(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_{m,n,u}(\tau)e^{-i\omega\tau}\,d\tau; \quad (5)$$

$$R_{m,n,u}(\tau)\simeq\frac{1}{T}\int_0^T\xi_{m,n,u}(t)\,\xi_{m,n,u}(t+\tau)\,dt; \quad (6)$$

$$\xi_m(t)=m(t), \quad \xi_n(t)=n(t), \quad \xi_u(t)=u(t); \quad (7)$$

$$S_{um,\,mu,\,un,\,nu}(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_{um,\,mu,\,un,\,nu}(\tau)e^{-i\omega\tau}\,d\tau; \quad (8)$$

$$R_{um,\,mu,\,un,\,nu}(\tau)\simeq\frac{1}{T}\int_0^T\xi_{u,\,m,\,u,\,n}(t+\tau)\,\xi_{m,\,u,\,n,\,u}(t)\,dt. \quad (9)$$

В работе ([2]) оптимальная передаточная функция для рассматриваемой системы находится при дополнительном условии физической осуществимости.

Спектральная плотность ошибки для характеристики (2) определяется формулой ([3])

$$S_\varepsilon(f)=|\Phi_\varepsilon(if)|^2S_m(f)+|\Phi(if)|^2S_n(f)+|Y_u(if)|^2S_u(f), \quad (10)$$

где

$$\Phi_\varepsilon(if)=1-\Phi(if) \text{ — передаточная функция ошибки;} \quad (11)$$

$$Y_u(if)=\Phi_\varepsilon(if)W(if) \text{ — передаточная функция внутренней помехи.} \quad (12)$$

Энтропию ошибки в полосе частот Δf представим в виде

$$H_{\varepsilon\Delta f}=T\Delta f\log 2\pi e S_\varepsilon(f)\Delta f. \quad (13)$$

Тогда информационную скорость сигнала ошибки в полосе Δf можно найти по формуле

$$R_{\varepsilon\Delta f}=\Delta f\log 2\pi e S_m(f)\Delta f-\Delta f\log S_m(f)\,/\,S_\varepsilon(f). \quad (14)$$

Общая скорость передачи информации сигналом ошибки определяется суммированием по всем частотам

$$R_\varepsilon=\int_W\log\,[2\pi e S_m(f)\Delta f]\,df-\int_W\log\frac{S_m(f)}{S_\varepsilon(f)}\,df. \quad (15)$$

В силу выражения (15) получаем формулу для пропускной способности системы

$$C=\int_W\log\frac{S_m(f)}{S_\varepsilon(f)}\,df. \quad (16)$$

Ниже приводятся выражения для пропускных способностей, полученные по формуле (16) для разных частных случаев.

1. $m(t)\neq 0$, $n(t)\neq 0$, $u(t)=0$, $R_{mn}(\tau)=0$:

$$C=\int_W\log\frac{S_m(f)+S_n(f)}{S_n(f)}\,df. \quad (17)$$

2. $m(t)\neq 0$, $n(t)\neq 0$, $u(t)=0$, $R_{mn}(\tau)\neq 0$:

$$C=\int_W\log\frac{S_m(f)+S_n(f)}{S_n(f)+|S_{mn}(f)|^2/S_m(f)}\,df. \quad (18)$$

3. $m(t) \neq 0, n(t) \neq 0, u(t) \neq 0, R_{um}(\tau) = 0, R_{un}(\tau) = 0, R_{mn}(\tau) = 0$:

$$C = \int_W \log \frac{S_m(f) + S_n(f) + S_u(f)\,|W(if)|^2}{S_n(f) + \dfrac{S_u(f)\,S_n(f)}{S_m(f)}\,|W(if)|^2}\,df. \tag{19}$$

4. $m(t) \neq 0, n(t) \neq 0, u(t) \neq 0, R_{mn}(\tau) \neq 0, R_{un}(\tau) = 0, R_{um}(\tau) = 0$:

$$C = \int_W \log \frac{S_m(f) + S_n(f) + S_u(f)\,|W(if)|^2}{S_n(f) + \dfrac{|S_{mn}(f)|^2}{S_m(f)} + \dfrac{S_n(f)\,S_u(f)\,|W(if)|^2}{S_m(f)}}\,df. \tag{20}$$

Аналогично могут быть получены выражения для пропускных способностей при $R_{un}(\tau) \neq 0, R_{um}(\tau) \neq 0$.

Московский авиационный институт
им. Серго Орджоникидзе

Поступило
20 VII 1969

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Н. Петров, В. В. Петров и др., Тр. IV Всесоюзн. совещ. по автоматическому управлению, 1, М., 1969. [2] M. J. Pelegrin, Calcul statistique des systemes asservis, Paris, 1953. [3] В. В. Солодовников, Статистическая динамика линейных систем автоматического управления, М., 1960.