Доклады Академии наук СССР
1970. Том 195, № 1

УДК 541.126 *ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ*

Ю. А. ГОСТИНЦЕВ, П. Ф. ПОХИЛ, Л. А. СУХАНОВ

ПОЛНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ГОРЕНИИ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 21 V 1970)

В отличие от традиционного подхода к решению задачи о нестационарном горении пороха в полузамкнутом объеме [1, 2], в статье рассматриваются два принципиальных эффекта: 1) неадиабатичность нестационарного фронта пламени, связанная с переменным во времени потоком тепла из пламени в конденсированную фазу (К-фазу) пороха; 2) незавершенность химических реакций, присущая горению конденсированных веществ в стационарном режиме при низких давлениях, а в нестационарном — при больших градиентах температуры на поверхности.

При формулировании проблемы использована модель горения пороха с переменной температурой горящей поверхности и с квазистационарными газовой фазой и зоной химической реакции в К-фазе [3, 4], модифицированная на случай переменной полноты сгорания. Можно показать, что в такой модели мгновенные значения скорости горения u, температуры горящей поверхности T_s и температуры пламени T_f зависят только от давления p и градиента температуры на поверхности со стороны конденсированной фазы $\varphi_s = (\partial T^0 / \partial x)_s$. При этом нестационарные зависимости

$$u = u(p, \varphi_s), \quad T_s = T_s(p, \varphi_s), \quad T_f = T_f(p, \varphi_s) \tag{1}$$

определяются из стационарных соотношений

$$\bar{u} = \bar{u}(p, T_0), \quad \bar{T}_s = \bar{T}_s(p, T_0), \quad \bar{T}_f = \bar{T}_f(p, T_0) \tag{2}$$

посредством исключения начальной температуры T_0 с помощью известного решения Михельсона $T_0 = \bar{T}_s - \bar{\varphi}_s(\varkappa / \bar{u})$. (Черта над функциями отмечает их стационарные значения.)

Если зависимость давления от времени t известна, то в пределах принятой модели нестационарное горение пороха описывается краевой задачей для уравнения теплопроводности

$$\begin{gathered}
\frac{\partial T^0}{\partial t} = \varkappa \frac{\partial^2 T^0}{\partial x^2} - u(p, \varphi_s)\frac{\partial T^0}{\partial x}, \quad -\infty < x \leqslant 0, \\
T^0(0, t) = T_s(p, \varphi_s), \quad T^0(-\infty, t) = T_0, \\
T^0(x, 0) = T_0 + (\bar{T}_s - T_0)\exp\frac{\bar{u}x}{\varkappa}
\end{gathered} \tag{3}$$

и алгебраическими связями

$$T_f = T_f(p, \varphi_s), \quad u = u(p, \varphi_s). \tag{4}$$

Для определения зависимости давления от времени рассмотрим уравнения газодинамики совершенного, идеального и нетеплопроводного газа в камере двигателя. Пренебрегая скоростью и кинетической энергией газа по сравнению со скоростью звука и энтальпией потока, имеем

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} = 0, \\
\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p,
\end{gathered} \tag{5}$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \mathbf{V} H),$$

$$p = R\rho T,$$

где $E = c_v T$ и $H = c_p T$ соответственно внутренняя энергия и энтальпия газа. После осреднения уравнений (5) по объему получим систему для определения давления и температуры газа в камере

$$\frac{d}{dt}(\rho W) = \rho_s u S - \frac{\psi}{\sqrt{RT}} p\sigma,$$

$$\frac{d}{dt}(\rho E W) = \rho_s u S H_f - \frac{\psi}{\sqrt{RT}} p H \sigma, \tag{6}$$

$$dW / dt = uS.$$

Здесь W — объем камеры, S — площадь горящей поверхности пороха (принято $S = \bar{S} = \text{const}$), $\Psi(\gamma)$ — известная функция от $\gamma = c_p / c_v$ в коэффициенте истечения, σ — площадь критического сечения сопла. (При выводе (6) было сделано дополнительное предположение о малости градиентов давления и энтальпии по длине камеры). Следствием осреднения поля температуры по объему является наличие разрыва температуры на фронте пламени в нестационарных условиях. Очевидно, что при точном решении уравнений (5) такого разрыва не существует, а давление и температура будут функциями не только времени, но и координат. Физически это соответствует появлению волн давления и температуры в объеме при нестационарном процессе.

Вводя безразмерные параметры $t_k = \bar{W} / \bar{A}\bar{F}\bar{\sigma}$, $\bar{F} = \gamma R \bar{T}_f$, $\bar{A} = \Psi / \sqrt{R\bar{T}_f}$, $\Psi = \sqrt{\gamma}(2/\gamma+1)^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$, $\bar{\vartheta}_0 = T_0 / \bar{T}_f$, $\bar{\vartheta}_s = \bar{T}_s / \bar{T}_f$, $\varepsilon = S\bar{u}t_k / \bar{W}$, $t_s = \varkappa / \bar{u}^2$, $\chi = t_k / t_s$, и функции $v = u / \bar{u}$, $\pi = p / \bar{p}$, $\Sigma = \sigma / \bar{\sigma}$, $\vartheta = T / \bar{T}_f$, $\vartheta_s = T_s / \bar{T}_f$, $\vartheta_f = T_f / \bar{T}_f$, $\tau = t / t_s$, $\xi = \bar{u}x / \varkappa$, $\varphi = (\partial\vartheta / \partial\xi)_{\xi=0}(\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0)^{-1}$, $\omega = W / \bar{W}$, (3), (4), (6) запишем в виде

$$\frac{1}{\chi}\frac{\partial\vartheta^0}{\partial\tau} + v(\pi, \varphi)\frac{\partial\vartheta^0}{\partial\xi} - \frac{\partial^2\vartheta^0}{\partial\xi^2} = 0, \; \xi \leqslant 0, \tag{7}$$

$$\vartheta^0(0, \tau) = \vartheta_s(\pi, \varphi), \quad \bar{\vartheta}^0(-\infty, \tau) = \bar{\vartheta}_0, \quad \bar{\vartheta}^0(\xi, 0) = \bar{\vartheta}_0 + (\bar{\vartheta}_s - \bar{\vartheta}_0)\exp\xi;$$

$$\vartheta_f = \vartheta_f(\pi, \varphi), \quad v = v(\pi, \varphi), \tag{8}$$

$$\chi\omega d\pi / d\tau = v\vartheta_f - \pi\vartheta^{1/2}\Sigma - \pi v\varepsilon, \tag{9}$$

$$\chi\gamma\omega\frac{d\vartheta}{d\tau} = \frac{v}{\pi}(\gamma\vartheta_f\vartheta - \vartheta^2) + (1-\gamma)\vartheta^{3/2}\Sigma, \tag{10}$$

$$d\omega / d\tau = v\varepsilon. \tag{11}$$

Начальные условия к (8—11) выбираются как стационарные решения соответствующих уравнений

$$v(0) = \vartheta(0) = \vartheta_f(0) = \pi(0) = \omega(0) = 1{,}0. \tag{12}$$

Система (7)—(12) замкнута и по заданному закону изменения критического сечения сопла $\Sigma(\tau)$ позволяет определить все осредненные величины при нестационарном процессе.

Видно, что основным параметром, определяющим вклад эффекта нестационарности горения пороха при переходном режиме, является параметр χ ($\chi = t_k / t_s$ — отношение характерных времен камеры и прогретого слоя К-фазы). Только в случае, когда $\chi \gg 1$ для расчета переходных процессов можно пользоваться формулами (2) стационарного горения, причем учет неполноты сгорания пороха (зависимость T_f от p и T_0) по-прежнему важен.

Отметим в заключение, что нестационарные связи (1) могут быть получены либо из экспериментальных зависимостей $\bar{u}(p, T_0)$, $\bar{T}_s(p, T_0)$, $\bar{T}_t(p, T_0)$, либо после детализации механизма стационарного горения пороха.

Институт химической физики
Академии наук СССР
Москва

Поступило
18 V 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Б. Зельдович, Журн. прикл. мех. и техн. физ., № 1 (1963). [2] Б. В. Новожилов, там же, № 5 (1962). [3] Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, в. 11—12 (1942). [4] Б. В. Новожилов, Журн. прикл. мех. и техн. физ. № 1 (1967).