Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 3 (114), 2019

УДК 512.542

Дуально пронормальные подгруппы и подгруппы Фишера конечных групп

Т.Б. Караулова

Пусть $\mathfrak{F}$ – множество Фиттинга группы G и $F \in \mathfrak{F}$. Подгруппа F группы G называется $\mathfrak{F}$-*подгруппой Фишера* G, если F содержит каждую $\mathfrak{F}$-подгруппу G, нормализуемую F. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-*дуально пронормальной* в G, если $\langle H, H^g \rangle_{\mathfrak{F}}$ содержится в H для каждого $g \in G$. Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\varnothing \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \setminus \pi$. Символами $\mathfrak{S}^{\pi}$ и $\mathfrak{E}_{\pi'}$ обозначим класс всех π-разрешимых и всех π'-групп, соответственно; $\sigma\ \mathfrak{F}$ – множество всех простых делителей всех $\mathfrak{F}$-подгрупп G. Множество Фиттинга $\mathfrak{F}$ группы G называется π-*насыщенным*, если $\mathfrak{F} = \ H \leq G : H/H_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{E}_{\pi'}$. В настоящей работе найдена характеризация $\mathfrak{F}$-подгрупп Фишера посредством $\mathfrak{F}$-дуально пронормальных подгрупп в следующих случаях: 1) $G \in \mathfrak{S}^{\pi}$ и $\mathfrak{F}$ – наследственное π-насыщенное множество Фиттинга; 2) $\mathfrak{F}$ – множество Фиттинга π-разрешимой группы G и $\pi = \sigma\ \mathfrak{F}$.

Ключевые слова: множество Фиттинга группы G, $\mathfrak{F}$-инъектор, $\mathfrak{F}$-дуально пронормальная подгруппа G, $\mathfrak{F}$-подгруппа Фишера группы G.

Let $\mathfrak{F}$ be a Fitting set of a group G and $F \in \mathfrak{F}$. A subgroup F of a group G is said to be *Fischer* $\mathfrak{F}$-*subgroup of* G if F contains every $\mathfrak{F}$-subgroup G normalized by F. A subgroup H of a group G is said to be $\mathfrak{F}$-*dual pronormal* in G if $\langle H, H^g \rangle_{\mathfrak{F}}$ is contained in H for every $g \in G$. Let $\mathbb{P}$ be the set of all primes, $\varnothing \neq \pi \subseteq \mathbb{P}$ and $\pi' = \mathbb{P} \setminus \pi$. We denotes by $\mathfrak{S}^{\pi}$ and $\mathfrak{E}_{\pi'}$ the class of all π-soluble groups and π'-groups, respectively; $\sigma\ \mathfrak{F}$ is the set of all primes dividing of all $\mathfrak{F}$-subgroups of G. A Fitting set $\mathfrak{F}$ of a group G is said to be π-*saturated* if $\mathfrak{F} = \ H \leq G : H/H_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{E}_{\pi'}$. In this paper the characterization Fischer $\mathfrak{F}$-subgroups via $\mathfrak{F}$-dual pronormal subgroups in the following cases: 1) $G \in \mathfrak{S}^{\pi}$ and $\mathfrak{F}$ is the hereditary π-saturated Fitting set; 2) $\mathfrak{F}$ is the Fitting set of π-soluble group G and $\pi = \sigma\ \mathfrak{F}$.

Keywords: Fitting set of a group G, $\mathfrak{F}$-injector, $\mathfrak{F}$-dual pronormal subgroup of a group G, Fischer $\mathfrak{F}$-subgroup of a group G.

1. Введение. В работе рассматриваются только конечные группы. В терминологии и обозначениях мы следуем [1]. Подгруппа H группы G называется *дуально пронормальной* в G [2], если подгруппа Фиттинга группы $\langle H, H^g \rangle$ содержится в H.

Д'Аниелло в [3, с. 426] расширила понятие дуальной пронормальности в смысле следующего определения.

Определение 1.1. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– класс Фиттинга. Подгруппа* U *группы* G *называется* $\mathfrak{F}$-*дуально пронормальной в* G*, если* $\langle U, U^g \rangle_{\mathfrak{F}}$ *содержится в* U *для каждого* $g \in G$.

Напомним, что *классом Фиттинга* [1, с. 563] называется класс групп $\mathfrak{F}$, замкнутый относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то каждая группа G обладает максимальной нормальной $\mathfrak{F}$-подгруппой, которую называют $\mathfrak{F}$-*радикалом* G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Непустое множество $\mathfrak{F}$ подгрупп группы G называют *множеством Фиттинга* G [1, определение VIII. 2.1], когда выполняются следующие условия: (i) если $T \trianglelefteq S \in \mathfrak{F}$, то $T \in \mathfrak{F}$;

(ii) если $S,T\in\mathfrak{F}$ и $S,T\trianglelefteq ST$, то $ST\in\mathfrak{F}$; (iii) если $S\in\mathfrak{F}$ и $x\in G$, то $S^x\in\mathfrak{F}$. Непустое множество $\mathfrak{F}$ подгрупп группы G называется *наследственным множеством* G или *множеством* G, *замкнутым относительно подгрупп*, если $G\in\mathfrak{F}$ и $H\leq G$, то $H\in\mathfrak{F}$.

Определение 1.2 [1, определение VIII. 4.1]. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– множество Фиттинга группы* G *и* $F\in\mathfrak{F}$. *Подгруппа* F *группы* G *называется* $\mathfrak{F}$*-подгруппой Фишера* G, *если* F *содержит каждую* $\mathfrak{F}$*-подгруппу* G, *нормализуемую* F.

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\varnothing\neq\pi\subseteq\mathbb{P}$ и $\pi'=\mathbb{P}\setminus\pi$. *Произведением* $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{H}$ *множества Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *группы* G *и класса Фиттинга* $\mathfrak{H}$ [4, с. 218] называется множество всех таких подгрупп H группы G, что $H/H_{\mathfrak{F}}\in\mathfrak{H}$, то есть $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{H}=\{H\leq G : H/H_{\mathfrak{F}}\in\mathfrak{H}\}$. Пусть $\varnothing\neq\pi\subseteq\mathbb{P}$. Множество Фиттинга группы G называется π*-насыщенным*, если $\mathfrak{F}\circ\mathfrak{E}_{\pi'}=\mathfrak{F}$, где $\mathfrak{E}_{\pi'}$ – класс всех π'-групп. Символами $\mathfrak{S}^{\pi}$ и $\sigma(\mathfrak{F})$ будем обозначать класс всех π-разрешимых групп и множество всех простых делителей всех $\mathfrak{F}$-подгрупп G, соответственно.

В работе [3] было установлено, что $\mathfrak{F}$-инъекторы разрешимой группы для наследственного класса Фиттинга $\mathfrak{F}\subseteq\mathfrak{S}$ это в точности её $\mathfrak{F}$-дуально пронормальные $\mathfrak{F}$-максимальные подгруппы.

В настоящей работе мы развиваем и, в частности, обобщаем результаты Д'Аниелло [3] и Перез-Рамос [5] о характеризации $\mathfrak{F}$-подгрупп Фишера групп в общем случае, неразрешимых.

Основные результаты работы представляют следующие теоремы.

Теорема 1.3. *Пусть* $G\in\mathfrak{S}^{\pi}$ *и* $\mathfrak{F}$ *– наследственное* π*-насыщенное множество Фиттинга группы* G. *Если* F *– подгруппа группы* G, *то следующие утверждения эквивалентны:*

(1) F *–* $\mathfrak{F}$*-подгруппа Фишера группы* G, *содержащая холлову* π'*-подгруппу* G;

(2) F *–* $\mathfrak{F}$*-инъектор группы* G;

(3) F *–* $\mathfrak{F}$*-максимальная и* $\mathfrak{F}$*-дуально пронормальная подгруппа* G.

Теорема 1.4. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– множество Фиттинга* π*-разрешимой группы* G. *Если* $\pi=\sigma(\mathfrak{F})$ *и* F *– подгруппа группы* G, *то следующие утверждения эквивалентны:*

(1) F *–* $\mathfrak{F}$*-подгруппа Фишера группы* G;

(2) F *–* $\mathfrak{F}$*-максимальная и* $\mathfrak{F}$*-дуально пронормальная подгруппа* G.

2. Свойства дуальной пронормальности.

Лемма 2.1. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– наследственное множество Фиттинга группы* G. *Подгруппа* V *является* $\mathfrak{F}$*-дуально пронормальной в* G *тогда и только тогда, когда* $V\trianglelefteq G$.

Доказательство леммы осуществляется непосредственной проверкой.

Лемма 2.2. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– наследственное множество Фиттинга группы* G. *Если подгруппа* V *группы* G *является* $\mathfrak{F}$*-дуально пронормальной в* G, $K\leq G$ *и* V *нормализует* $K_{\mathfrak{F}}$, *то* $K_{\mathfrak{F}}\leq N_G(V)$.

Доказательство. Покажем, что $K_{\mathfrak{F}}\leq V$. Так как $V\leq N_G(K_{\mathfrak{F}})$, по определению нормализатора справедливо, что $K_{\mathfrak{F}}=v^{-1}K_{\mathfrak{F}}v$ для любого $v\in V$.

Известно, что $[V,x]=\langle [v,x] : v\in V, x\in K_{\mathfrak{F}}\rangle$. Кроме того, $[v,x]=v^{-1}x^{-1}vx$ – коммутатор элементов $v\in V$ и $x\in K_{\mathfrak{F}}$. Таким образом, нам достаточно выяснить, что $[V,x]\subseteq V$ для каждого $x\in K_{\mathfrak{F}}$. По условию леммы V нормализует $K_{\mathfrak{F}}$. Так как V – $\mathfrak{F}$-дуально пронормальная подгруппа G, то по лемме 2.1 подгруппа V нормальна в G. Следовательно, $V=V^x$ для любого $x\in G$. Таким образом, V^x нормализует $K_{\mathfrak{F}}$. Значит, $[V,x]^{\langle V,V^x\rangle}\subseteq K_{\mathfrak{F}}$. Так как $\mathfrak{F}$ – множество Фиттинга группы G, замкнутое относительно подгрупп, то $[V,x]^{\langle V,V^x\rangle}\in\mathfrak{F}$.

С другой стороны, $V,x^{\langle V,V^x\rangle} \trianglelefteq \langle V,V^x\rangle$, то есть $V,x^{\langle V,V^x\rangle} = V,x$ для любого $x \in K_{\mathsf{F}}$. Следовательно, $V,x \subseteq V,x^{\langle V,V^x\rangle} \subseteq \langle V,V^x\rangle_{\mathsf{F}} \subseteq V$.

Следствие 2.3. *Пусть* F *– наследственное множество Фиттинга группы* G. *Если* V *является* F*-дуально пронормальной в* G, *то* $G_{\mathsf{F}} \le N_G\ V$.

Лемма 2.4. *Пусть* F *– множество Фиттинга* π*-разрешимой группы* G. *Если* $\pi = \sigma\ \mathsf{F}$ *и* V *–* F*-дуально пронормальная подгруппа* G, *то* G_{F} *нормализует* V.

Доказательство. Предположим, что $G_{\mathsf{F}} \not\subseteq V$. Рассмотрим V-композиционный ряд G_{F} следующего вида: $1 \trianglelefteq \ldots \trianglelefteq L \trianglelefteq K = K_0 \trianglelefteq K_1 \trianglelefteq \ldots \trianglelefteq K_n = G_{\mathsf{F}}$, где $L \le V$ и $K = K_0$ не содержится в V.

Пусть $x \in K$. Предположим, что $V < \langle V,V^x\rangle \le VK$. Так как группа G π-разрешима и $G_{\mathsf{F}} \in \mathsf{F}$, то по утверждению (a) теоремы А. 10.2 из [1] G_{F} – π-разрешимая группа и все ее π-факторы абелевы. Так как $L \le V$ и K/L – абелева группа, то ввиду того, что рассмотренный нами ряд является V-композиционным, L является максимальной нормальной подгруппой K. Так как $V < \langle V,V^x\rangle \le VK$, V максимальна в VK.

Следовательно, $\langle V,V^x\rangle = VK$. Покажем, что $K \trianglelefteq VK$. Пусть $y = vk$ – произвольный элемент группы VK, где $v \in V$, $k \in K$. Тогда $vk^{-1}\ K\ vk = k^{-1}v^{-1}Kvk = k^{-1}Kk = K$.

Поскольку $K \trianglelefteq VK$, $K \in \mathsf{F}$ и V F-дуально пронормальна в G, мы имеем $K \le VK_{\ \mathsf{F}} = \langle V,V^x\rangle_{\mathsf{F}} \le V$. Следовательно, $K \le V \le N_G\ V$, что противоречит предположению о том, что $K \not\subseteq V$.

Если $K = G_{\mathsf{F}}$, то $L \lhd G_{\mathsf{F}} \le V \trianglelefteq N_G\ V$ и $G_{\mathsf{F}} \le N_G\ V$.

Пусть $K < G_{\mathsf{F}}$, то по индукции предположим, что $K_i \le N_G\ V$ для $i \in\ 0,\ldots,n\text{-}1$. Докажем, что $K_{i+1} \le N_G\ V$.

Разобьем доказательство на три последовательных шага:

(1) Если $x \in K_{i+1}$, *то* $\langle VK_i,\ VK_i^{\ x}\rangle_{\mathsf{F}} \le VK_i$. Пусть $x \in K_{i+1}$. По индуктивному предположению $K_i \le N_G\ V$. Так как $K_i \trianglelefteq K_{i+1}$, то $K_i = K_i^{\ x}$ нормализует V^x. Пусть $T = \langle V,V^x\rangle K_i$.

Тогда по определению подгруппы $\langle V,V^x\rangle$, утверждению (b) теоремы А. 1.2 из [1], $T = \langle V,V^x\rangle K_i = \langle VK_i,\ VK_i^{\ x}\rangle$.

Следовательно,

$$\langle VK_i,\ VK_i^{\ x}\rangle_{\mathsf{F}} = T_{\mathsf{F}} = T \cap T_{\mathsf{F}} = \langle V,V^x\rangle K_i \cap T_{\mathsf{F}} = K_i\ \ \langle V,V^x\rangle \cap T_{\mathsf{F}}\ \ = K_i \langle V,V^x\rangle_{\mathsf{F}}.$$

Так как V – F-дуально пронормальна в G, то $K_i \langle V,V^x\rangle_{\mathsf{F}} \le K_i V$.

(2) $K_{i+1} \le N_G\ VK_i$. Предположим, что $K_{i+1} \not\le VK_i$. Пусть $x \in K_{i+1}$ и $VK_i < \langle VK_i,\ VK_i^{\ x}\rangle \le VK_{i+1} = VK_i\ \ K_{i+1}$.

Используя (1), получаем $\langle VK_i,\ VK_i^{\ x}\rangle_{\mathsf{F}} \le VK_i < VK_i\ \ K_{i+1}$. Учитывая, что подгруппа VK_i максимальна в $VK_i\ \ K_{i+1}$, имеем $K_{i+1} \le VK_i$, что противоречит предположению о том, что $K_{i+1} \not\le VK_i$ и утверждение (2) доказано.

(3) $K_{i+1} \le N_G\ V$. Заметим, что $V \trianglelefteq VK_i \trianglelefteq VK_i\ \ K_{i+1} = VK_{i+1}$ ввиду (2). Если $x \in K_{i+1}$, то $\langle V,V^x\rangle$ субнормальна в VK_{i+1}. Следовательно,

$$\left\langle V,V^{x}\right\rangle = V\left\langle V,V^{x}\right\rangle \cap VK_{i+1} = V\left(\left\langle V,V^{x}\right\rangle \cap K_{i+1}\right) \le V\left(\left\langle V,V^{x}\right\rangle \cap VK_{i+1}\right)_{\mathfrak{F}}.$$

Так как V – $\mathfrak{F}$-дуально пронормальная подгруппа G, $V\left(\left\langle V,V^{x}\right\rangle \cap VK_{i+1}\right)_{\mathfrak{F}} = V\left\langle V,V^{x}\right\rangle_{\mathfrak{F}} \le V$. Следовательно, $V = V^{x}$, а значит, K_{i+1} нормализует V и $G_{\mathfrak{F}}$ нормализует V.

Следствие 2.5. *Пусть $\mathfrak{F}$ – множество Фиттинга π-разрешимой группы G. Если $\pi = \sigma(\mathfrak{F})$, V – $\mathfrak{F}$-дуально пронормальная подгруппа G и H – $\mathfrak{F}$-подгруппа G, которая нормализуется V, то H нормализует V.*

Доказательство. Так как V – $\mathfrak{F}$-дуально пронормальная подгруппа G и H – $\mathfrak{F}$-подгруппа G такая, что $V \le N_G(H)$, то по лемме 2.4 $G_{\mathfrak{F}}$ нормализует V. Значит, $G_{\mathfrak{F}} \le N_G(V)$. Следовательно, $H \le G_{\mathfrak{F}} \le N_G(V)$ и H нормализует V.

3. Доказательства теорем 1.3 и 1.4. Напомним, что множество Фиттинга $\mathfrak{F}$ группы G называется *множеством Фишера* [1, с. 554], если из того, что $L \le G$, $K \trianglelefteq L \in \mathfrak{F}$ и H/K – p-подгруппа L/K для некоторого простого p, всегда следует $H \in \mathfrak{F}$.

Доказательство теоремы 1.3. $(1) \Rightarrow (2)$. Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственное π-насыщенное множество Фиттинга π-разрешимой группы G и F – $\mathfrak{F}$-подгруппа Фишера группы G, содержащая холлову π'-подгруппу G. Очевидно, что каждое множество Фиттинга, замкнутое относительно подгрупп, является множеством Фишера. Следовательно, по теореме 0.3 из [6] F является $\mathfrak{F}$-инъектором группы G.

$(2) \Rightarrow (3)$. Так как $\mathfrak{F}$ – π-насыщенное множество Фиттинга π-разрешимой группы G, по утверждению 2 теоремы А из [4] группа G обладает $\mathfrak{F}$-инъектором. Пусть V – $\mathfrak{F}$-инъектор группы G. По определению $\mathfrak{F}$-инъектора V – $\mathfrak{F}$-максимальная подгруппа G. Докажем, что V является $\mathfrak{F}$-подгруппой Фишера G. Заметим, что $V \in \mathfrak{F}$. Пусть $L \in \mathfrak{F}$ и $V \le N_G(L)$. Покажем, что $L \le V$.

Пусть $x = vl$ – произвольный элемент группы VL, где $v \in V$, $l \in L$. Тогда $(vl)^{-1}L(vl) = l^{-1}v^{-1}Lvl = l^{-1}Ll = L$. Следовательно, подгруппа L нормальна VL и $L \le (VL)_{\mathfrak{F}}$. Поскольку $V \le VL$, по лемме 3.6 из [7] V является $\mathfrak{F}$-инъектором группы VL. Значит, $L \le (VL)_{\mathfrak{F}} \le V$ и V является $\mathfrak{F}$-подгруппой Фишера группы G.

По определению $\mathfrak{F}$-подгруппы Фишера G, V нормализует $\left\langle V,V^{x}\right\rangle_{\mathfrak{F}}$ для всех $x \in G$. Следовательно, $\left\langle V,V^{x}\right\rangle_{\mathfrak{F}} \le V$ для каждого $x \in G$ и V $\mathfrak{F}$-дуально пронормальна в G.

$(3) \Rightarrow (1)$. Пусть подгруппа V – $\mathfrak{F}$-максимальная и $\mathfrak{F}$-дуально пронормальна в G. Пусть L – $\mathfrak{F}$-подгруппа G, которая нормализуется V. Тогда по следствию 2.3 $L_{\mathfrak{F}} \le N_G(V)$. Так как множество Фиттинга G замкнуто относительно нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп, то $VL_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{F}$. Ввиду того, что V $\mathfrak{F}$-максимальна в G, $V \le VL_{\mathfrak{F}} = V$. Значит, $V \in \mathfrak{F}$, $L \le VL_{\mathfrak{F}} = V$ и $L_{\mathfrak{F}} \le V$. Таким образом, V – $\mathfrak{F}$-подгруппа Фишера группы G. Теорема доказана.

Доказательство теоремы 1.4. Пусть $\mathfrak{F}$ – множество Фиттинга π-разрешимой группы, где $\pi = \sigma(\mathfrak{F})$. По теореме 2.2 из [8] группа G обладает $\mathfrak{F}$-инъектором. Пусть V – $\mathfrak{F}$-инъектор группы G. По определению $\mathfrak{F}$-инъектора $V \in \mathfrak{F}$. Пусть $R \in \mathfrak{F}$ и $V \le N_G(R)$. Докажем, что $R \le V$.

Покажем, что $R \trianglelefteq VR$. Пусть $y = vr$ – произвольный элемент группы VR, где $v \in V$, $r \in R$. Тогда $(vr)^{-1}R(vr) = r^{-1}v^{-1}Rvr = r^{-1}Rr = R$ и подгруппа R нормальна в VR. Следовательно, $R \le \langle VR \rangle_{\mathfrak{F}}$. Поскольку $V \le VR$, по теореме 2.3 из [8] V является $\mathfrak{F}$-инъектором группы VR. Поэтому $R \le \langle VR \rangle_{\mathfrak{F}} \le V$. Это означает, что V является $\mathfrak{F}$-подгруппой Фишера группы G.

По определению $\mathfrak{F}$-подгруппы Фишера группы G, существует такая $\mathfrak{F}$-подгруппа G, которая нормализуется V, а именно, V нормализует $\langle V, V^x \rangle_{\mathfrak{F}}$ для всех $x \in G$. Следовательно, $\langle V, V^x \rangle_{\mathfrak{F}} \le V$ для каждого $x \in G$. Поэтому по определению $\mathfrak{F}$-дуально пронормальной подгруппы и $\mathfrak{F}$-инъектора, V является $\mathfrak{F}$-максимальной и $\mathfrak{F}$-дуально пронормальной в G.

Ввиду следствия 2.5 доказательство обратного утверждения аналогично доказательству импликации $3 \Rightarrow 1$ теоремы 1.3.

Заключение. В работе получена характеризация $\mathfrak{F}$-подгрупп Фишера π-разрешимой группы G с помощью $\mathfrak{F}$-дуально пронормальных подгрупп для наследственных π-насыщенных и произвольных множеств Фиттинга группы G.

Литература

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New-York : Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

2. D'Aniello, A. Su alcune classi di sottogruppi duali / A. D'Aniello, A. Leone // Boll. Un. Mat. Ital. – 1986. – D (6) 5, № 1. – S. 135–144.

3. D'Aniello, A. Dualpronormality and Fitting classes / A. D'Aniello // Comm. Algebra. – 1998. – Vol. 26, № 2. – P. 425–433.

4. Yang, N. On $\mathfrak{F}$-injectors of Fitting set of a finite group / N. Yang, W. Guo, N.T. Vorob'ev // Comm. Algebra. – 2018. – Vol. 46, № 1. – P. 217–229.

5. Perez-Ramos, M.D. On $\mathcal{A}$-normality, strong normality and $\mathfrak{F}$-dual pronormal subgroups in Fitting classes / M.D. Perez-Ramos // Journal of Group Theory. – 2000. – № 3. – P. 127–145.

6. Караулова, Т.Б. Инъекторы и подгруппы Фишера π-разрешимых групп / Т.Б. Караулова // Проблемы физики, математики и техники. – 2019. – Т. 39, № 2. – С. 41–46.

7. Семенов, М.Г. Формула инъектора конечной π-разрешимой группы / М.Г. Семенов // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – Т. 21, № 4. – С. 77–88.

8. Шеметков, Л.А. О подгруппах π-разрешимых групп / Л.А. Шеметков // Конечные группы. – Минск : Наука и техника, 1975. – С. 207–212.

Витебский государственный
университет им. П.М. Машерова

Поступила в редакцию 10.04.2019