Доклады Академии наук СССР
1970. Том 195, № 4

УДК 537.312.62 **ФИЗИКА**

Р. А. ВОЛКОВ, В. И. СКОБЕЛКИН

О ДВИЖЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ДВУХ ФАЗ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

(Представлено академиком С. А. Векшинским 11 III 1970)

Для сверхпроводников 2-го рода, какими являются тонкие пленки (толщина пленки d существенно меньше глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник δ) справедливы уравнения Максвелла — Лондонов [1]

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\rho, \ \operatorname{div} \mathbf{H} = 0,$$

$$\rho_s + \rho_n = \rho, \quad \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n = \mathbf{j}, \quad \mathbf{j}_n = \sigma \mathbf{E}, \tag{1}$$

$$\mathbf{E} = \frac{d}{dt}(\lambda \mathbf{j}_s), \ \lambda = \frac{m}{n_s e^2} \geqslant \frac{4\pi\mu\delta^2}{c^2} = \lambda_0,$$

где $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля; $\mathbf{j}$ — вектор плотности тока; σ — обычная проводимость, конечная при любых температурах; λ — постоянная Лондона, зависящая от абсолютной температуры T и напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$; n_s — концентрация сверхпроводящих электронов (куперовских пар); e — заряд электрона; ρ — плотность заряда; m — масса электрона; μ — магнитная проницаемость; c — скорость света в вакууме; ε — диэлектрическая проницаемость. Индексы s и n относятся соответственно к сверхпроводящему и нормальному состояниям. В дальнейшем предполагается $\rho = 0$; $\operatorname{div} \mathbf{j}_n = 0$; $\operatorname{div} \mathbf{j}_s = 0$.

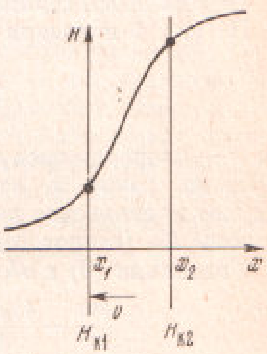

Рис. 1. $x < x_1$ — сверхпроводящая фаза, $x > x_2$ — нормальная фаза; $x_1 x_2$ — промежуточное состояние

Сверхпроводящие плоские пленки допускают введение функций тока [2] $\psi_s(x, y, t)$, $\psi_n(x, y, t)$, $\psi = \psi_s + \psi_n$ относительно координат x, y в плоскости пленки (ось z направлена нормально к пленке):

$$j_{sx} = \partial\psi_s / \partial y, \quad j_{sy} = -\partial\psi_s / \partial x,$$

$$j_{nx} = \partial\psi_n / \partial y, \quad j_{ny} = -\partial\psi_n / \partial x, \tag{2}$$

$$j_x = \partial\psi / \partial y, \quad j_y = -\partial\psi / \partial x.$$

Уравнения Максвелла — Лондонов для таких пленок примут вид

$$\Delta\psi_n - \frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dT}(\nabla T \cdot \nabla\psi_n) = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma}\frac{\partial^2\psi_n}{\partial t^2}\right),$$

$$\Delta\psi_s + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial T}\nabla T + \frac{\partial\lambda}{\partial\psi}\nabla\psi\right)\nabla\psi_s = \frac{4\pi\mu}{c^2\lambda}\left(\psi + \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma}\frac{\partial\psi_n}{\partial t}\right), \tag{3}$$

где Δ — двухмерный оператор Лапласа; $\psi = \frac{c}{4\pi}H_z$, $H_x = H_y = 0$. Граничные условия на контуре пленки $\partial\psi / \partial l = \partial\psi_s / \partial l = \partial\psi_n / \partial l = 0$ (l — направление контура).

Пусть x_1x_2 — слой, разделяющий сверхпроводящую область от нормальной (рис. 1). Допустим, что поля квазистационарные, задача одномерная (x, t) и $\lambda = \lambda(H)$ (закритическая область по T). При этих предположениях уравнения (3) примут вид

$$\Delta\psi_n = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial\psi}{\partial t},$$

$$\lambda\Delta\psi_s + \frac{d\lambda}{d\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi_s}{\partial x} = \frac{4\pi\mu}{c^2}\psi. \tag{4}$$

Используя соотношение $\psi = \psi_s + \psi_n$, можно преобразовать (4) к виду, содержащему только ψ_s и только ψ_n и их производные.

Интегрируя (4) по x, находим

$$\frac{\partial\psi_n}{\partial x} = j_n = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{-\infty}^{x}\psi\,dx. \tag{5}$$

Умножая первое уравнение (4) на λ и складывая со вторым, получим

$$\lambda\Delta\psi + \frac{\partial\lambda}{\partial x}\frac{\partial\psi_s}{\partial x} = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\left(\lambda\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{1}{\sigma}\psi\right). \tag{6}$$

Далее

$$\frac{\partial\psi_s}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{\partial\psi_n}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{-\infty}^{x}\psi\,dx. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (6), найдем

$$\Delta\psi + \frac{\partial\ln\lambda}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{-\infty}^{x}\psi\,dx\right) = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{1}{\sigma\lambda}\psi\right). \tag{8}$$

Ограничимся стационарными решениями вида $\psi(x, t) = \psi(x - vt)$. На рис. 1 показана зависимость H от x. В линейном приближении

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_1 = \frac{H_{k2} - H_{k1}}{x_2 - x_1} = \frac{H_{k2} - H_{k1}}{-v\tau}, \tag{9}$$

где v — скорость распространения нормальной фазы, τ — время фазового перехода. Точка x_1 отвечает началу реакции и магнитному полю H_{k1} (первое критическое поле), а точка x_2 отвечает концу реакции и магнитному полю H_{k2} (второе критическое поле).

Уравнение (8) в области левее x_1 примет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{1}{\sigma\lambda_0}\psi\right) = \ddot{\psi} + \alpha\dot{\psi} + \beta\psi = 0, \tag{10}$$

где $\dot{\psi} = d\psi/dz$, $\ddot{\psi} = d^2\psi/dz^2$, $\partial\psi/\partial t = -v\,d\psi/dz$, $\alpha = 4\pi\mu\sigma v/c^2$, $\beta = -4\pi\mu/\lambda_0 c^2$, $z = x - vt$.

Характеристическое уравнение для (10) дает корни

$$2p_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2} > 0, \quad 2p_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4\beta} < 0.$$

Общее решение уравнения (10) $\psi = C_1e^{p_1z} + C_2e^{p_2z}$.

Так как для точек левее x_1 координата $x < 0$ и при $x = -\infty$ $\psi = 0$, то $C_2 = 0$ и $\psi = C_1e^{p_1z} = \psi_{k1}e^{p_1z}$, где

$$\psi_{k1} = \frac{c}{4\pi}H_{k1}, \quad \psi = \frac{c}{4\pi}H.$$

Дифференцируя найденное решение по x, получим

$$2\frac{\partial H_{k1}}{\partial x} = 2H_{k1}p_1 = H_{k1}\left(-\frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}v + \sqrt{\left(\frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\right)^2v^2 + \frac{16\pi\mu}{c^2\lambda_0}}\right). \tag{11}$$

Возводя последнее соотношение в квадрат, используя (9) и полагая $H_{k2} = \eta H_{k1}$, найдем

$$v = \frac{(1-\eta)c}{2}\sqrt{\frac{\lambda_0}{\pi\mu\tau(\tau+\sigma\lambda_0(\eta-1))}}. \tag{12}$$

Величина v не превосходит скорости распространения фононных возмущений и имеет порядок скорости звука. При фазовом переходе сверхпроводника 2-го рода из сверхпроводящего в нормальное состояние в отличие от сверхпроводников 1-го рода отрицательный знак поверхностной энергии делает невозможным равновесие нормальной и сверхпроводящей фаз. Нормальная фаза распространяется по сверхпроводящей со скоростью v.

Для вычисления v по формуле (12) необходимо знать время фазового перехода τ. Для вычисления τ рассмотрим движение нормальной фазы как движение поверхности $H = H_{k1}$. Граничные условия на такой поверхности будут

$$p_1^+ = \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_1^+ = -\frac{4\pi}{c}j_1^+ = -\frac{4\pi}{c}(j_n^+ + j_s^+)_1, \tag{13}$$

где знак $+$ указывает на значение соответствующих физических величин на поверхности $H = H_{k1}$ справа (рис. 1).

Соотношения (13) следуют из уравнений Максвелла — Лондонов (1). Дифференцируя (13) по t, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_1^+ = -v\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\right)_1^+ = -\frac{4\pi}{c}\left(\sigma\frac{\partial E_1^+}{\partial t} + \frac{\partial j_{s1}^+}{\partial t}\right) = -\frac{4\pi}{c}\left[-\sigma v\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)_1^+ + \right.$$

$$\left. + \frac{E_1^+}{\lambda_0}\right] = -\frac{4\pi}{c}\left[\frac{\mu\sigma v^2}{c}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_1^+ + \frac{E_1^+}{\lambda_0}\right] = -\frac{4\pi}{c}\left(-\frac{4\pi\mu\sigma^2 v^2}{c^2}E_1^+ + \frac{E_1^+}{\lambda_0}\right). \tag{14}$$

В (14) $(\partial E / \partial x)_1^+$ выражено через $\partial H_1^+ / \partial t$ из второго уравнения (1), а оператор $\partial / \partial t$ заменен на $-v\,\partial / \partial x$ (в силу того, что на поверхности $H = H_{k1}$ значение магнитного поля сохраняется во времени). Рассматривая поверхность $H = H_{k1}$ как поверхность сильного разрыва между чисто сверхпроводящей фазой (левее x_1 на рис. 1) и остальной частью пленки, можно установить связь между E_1^+ и H_{k1}^+. Пренебрегая глубиной δ проникновения магнитного поля в сверхпроводящую часть пленки по сравнению с характерным размером (диаметром) пленки, получим [3, 4]

$$E_1^+ = \frac{v}{c}\mu H_{k1}. \tag{15}$$

Подставляя E_1^+ из (15) в (14), замечая, что $(\partial^2 H / \partial x^2)_1^+ = (p_1^+)^2 H_{k1}$ и сокращая на $v \neq 0$ и $H_{k1} \neq 0$, найдем

$$(p_1^+)^2 = 4\pi\mu / \lambda_0 c^2 - (4\pi\mu\sigma / c^2)^2 v^2. \tag{16}$$

С другой стороны по непрерывности $p_1^+ = p_1^-$, где p_1^- — значение p на поверхности $H = H_{k1}$ слева (рис. 1). Из (11) имеем

$$(p_1^-) = {}^1/_4(-4\pi\mu\sigma v / c^2 + \sqrt{(4\pi\mu\sigma / c^2)^2 v^2 + 16\pi\mu / \lambda_0 c^2})^2. \tag{17}$$

Приравнивая p_1^+ из (16) и p_1^- из (17), получим

$$v = -\frac{c}{2\sigma\sqrt{2\pi\mu\lambda_0}} = -\frac{ec}{2\sigma}\sqrt{\frac{n}{2\pi\mu m}}, \tag{18}$$

где n — полная концентрация электронов в металле (в 1 см^3). Формула (18) не содержит явно магнитных полей H_{k1} и H_{k2}. Подставляя в (18) $\sigma =$

$= 10^{20}$, $c = 3\cdot 10^{10}$, $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$, $n \sim 10^{22}$, $\mu \approx 1$, $m \cong 10^{-27}$, получим $v \sim 10^5$ *см / сек.*

Сравнивая (18) с (12), найдем

$$\tau = \sigma\lambda_0(\eta - 1) = \frac{\sigma m}{ne^2}\left(\frac{H_{k2}}{H_{k1}} - 1\right). \tag{19}$$

Для сверхпроводников 2-го рода $\eta = H_{k2} / H_{k1} \approx 10^3 \gg 1$, поэтому можно написать

$$\tau = \frac{\sigma m}{ne^2}\frac{H_{k2}}{H_{k1}}. \tag{20}$$

Для значений физических величин, приведенных выше, $\tau \sim 10^{-7}$ сек, В зависимости от σ, n, η для различных сверхпроводников τ, вычисленное по (20), изменяется в пределах $10^{-6} - 10^{-8}$ сек. Ширина зоны реакции $x_2 - x_1 = v\tau$ колеблется в пределах $10^{-1} - 10^{-3}$ см. Во всяком случае $x_2 - x_1 \gg \xi$, где ξ — параметр куперовской корреляции. Условие $x_2 - x_1 \gg \xi$ находится в полном соответствии с требованием для сверхпроводников 2-го рода и допустимостью уравнений Максвелла — Лондонов.

Полученный результат о движении возмущения в виде нормальной фазы в сверхпроводнике 2-го рода необходимо учитывать при проектировании тонкопленочных криотронов. Хотя пленка устойчива относительно возмущения магнитного поля, но за время магнитной релаксации $\tau_H = 4\pi\mu\sigma : c^2\nu_1$, где μ — магнитная проницаемость, c — скорость света в вакууме, ν_1 — наименьшее собственное значение уравнения $\Delta\psi + \nu\psi = 0$ с граничными условиями $\psi = 0$ на контуре пленки l [2], нормальная фаза успеет распространиться на значительные расстояния. Для пленки с проводимостью $\sigma \cong 10^{20}$ толщиной 0,3 μ, шириной 0,03 мм и длиной 2 мм $\tau \cong 10^{-7}$ сек., и полагая $v = 10^5$ см/сек., получим область расширения нормальной фазы $v\tau_H = 0{,}1$ мм, что значительно превосходит ширину пленки.

Время фазового перехода τ, определяемое по (20), лимитирует быстродействие тонкопленочных криотронов. Техническое осуществление значительного быстродействия невозможно, если время переключения меньше времени фазового перехода τ. Следовательно, проблема быстродействия криотрона сводится к уменьшению отношения H_{k2} / H_{k1}, т. е. к получению оптимальных магнитных свойств пленки (если при этом использованы резервы уменьшения τ за счет σ и n).

Московский институт электронной техники

Поступило 7 III 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. де Жен, Сверхпроводимость металлов и сплавов, М., 1968. [2] В. И. Скобелкин, Э. А. Жильков, В. И. Пучков, ФТТ, 11, 10 (1969). [3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, 1957, стр. 227. [4] A. B. Pippard, Phil. Mag., 41, № 314 (1950).