Доклады Академии наук СССР
1971. Том 199, № 2

УДК 533.951.8

Н. Д. БОРИСОВ, А. Б. МИХАЙЛОВСКИЙ

ЭФФЕКТ ДЕСТАБИЛИЗАЦИИ ПЛАЗМЫ В КРИВОМ МАГНИТНО ПОЛЕ, СВЯЗАННЫЙ С КОНЕЧНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОННОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 8 I 1971)

Как известно, для создания гидромагнитно устойчивых плазменных фигураций используются магнитные поля с кривыми силовыми лини Гидромагнитная устойчивость достигается в случае, если средний ра кривизны силовых линий направлен против градиента давления пла При этом, однако, могут возникать дополнительные типы негидромагни неустойчивостей. Ранее был исследован класс негидромагнитных неус чивостей, связанных с наличием областей с неблагоприятной крив магнитного поля. К их числу относится неустойчивость запертых час впервые исследованная Б. Б. Кадомцевым и О. П. Погуце ([1, 2]). Дру примером таких неустойчивостей может служить хорошо известная гр тационно-диссипативная неустойчивость (см. ([3–5])).

В данной работе показывается, что кривизна силовых линий магнит поля может приводить к неустойчивостям даже тогда, когда направле кривизны всюду является благоприятным в указанном выше смысле. Пр тейшим примером такого поля, которое мы как раз и рассмотрим, явл азимутальное поле цилиндрической симметрии, $\mathbf{B}_0 = (0, B_0, 0)$, создава продольным током, протекающим по расположенному внутри плазмы таллическому проводнику. В этом случае кривизна поля, очевидно, пос янна вдоль силовой линии. Она является благоприятной в той области давление плазмы растет с удалением от оси симметрии.

Обсуждаемая неустойчивость связана с парными столкновениями м ду электронами и может быть изучена с использованием уравнений дв жидкостной гидродинамики типа Брагинского ([6]).

Считаем, что неоднородна только плотность плазмы n_0, но не тем ратура T_0, и что давление плазмы $P_0 \equiv n_0(T_{0e} + T_{0i})$ таково, что удов воряется двойное неравенство

$$\nu_e / \omega_{Be} \ll \beta \ll a / r.$$

Условие $\beta \gg \nu_e / \omega_{Be}$ можно записать еще и так: $T \gg 0{,}2 \cdot B_0^{2/5}$, где выражено в электронвольтах, B_0 — в гауссах.

Здесь $\beta = 8\pi P_0 / B_0^2$, ν_e — частота столкновений электронов с иона $\omega_{Be} = e_e B_0 / (m_e c)$ — циклотронная частота электронов, $a = (\partial \ln n_0 / \partial r)^{-}$ характерный размер градиента плотности, r — текущий радиус; индекса e, i обозначаются величины, характеризующие электроны и ионы соотв ственно. Плазма с $\nabla T_e = 0$ и $\beta > \nu_e / \omega_{Be}$ интересна тем, что в случае п мого и однородного магнитного поля в ней не могут раскачиваться круп масштабные возмущения ($\lambda_\perp \simeq a$, $\lambda_\perp$ — длина волны поперек B_0) с инк ментом порядка частоты, приводящие к Бомовской диффузии. (О не тойчивостях плазмы с $\beta \to 0$ см. обзоры ([7, 8]).) Правое неравенство (1) начает, что неоднородность магнитного поля обусловлена кривизной ловых линий, а не диамагнитными токами в плазме. Это вытекает из ловия равновесия $\partial(8\pi P_0 + B_0^2) / \partial r = -2B_0^2 / r$.

Электронную компоненту плазмы описываем уравнениями непрерывности и теплового баланса

$$\partial n_e / \partial t + \operatorname{div}(n_e \mathbf{v}_{\perp e}) = 0, \tag{2}$$

$$n_e(\partial T_e / \partial t + \mathbf{v}_{\perp e} \nabla T_e) + (\gamma - 1)\left[P_e \operatorname{div} \mathbf{v}_{\perp e} + \operatorname{div}(\mathbf{q}_{\perp e} + \mathbf{q}_{\parallel e})\right] = 0. \tag{3}$$

Здесь $\gamma = {}^5/_3$, n_e, T_e, P_e — полные (с учетом возмущений) плотность, температура и давление электронов, $\mathbf{v}_\perp{}^e$, $\mathbf{q}_{\perp e}$ — их скорость и поток тепла поперек магнитного поля, $\mathbf{q}_{\parallel e}$ — продольный поток тепла ([6]),

$$\mathbf{v}_{\perp e} = c\,[\mathbf{E}, \mathbf{b}] - c\,[\nabla P_e, \mathbf{b}]/e_e n_e,$$
$$\mathbf{q}_{\perp e} = ({}^5/_2)\,cP_e\,[\mathbf{b}, \nabla T_e]/e_e, \quad \mathbf{q}_{\parallel e} = -\varkappa_\parallel^e \nabla_\parallel T_e, \tag{4}$$

где e_e — заряд электрона, $\mathbf{b} = \mathbf{B} / B^2$, $\varkappa_\parallel{}^e = 3{,}16\, P_e \tau_e / m_e$, τ_e — время столкновений между электронами, E — электрическое поле. В (2), (3) опущены члены с продольной скоростью электронов, не существенные при $\beta \gg \nu_e / \omega_{Be}$.

Аналогичный вид имеют ионные уравнения. Единственное отличие состоит только в том, что в уравнении теплового баланса ионов пренебрегается продольным потоком тепла, $\mathbf{q}_{\parallel i} = 0$.

В уравнения (2), (3) и аналогичные ионные подставляем из (4) выражения для $\mathbf{v}_\perp$, $\mathbf{q}_\perp$, $\mathbf{q}_\parallel$ и производим линеаризацию. Координатно-временную зависимость возмущений выбираем в виде $f(r)\exp(-i\omega t + ik_z z + im\varphi)$. Полагаем, что стационарная температура однородна, $\nabla T_0 = 0$ и что радиус кривизны статического магнитного поля велик по сравнению с размером неоднородности плотности, $a / r \ll 1$. В результате получаем выражение для возмущения электронной плотности

$$\frac{n_e'}{n_0} = \frac{ic\varkappa_n E_z'}{B_0} \frac{\omega - (2\gamma - 1)\Omega_e + i\Delta}{\omega(\omega - 2\gamma\Omega_e + i\Delta) + \Omega_e(\gamma\Omega_e - i\Delta)}. \tag{5}$$

Здесь обозначено: $\varkappa_n = \partial e_n n_0 / \partial r$, $\Omega_e = -k_z V_M^{(e)}$, $V_M^{(e)} = -2cT_{0e} / (e_e B_0 r)$ — магнитный дрейф электронов, $\Delta = {}^2/_3 \dfrac{3{,}16 k_\parallel^2 V_{Te}^2}{\nu_e}$. Выражение для возмущений плотности ионов отличается от (5) заменой электронных индексов ионными и отсутствием члена с Δ.

Из условия квазинейтральности $n_e' = n_i'$ следует дисперсионное уравнение

$$\omega^2 - \gamma\omega\Omega_e(1 - \tau) - \tau\gamma(2\gamma - 1)\,\Omega_e^2 + i\Delta\left(\omega - \Omega_i \frac{2\gamma - 1 + \gamma\tau}{1 + \tau}\right) = 0, \tag{6}$$

$$\tau \equiv T_{0i} / T_{0e}.$$

В предельных случаях малых и больших τ отсюда следует

$$\operatorname{Re}\omega = (r\gamma - 1)\,\Omega_i, \quad \operatorname{Im}\omega = \frac{(\gamma - 1)^2\,\Omega_i^2 \Delta}{\gamma^2 \Omega_e^2 + \Delta^2}, \quad \tau \ll 1; \tag{7}$$

$$\operatorname{Re}\omega = \gamma\Omega_i, \quad \operatorname{Im}\omega = \frac{(\gamma - 1)^2\,\Omega_e^2 \Delta}{\gamma^2 \Omega_i^2 + \Delta^2}, \quad \tau \gg 1. \tag{8}$$

Видно, что в обоих случаях $\operatorname{Im}\omega > 0$, т. е. имеет место неустойчивость. Качественно эти результаты остаются в силе и при $\tau \simeq 1$.

Из (7), (8) следует, что максимум инкремента достигается при $k_\parallel = k_\parallel \simeq (\Omega_e \nu_e)^{1/2} / v_{Te}$. Поскольку в согласии с (1) $\nu_e \ll \beta\omega_{Be}$, то такие $k_\parallel$ удовлетворяют условию $k_\parallel \ll (\beta / ar)^{1/2}$.

Как видно из (6), нарастание возмущений связано с наличием в дисперсионном уравнении членов с Δ, т. е. с конечностью продольного потока тепла электронов. Отметим, что неустойчивость аналогичной приро [illegible] место и в случае неоднородного магнитного поля с прямыми сило [illegible] ниями (ср. с([9])) (неоднородность поля в этом случае связана с [illegible] нитными токами).

Хотя неустойчивость обусловлена градиентами плотности [illegible] из уравнения (5)), дисперсионное уравнение в рассмотренном [illegible] чае $|\varkappa_n r| \gg 1$ не содержит градиента плотности. Поэтому неусто [illegible] имеет место при любом знаке $\varkappa_n r$ и, в частности, при $\varkappa_n r > 0$, т. е. [illegible] чае гидромагнитно устойчивой плазмы.

Хотя мы рассмотрели случай поля с $|B|$, постоянным вдоль [illegible] линий, можно думать, что неустойчивость должна проявляться и [illegible] мах со средними $\min - B$, например, в стеллараторах. Предста [illegible] также интересным выяснить возможность развития этой неустой [illegible] в адиабатических ловушках и в геофизических условиях.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступ [illegible]
2 XII [illegible]

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Б. Кадомцев, Письма ЖЭТФ, 4, 15 (1966). [2] Б. Б. Кадомце [illegible] Погуце, ЖЭТФ, 51, 1735 (1966). [3] H. P. Furth et al., Phys. Fluids, 6, [illegible] [4] B. Coppi, M. N. Rowenbluth, Plasma Physics and Contr. Nucl. Fus. [illegible] IAEA, Vienna, 1966, p. 571. [5] Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце, [illegible] теории плазмы, М., 1966, в. 5, стр. 209. [6] С. И. Брагинский, Там же, М. [illegible] в. 1, стр. 183. [7] А. А. Галеев и др., Атомная энергия, 15, 451 (1963). [illegible] Кадомцев, Вопросы теории плазмы, М., 1964, в. 4, стр. 188. [9] А. Б. М [illegible] ловский, В. С. Цыпин, ЖЭТФ, 59, 1698 (1970).