

О тройных факторизациях конечных групп

А. Ф. ВАСИЛЬЕВ, И. Н. ХАЛИМОНЧИК

Рассматриваются только конечные группы. Группа $G = AB = BC = CA$, где A , B и C — ее подгруппы, называется трижды факторизуемой. Кегель [1] показал, что $G = AB = BC = CA$ нильпотентна, если A , B и C нильпотентны. Л.С. Казарин [2] доказал, что аналогичный результат верен, если вместо нильпотентности взять разрешимость. Случай $G \in \mathfrak{F}$, где A , B и C принадлежат разрешимой локальной формации \mathfrak{F} , был рассмотрен в [3-4].

Отметим, что тройная факторизация возникает, если G имеет три подгруппы A , B и C , индексы которых попарно взаимно просты в G . В работе [5] Флауэрс и Вэйкфилд доказали, что если в группе G существуют три сверхразрешимые подгруппы с попарно взаимно простыми индексами в ней и коммутант G' нильпотентен, то G сверхразрешима. В работе [6] для разрешимой наследственной насыщенной формации \mathfrak{F} было установлено строение группы G , имеющей три \mathfrak{F} -подгруппы A , B и C с попарно взаимно простыми индексами в G .

Теорема. Пусть \mathfrak{X} — наследственная насыщенная формация разрешимых групп. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) для любой наследственной насыщенной подформации \mathfrak{F} из \mathfrak{X} выполняется: \mathfrak{F} содержит всякую \mathfrak{X} -группу $G = AB = BC = CA$, где подгруппы A , B и C принадлежат \mathfrak{F} ;

2) любая \mathfrak{X} -группа имеет нильпотентный коммутант.

Следствие. Пусть группа $G = AB = BC = CA$, где A , B и C — сверхразрешимые подгруппы. Если коммутант G' нильпотентен, то G сверхразрешима.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kegel O.H. Zur Struktur mehrfach faktorisiertbarer endlicher Gruppen // Math. Z. 1965. V. 87, N 1. P. 42–48.
- [2] Казарин Л.С. Факторизации конечных групп разрешимыми подгруппами // Укр. мат. журн. 1991. Т. 43, N 7–8. С. 947–950.
- [3] Васильев А.Ф. К проблеме перечисления локальных формаций с заданным свойством // Вопросы алгебры. 1987. N 3. С. 3–11.
- [4] Ballester-Bolinches A., Pedraza-Aguilera M.C., Martínez-Pastor A. Finite trifactorized groups and formations // J. Algebra. 2000. V. 226. P. 990–1000.
- [5] Flowers N., Wakefield T.P. On a group with three supersolvable subgroups of pairwise relatively prime indices // Arch. Math. 2010. V. 95, N 4. P. 309–315.
- [6] Васильев А.Ф., Васильева Т.И., Парфенков К.Л. Конечные группы с тремя заданными подгруппами // Сиб. матем. журн. 2018. Т. 59, N 1. С. 65–77.

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель (Белоруссия)

E-mail: formation56@mail.ru, vifh@rambler.ru