Доклады Академии наук СССР
1970. Том 195, № 6

УДК 621.372.8

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Н. Г. ВАХИТОВ

ФОРМИРОВАНИЕ СОБСТВЕННОГО КОЛЕБАНИЯ, РЕАЛИЗУЮЩЕГО ЗАДАННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ НА ЗЕРКАЛЕ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА

(Представлено академиком А. М. Прохоровым 8 VI 1970)

Для ряда практических применений представляет интерес разработка лазеров, интенсивность выходного излучения которых меняется по сечению пучка (на поверхности зеркала или на некотором расстоянии от выходного зеркала) по заданному закону. В настоящей работе показано, что формирование таких пучков можно осуществить с помощью надлежащего выбора резонатора. Здесь рассматривается обратная резонаторная задача, когда по заданному распределению поля на зеркале определяется форма зеркала.

Следует отметить, что заданное распределение будет иметь только одно из собственных колебаний резонатора. Остальные моды не должны проявляться в режиме генерации. Поэтому формирование пучков с заданным распределением поля тесно связано с другой важной проблемой лазерной техники — проблемой одномодовости.

Возможен, в принципе, и другой подход, когда заданное распределение достигается путем возбуждения большого числа поперечных мод данного резонатора. Но при этом каждая мода должна возбуждаться с комплексной амплитудой, однозначно определяемой заданным распределением. В реальных многомодовых ОКГ, однако, амплитуды мод имеют случайный характер и каких-либо методов контролирования и управления ими не существует. Кроме того, выходное излучение таких генераторов будет обладать, очевидно, низкой пространственной и временной когерентностью и большой угловой расходимостью.

Постановка и решение задачи. Рассмотрим двумерные электромагнитные колебания в резонаторе, образованном плоским идеально отражающим зеркалом, расположенным в начале координат $z=0$, и диэлектриком, поверхность которого, образующая второе зеркало, описывается уравнением

$$z = l - h(x), \tag{1}$$

где $h(x)$ предполагается достаточно плавной функцией, удовлетворяющей условию

$$|h(x)/l|_{\max} \ll 1. \tag{2}$$

Для решения задачи мы пользуемся методом приближенного разделения переменных ([1, 3, 4]), который чрезвычайно упрощает рассмотрение обратной задачи. Решение будем искать в виде

$$E_y = P(x)\sin gz, \quad 0 < z \leqslant l - h(x); \tag{3}$$

$$E_y = V(x,z)e^{g_1 z}, \quad l - h(x) \leqslant z < \infty; \tag{4}$$

где

$$g = (\pi q + \delta)/(l - h(x)), \quad g_1 = knl/(l - h(x));\ q = 0, 1, 2, \ldots; \tag{5}$$

n — показатель преломления диэлектрика, δ — постоянная, которая определяется из условия непрерывности составляющих поля E_y и H_x на поверхности диэлектрика.

Отсюда имеем:

$$(\pi q + \delta) P(x) \cos(\pi q + \delta) = \frac{ikl}{n} V(x) e^{iknl} \left(1 + \frac{1}{ikn} \frac{\partial V}{\partial z}\Big|_{z=l-h(x)}\right), \qquad (6)$$

$$P(x) \sin(\pi q + \delta) = V(x) e^{iknl}.$$

Из уравнений (6), пренебрегая членами порядка $\frac{1}{kl} \sim \frac{1}{\pi q}$, для определения δ получаем формулу

$$\operatorname{tg} \delta = i/n. \qquad (7)$$

Искомое решение (3), (5), (7) удовлетворяет, таким образом, граничным условиям при $z = 0$ и $z = l - h(x)$.

В соответствии с методом приближенного разделения переменных требуем, чтобы оно удовлетворяло уравнению

$$\int_0^l \left[\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 E_y\right] \sin gz\, dz = 0; \qquad (8)$$

отсюда с точностью до членов порядка $1/kl$ получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 P}{\partial x^2} - \frac{\cos 2\delta}{g^*} \frac{dg}{dx} \frac{dP}{dx} + \left[k^2 - g^2 - \frac{(\pi q)^2}{3g^2} \left(\frac{dg}{dz}\right)^2\right] P = 0, \qquad (9)$$

позволяющее определить функцию $h(x)$ при заданной функции $P(x)$. Задача существенно упрощается, если сделать подстановку

$$P(x) = Q(x) \sqrt{g^{\cos 2\delta}}. \qquad (10)$$

Тогда для $Q(x)$ получаем

$$\frac{d^2 Q}{dx^2} + \left[k^2 - g^2 - \frac{(\pi q)^2}{3g^2} \left(\frac{dg}{dx}\right)^2\right] Q = 0. \qquad (11)$$

Пренебрегая в уравнении (11) членами порядка $(h(x)/l)^2$, приходим к уравнению (см. также ([5]))

$$\frac{d^2 Q}{d\xi^2} + [\chi - 2kh(\xi)]\, Q = 0, \qquad (12)$$

где $\xi = \sqrt{k/l}\, x$, $\chi = kl - \pi q$, содержащему только саму функцию $h(\xi)$, так что обратная задача приобретает элементарный характер, если считать функцию $Q(\xi)$ заданной. Распределение поля на зеркале тогда будет определяться соотношением (10). При найденной функции $h(\xi)$ уравнение (12) может иметь бесконечную последовательность решений

$$\chi = \chi_m, \quad Q(\xi) = Q_m(\xi), \qquad (13)$$

удовлетворяющих краевому условию

$$Q_m(\xi) \to 0 \quad \text{при } \xi \to \pm\infty$$

(или непрерывный спектр, в зависимости от вида функции $h(\xi)$). Поэтому практически важно, чтобы заданное решение соответствовало основному типу колебания резонатора, т. е. наименьшему значению $\chi = \chi_0$.

Рассмотрим конкретный пример. Для некоторых практических целей важно, чтобы выходное излучение ОКГ имело более плоскую вершину, чем гауссово распределение, соответствующее сферическим зеркалам. Это бывает важно в тех случаях, когда лазерным пучком необходимо равномерно осветить некоторую поверхность. Для определенности будем считать, что спад интенсивности на краях освещаемой поверхности не должен превышать 10%. Коэффициент использования выходной энергии лазера можно характеризовать тогда соотношением

$$\nu = \int_{-x_0}^{x_0} Q^2(x)\, dx \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} Q^2(x)\, dx, \qquad (14)$$

где x_0 определяется из условия

$$Q^2(x_0) = 0{,}9Q^2(0). \tag{15}$$

Пусть

$$\chi_0 = 0, \quad Q_0(\xi) = Ae^{-(\xi/c)^n}, \tag{16}$$

тогда из (12) следует

$$2c^2kh(\xi) = n(\xi/c)^{n-2}[n(\xi/c)^n - n + 1]. \tag{17}$$

Для найденной функции $h(\xi)$, воспользовавшись теоремой существования для собственных решений (см. например [2]), можно показать, что решение (16), обращающееся в нуль только при $\xi = \pm\infty$, действительно является основным решением уравнения (12), т. е. соответствует значению $m = 0$.

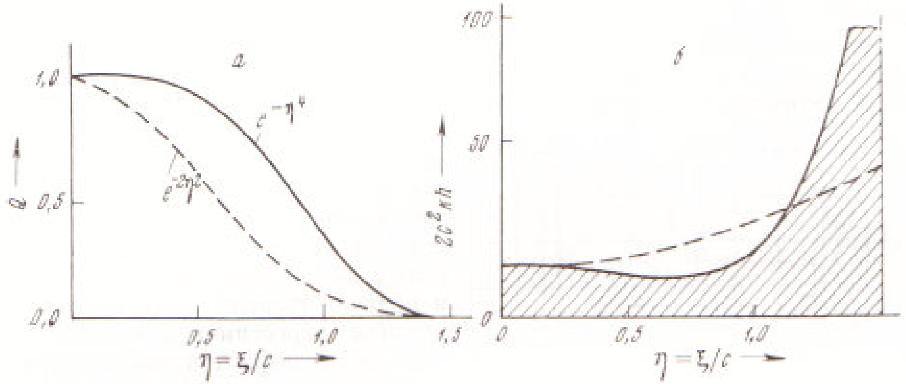

Рис. 1

На рис. 1*б* представлен резонатор, нижнее зеркало которого описывается уравнением (17); на рис. 1*а* приведено распределение поля, заданное формулой (16) при значении $n = 4$. Пунктиром показаны соответственно сферическое зеркало и гауссово распределение, соответствующее основной моде сферического резонатора. Коэффициент ν, вычисленный по формуле (15), равен 0,62, в то время как для сферического резонатора, т. е. для гауссового распределения $\nu = 0{,}35$.

В настоящей работе мы ограничиваемся рассмотрением лишь этого примера. Аналогично могут быть исследованы случаи, когда распределение поля на зеркале задается более сложной чем (17) формулой.

Метод приближенного разделения переменных, примененный нами, позволяет рассмотреть и более сложные резонаторы, например, когда второе зеркало является многослойным. В этом случае вдоль зеркала меняется также и локальный коэффициент отражения.

Особый практический интерес представляет задача получения заданного распределения поля в случае, когда между зеркалами резонатора имеется диэлектрическое тело (активное вещество), показатель преломления которого зависит от координаты x.

Выражаю благодарность Л. А. Вайнштейну, оказавшему большую помощь в работе, а также А. А. Чельному, А. Ф. Лаврову, В. А. Марголину за ценное обсуждение результатов.

Поступило
29 V 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 27, № 9, 2109 (1957). [2] О. Трикоми, Дифференциальное уравнение, М., 1962. [3] Е. А. Соловьев, Радиотехника, 18, № 7 (1963). [4] Л. А. Вайнштейн, Открытые резонаторы и открытые волноводы, 1966, стр 296. [5] С. А. Власов, Г. М. Жислин и др., Изв. высш. учебн. завед., Радиофизика, 12, № 8, 1236 (1969).