Доклады Академии наук СССР
1970. Том 195, № 1

УДК 535.0+535.215 *ФИЗИКА*

П. П. БАРАШЕВ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ МНОГОКВАНТОВОЙ ФОТОРЕГИСТРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

(Представлено академиком А. М. Прохоровым 16 IV 1970)

Известно, что корреляционные свойства оптических полей изучаются в основном по данным распределения вероятности фотоэлектрических отсчетов (см., например, ([1], [2])). Выполненные до сих пор теоретические и экспериментальные исследования о связи статистики поля излучения со статистикой фототока касались, однако, лишь случая одноквантового фотоэффекта, когда вероятность появления фотоэлектрона пропорциональна квадрату значения амплитуды поля излучения (случай так называемого «квадратичного» детектирования). Недавние теоретические и экспериментальные исследования (см. обзор ([3])) показали, что элементарный акт внешнего многоквантового фотоэффекта может, в принципе, являться детектором порядка и степени когерентности излучения, так как амплитудные значения фототока зависят от корреляционных свойств порождающего его электромагнитного поля *.

Гораздо более важная информация о когерентных свойствах поля излучения содержится, тем не менее, не в амплитудных значениях многоквантового фототока, а в его флуктуационных характеристиках, которые до сих пор не исследовались ни теоретически, ни экспериментально. Оценке некоторых основных особенностей статистики многоквантового фототока, вызванных «неквадратичнотью» фотодетектора, и посвящена настоящая работа.

Можно показать ([4]), что в рамках полуклассической теории фотоэлектрической регистрации излучения вероятность $p_k(n, t, T)$ отсчета n фотоэлектронов, появляющихся над единицей поверхности мишени в процессе многоквантового фотоэффекта k-го порядка в интервале времени от t до $t+T$, дается для стационарных и эргодических полей выражением **

$$p_k(n, t, T) \equiv p_k(n, T) = \int\limits_{(W)} \frac{(\alpha_k W_k)^n}{n!} \exp[-\alpha_k W_k] P(W)\, dW, \tag{1}$$

где

$$W_k \equiv W_k(T) = \int\limits_0^T [I(t')]^k dt', \quad W = \int\limits_0^T I(t')\, dt', \tag{2}$$

I — интенсивность излучения, а α_k — квантовый выход фотоэффекта k-го порядка. В уравнении (1), являющемся обобщением известной формулы Манделя ([6]) на случай многоквантовой фотоэмиссии, $P(W)\,dW$ обозначает

* Следует сказать, что быстрый прогресс методики регистрации слабых фототоков и совершенствование фотокатодов привели к тому, что, например, двухквантовый фотоэффект наблюдается при интенсивности падающего излучения $I \gtrsim 10^3$ вт·см$^{-2}$, что соответствует освещению мишени сфокусированным излучением источника с мощностью излучения в спектральной линии $P \simeq$ мвт.

** В работе ([5]) показано, что результаты полуклассического подхода, когда поле описывается классически, а элементарный акт фотоэффекта — квантовомеханически, совпадают с результатами чисто квантовомеханического рассмотрения до тех пор, пока можно пренебречь влиянием измерительных устройств на поле излучения.

вероятность того, что в течение интервала времени ΔT классическая интегральная интенсивность излучения W меняется в пределах от W до $W + dW$. Операция усреднения по ансамблю $W(T)$ в выражении (1) приводит, таким образом, к отклонению распределения фотоэлектронов от пуассоновского, причем именно это отклонение является мерой флуктуационных (корреляционных) свойств поля излучения.

Для определения факториальных моментов m-го порядка $M_k^{(m)}$, соответствующих распределению k-квантового фототока $p_k(n, T)$ и непосредственно характеризующих флуктуационные свойства поля излучения [7], построим производящую функцию $G_k(r)$ для распределения $p_k(n, T)$. Положим [8]

$$G_k(r) = \sum_{n=0}^{\infty} p_k(n, T)\, r^n = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} (1-r)^m M_k^{(m)}, \tag{3}$$

где

$$M_k^{(m)} = \sum_{n=0}^{\infty} p_k(n, T)\, [n(n-1)\ldots(n-m+1)]$$

факториальный момент m-го порядка. После несложных преобразований для распределения $p_k(n, T)$, задаваемого выражением (1), имеем

$$G_k(r) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} (1-r)^m \int\limits_{(W)} [\alpha_k W_k]^m P(W)\, dW$$

и, следовательно,

$$M_k^{(m)} = \langle [\alpha_k W_k]^m \rangle. \tag{4}$$

Таким образом, начальный момент $\langle (\alpha_k W_k)^m \rangle$ величины $\alpha_k W_k$, усредненной по распределению $P(W)$, равен m-у факториальному моменту $M_k^{(m)}$ распределения $p_k(n, T)$, причем

$$\langle n^m \rangle = a_1^{(m)} \langle \alpha_k W_k \rangle + a_2^{(m)} \langle (\alpha_k W_k)^2 \rangle + \ldots + a_m^{(m)} \langle (\alpha_k W_k)^m \rangle, \tag{5}$$

где

$$a_j^{(m)} = \sum_{i_1=1}^{m-1} \sum_{i_2=1}^{i_1-1} \cdots \sum_{i_{j-1}=1}^{i_{j-2}-1} \binom{m-1}{i_1} \binom{i_1-1}{i_2} \cdots \binom{i_{j-2}-1}{i_{j-1}},$$
$$j = 2, 3, \ldots, m; \; a_1^{(m)} = 1,$$

а

$$\langle (\alpha_k W_k)^m \rangle = b_1^{(m)} \langle n \rangle + b_2^{(m)} \langle n^2 \rangle + \ldots + b_m^{(m)} \langle n^m \rangle, \tag{6}$$

где

$$b_j^{(m)} = (-1)^{m-j} \sum (x_1 x_2 \ldots x_{m-j}); \quad j = 1, 2, \ldots, m-1; \quad b_m^{(m)} = 1$$

(суммирование в последнем выражении производится по всему набору последовательно возможных комбинаций произведений $x_1 x_2 \ldots x_{m-j}$, учитываемых лишь один раз).

Возможность изучения высших корреляционных функций полей излучения с помощью многоквантовых фотодетекторов становится ясной, если записать выражение (4), используя соотношение (2), в виде

$$M_k^{(m)} = (\alpha_k)^m \int\limits_0^T \ldots \int\limits_0^T \langle [I(t_1)]^k \ldots [I(t_m)]^k \rangle\, dt_1 \ldots dt_m. \tag{7}$$

Так как подынтегральное выражением в соотношении (7) является, как известно ([9]), функцией корреляции $\Gamma^{(km)}$ порядка km, то ясно, что она может быть найдена различными способами при условии $km = \text{const}$. В частности, использование k-квантового фотодетектора позволяет повысить порядок изучаемых функций корреляции по сравнению со случаем одноквантового детектирования в k раз, если речь идет об измерении амплитудных значений фототока, соответствующих первому моменту $M_k^{(1)} = \langle n_k \rangle$. Изучение же флуктуационных свойств многоквантового фототока (например, дисперсии) открывает, в свою очередь, возможность экспериментального изучения корреляционных функций $\Gamma^{(s)}$ порядка $2k$. Действительно (см. выражение (5)):

$$\langle (\Delta n_k)^2 \rangle = \langle (n_k - \langle n_k \rangle)^2 \rangle = \langle n_k \rangle + (\alpha_k)^2 \langle (\Delta W_k)^2 \rangle, \tag{8}$$

где член $(\Delta W_k)^2 \sim \Gamma^{(2k)}$ учитывает флуктуацию классических волновых полей.

Проиллюстрируем возможность использования многоквантовых фотодетекторов для изучения статистических свойств поля излучения, когда $\Delta T < \tau_c$, где $\tau_c \sim \frac{1}{\Delta \nu}$ — время когерентности падающего излучения. В этом случае (см. выражение (2))

$$W_k(T) \simeq I^k T, \quad W(T) \simeq IT, \tag{9}$$

и поэтому

$$M_k^{(m)} = (\alpha_k T)^m \int\limits_{(I)} I^{km} P(I)\, dI = (\alpha_k T)^m \langle I^{km} \rangle. \tag{10}$$

Выражения для факториальных моментов $M_k^{(m)}$ и флуктуации числа частиц $\langle (\Delta n_k)^2 \rangle$ для частных случаев распределений $P(I)$, даваемых соотношениями

$$P(I) = \frac{2}{\pi I_0} \frac{1}{1 + \operatorname{erf} w} \exp\left[-\left(w - \frac{I}{\sqrt{\pi} I_0}\right)^2\right], \quad I > 0, \tag{11а}$$

$$P(I) = \frac{1}{\gamma \langle I \rangle} \left\{ \exp\left[-\frac{2I}{(1+\gamma)\langle I \rangle}\right] - \exp\left[-\frac{2I}{(1-\gamma)\langle I \rangle}\right] \right\}, \tag{11б}$$

$$P(I) = \frac{N}{\langle I_n \rangle} \left(\frac{I}{\langle I_c \rangle}\right)^{(N-1)/2} \exp\left[-\frac{I + \langle I_c \rangle}{\langle I_n \rangle} N\right] J_{N-1}\left(2N \frac{\sqrt{I \langle I_c \rangle}}{\langle I_n \rangle}\right), \tag{11в}$$

имеют соответственно вид *

$$M_k^{(m)} = (km)!\, \frac{\exp\left(-\frac{w^2}{2}\right)}{1 + \operatorname{erf} w} [\alpha_k T I_0^k]^m \left(\frac{\pi}{2}\right)^{(km-1)/2} D_{-km-1}(-\sqrt{2} w),$$

$$\langle (\Delta n_k)^2 \rangle = \langle n_k \rangle + \langle n_k \rangle^2 \left[\frac{(2k)!}{(k!)^2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{w^2}{2}\right) [1 + \operatorname{erf} w] \times \right.$$

$$\left. \times \frac{D_{-2k-1}(-\sqrt{2} w)}{[D_{-k-1}(-\sqrt{2} w)]^2} - 1 \right], \tag{12а}$$

---

* Распределение (11а) соответствует модели поля излучения, порождаемого нелинейным осциллятором Ван-дер-Поля ([10]), причем w — числовой параметр, характеризующий работу лазера в «допороговом» ($w < 0$) и «надпороговом» ($w > 0$) режимах, а I_0 — интенсивность излучения лазера на пороге генерации, когда $w = 0$. Распределение (11б) соответствует тепловому источнику со степенью поляризации излучения, равной γ ([1]). Распределение (11в) является обобщением введенного в работе ([11]) для случая $N = 2$ распределения $P(I)$, описывающего суммарное поле излучения, которое является суперпозицией N несфазированных мод и теплового излучения со средней интенсивностью $\langle I_n \rangle$ (средняя интенсивность когерентного излучения обозначена $\langle I_c \rangle$).

$$M_k^{(m)} = \frac{(km)!}{2^{km}} [\alpha_k T \langle I\rangle^k]^m \frac{1}{2\gamma} [(1+\gamma)^{km+1} - (1-\gamma)^{km+1}],$$

$$\langle(\Delta n_k)^2\rangle = \langle n_k\rangle + \langle n_k\rangle^2 \left[\frac{(2k)!}{(k!)^2} 2\gamma \frac{[(1+\gamma)^{2k+1} - (1-\gamma)^{2k+1}]}{[(1+\gamma)^{k+1} - (1-\gamma)^{k+1}]^2} - 1\right], \quad (12б)$$

$$M_k^{(m)} = \frac{\Gamma(km+N)}{\Gamma(N)} \exp\left[-N\frac{\langle I_c\rangle}{\langle I_n\rangle}\right] \left(\frac{\alpha_k T\langle I_n\rangle^k}{N^k}\right)^m \Phi\left(km+N, N, N\frac{\langle I_c\rangle}{\langle I_n\rangle}\right),$$

$$\langle(\Delta n_k)^2\rangle = \langle n_k\rangle + \quad (12в)$$

$$+ \langle n_k\rangle^2 \left[\exp\left(N\frac{\langle I_c\rangle}{\langle I_n\rangle}\right) \frac{\Gamma(2k+N)\,\Gamma(N)}{[\Gamma(k+N)]^2} \frac{\Phi\left(2k+N, N, N\frac{\langle I_c\rangle}{\langle I_n\rangle}\right)}{\left[\Phi\left(k+N, N, N\frac{\langle I_c\rangle}{\langle I_n\rangle}\right)\right]^2} - 1\right],$$

где $D_s(z)$ — функция параболического цилиндра, $\Phi(a, b, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, $\mathrm{erf}\, x$ — интеграл вероятности, $\Gamma(z)$ — гамма-функция, а J_{N-1} — модифицированная функция Бесселя порядка $N-1$.

Соотношения (12в) при $k=1$ и $N=1$ переходят в известные выражения, полученные для случая одноквантового детектирования в [2, 12], а при $N \to \infty$ — в выражения

$$M_k^{(m)} = (km)!\, [\alpha_k T\langle I\rangle^k]^m,$$

$$\langle(\Delta n_k)^2\rangle = \langle n_k\rangle + \langle n_k\rangle^2 \left[\frac{(2k)!}{(k!)^2} - 1\right],$$

характерные для случая k-квантового детектирования излучения с экспоненциальным распределением интенсивности $P(I) = \frac{1}{\langle I\rangle} \exp\left(-\frac{I}{\langle I\rangle}\right)$ свойственным тепловому источнику и являющемся частным случаем распределения (11б) при $\gamma = 1$.

Полученные соотношения показывают, что непосредственное изучение флуктуационных характеристик многоквантового фототока позволяет изучать корреляционные функции высоких порядков. В свою очередь, использование более сложных схем фотодетектирования, которые здесь не рассматривались (эксперименты типа Хэнбери Брауна — Твисса, различные схемы фотоэлектрических регистраций с временными задержками и т. п.), позволит, в принципе, экспериментально изучать свойства функций корреляции еще более высоких порядков, что особенно важно, когда изучаемые поля существенно отличаются от тепловых и, следовательно, корреляционные функции высших порядков несводимы к функциям корреляции более низких порядков, как это имеет место для теплового излучения.

Московский физико-технический институт
Долгопрудный Моск. обл.

Поступило
9 IV 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. Вольф, Л. Мандель, УФН, 87, 491 (1965); 88, 347, 619 (1966). [2] J. A. Armstrong, A. W. Smith, Progress in Optics, 6, Amsterdam, 1967, p. 211. [3] А. Д. Гладун, П. П. Барашев, УФН, 98, 493 (1969). [4] П. П. Барашев, ЖЭТФ, 59, № 10 (1970). [5] L. Mandel, E. C. G. Sudarshan, E. Wolf, Proc. Phys. Soc. (London), 84, 435 (1964). [6] L. Mandel, Proc. Phys. Soc. (London), 72, 1037 (1958). [7] L. Mandel, Phys. Rev., 136, 1221B (1964); 144, 1071 (1966). [8] Б. Р. Левин, Теоретические основы статистической радиотехники, М., 1969. [9] Р. Глаубер, В сборн. Квантовая оптика и квантовая радиофизика, М., 1966, стр. 91. [10] H. Risken, Zs. Phys., 186, 85 (1965). [11] G. Lachs, J. Appl. Phys., 38, 3439 (1967). [12] P. J. Magill, R. P. Soni, Phys. Rev. Letters, 16, 911 (1966).