3. Z. Sela. The isomorphism problem for hyperbolic groups//I. Ann. Math. 141(2). 1995. P. 217-283.

4. Р.И. Григорчук, П.Ф. Курчанов. Некоторые вопросы теории групп, связанные с геометрией//Итоги научн. и техн. Совр. пробл. мат. Фундам. напр. 1990. Т. 58. С. 191-256.

5. А.Ю. Ольшанский. SQ-универсальность гиперболических групп//Мат. сборник. 1995. Т.186. № 8. С.119-132.

6. I. Kapovich. Quasiconvex subgroups of one-relator with torsion//PhD Thesis CHNV 1996.

7. Н.Б. Безверхняя. Гипеполичность некоторых 2-порожденных подгрупп с одним определяющим соотношением//Диск. мат-ка. 2002 Т.14 №3. С. 54-70.

8. В.Н. Безверхний, Н.Б. Безверхняя. О гиперболичности некоторых групп с одним определяющим соотношением//Чебышевский сб. Т.2 (2001). Труды IV межд. конф. «Совр. пробл. теории чисел и ее приложения». С. 5-18.

9. Н.Б. Безверхняя. Описание гиперболических и негиперболических групп, являющихся некоторыми HNN-расширениями свободных групп// Чебышевский сб. Т.3 вып. 1(3). 2002. С. 17-32.

10. Н.Б. Безверхняя. Гиперболичность некоторых HNN-расширений свободных групп// Чебышевский сб. Т.4 вып. 1(5). 2003. С. 34-51.

11. Н.Б. Безверхняя. О свойстве Хаусона и гиперболичности некоторых двупорожденных подгрупп с одним определяющим соотношением// Алгоритм. проблемы теории групп и полугрупп. Меж. вуз. сб. Тула 2001 С. 17-25.

12. M. Bestvina and M. Feighn. The Combination Theorem for Negatively Curved Groups// J. of Diff.Geom.35.1992. P. 85-101/

13. M. Bestvina and M. Feighn. Addendum and correction to: A combination theorem for negatively curved groups// J. of Diff. Geom. 43.1996. N 4.P. 85-101

14. Р. Линдон, П. Шупп. Комбинаторная теория групп. М. Мир. 1980.

УДК 512.542

Распознавание конечных групп по свойствам максимальных подгрупп

А. Ф. Васильев (Беларусь, г. Гомель)
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины
e-mail: formation56@mail.ru
А. К. Фурс (Беларусь, г. Гомель)
Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины
e-mail: andreyfurss@gmail.com

Recognition of finite groups by the properties of maximal subgroups

A. F. Vasil'ev (Republic of Belarus, Gomel)
Francisk Scorina Gomel State University
e-mail: formation56@mail.ru
A. K. Furs (Republic of Belarus, Gomel)
Francisk Scorina Gomel State University
e-mail: andreyfurss@gmail.com

Рассматриваются только конечные группы. Знание свойств максимальных подгрупп группы позволяет во многих случаях получить существенную информацию о самой группе. Например, согласно теореме В.А. Белоногова [1] группа G нильпотентна, если она имеет три попарно несопряженные нильпотентные максимальные подгруппы. Данный результат стал отправной точкой рассмотрения общей проблемы распознавания принадлежности группы G заданному классу $\mathfrak{F}$ в зависимости от насыщенности ее попарно несопряженными максимальными подгруппами, принадлежащими $\mathfrak{F}$. В работе [2] было введено понятие Ω_t-различимой формации. С помощью этого понятия, развивая отмеченный выше результат В.А.Белоногова в классе конечных разрешимых групп, в [2] было установлено, если группа G имеет $n+2$ попарно несопряженные максимальные подгруппы, нильпотентная длина которых $\leq n$, то G имеет нильпотентную длину $\leq n$. Аналогичный результат независимо получил Хёфлинг в [3]. Он также показал, что класс всех сверхразрешимых групп не является Ω_t-различимым для разрешимых групп для любого натурального t. С другой стороны, в [2] было доказано, что разрешимая группа, имеющая три попарно несопряженные абнормальные сверхразрешимые максимальные подгруппы, является сверхразрешимой. Отмеченные выше результаты приводят к следующему определению.

Определение 1. *Пусть $\mathfrak{X}$ — непустой класс групп, n и k — неотрицательные целые числа, причем $n+k \geq 1$. Класс $\mathfrak{F}$ называется $\Omega_{n,k}$-различимым в классе $\mathfrak{X}$, если $\mathfrak{F}$ содержит всякую $\mathfrak{X}$-группу G, имеющую $n+k$ попарно несопряженных максимальных подгрупп, принадлежащих $\mathfrak{F}$, из которых n подгрупп нормальны, а k подгрупп абнормальны в G.*

По определению пустой класс групп является $\Omega_{n,k}$-различимым для любых n и k в любом классе $\mathfrak{X}$.

Отметим, что семейство всех Ω_t-различимых формаций совпадает с семейством $\Omega_{t,0} \bigwedge \Omega_{t-1,1} \bigwedge \ldots \bigwedge \Omega_{0,t}$-различимых формаций, т.е. совпадает с пересечением семейств всех $\Omega_{n,k}$-различимых формаций, где n и k пробегают все неотрицательные целые числа такие, что $n+k=t$.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ — локальные формации, причем $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$. Тогда справедливы следующие утверждения.*

(1) *Пусть g и f — локальные экраны формаций $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ такие, что $f(p) \subseteq g(p)$ для любого простого числа p. Если $f(p)$ является $\Omega_{n,k}$-различимой формацией в $g(p)$ для любого простого числа p, то $\mathfrak{F}$ — $\Omega_{n,k}$-различимая формация в $\mathfrak{X}$, для $n \geq 2$, $k=0$ и $\mathfrak{F}$ — $\Omega_{n,k+2}$-различимая формация в $\mathfrak{X}$, для $k \geq 1$.*

(2) *Пусть X and F — максимальные внутренние локальные экраны формаций $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{F}$ соответственно. Если $F(p)$ является $\Omega_{n,k}$-различимой формацией в $X(p)$ для любого простого числа p, то $\mathfrak{F}$ — $\Omega_{n,k}$-различимая формация в $\mathfrak{X}$, при $n \geq 2$, $k=0$ и $\mathfrak{F}$ — $\Omega_{n,k+1}$-различимая формация в $\mathfrak{X}$, при $k \geq 1$.*

Данная теорема позволяет устанавливать $\Omega_{n,k}$-различимость конкретных формаций в классах разрешимых групп.

Следствие 1. *Формация всех сверхразрешимых групп является $\Omega_{2,2}$-различимой, но не является $\Omega_{1,2}$- и $\Omega_{2,1}$-различимой.*

Напомним [4], что подгруппа H группы G называется *субмодулярной* в G, если существует цепь подгрупп $H = H_0 \leq H_1 \leq \cdots \leq H_{s-1} \leq H_s = G$ такая, что H_{i-1} — модулярная подгруппа в H_i для $i = 1, \ldots, s$. Сверхразрешимая группа называется *сильно сверхразрешимой* [5] , если в ней любая силовская подгруппа субмодулярна.

В работе [5] показано, что класс всех сильно сверхразрешимых групп является наследственной насыщенной формацией.

Следствие 2. *Формация всех сильно сверхразрешимых групп является $\Omega_{0,3}$- и $\Omega_{2,2}$-различимой, но не является $\Omega_{0,2}$-, $\Omega_{1,2}$- и $\Omega_{2,1}$-различимой.*

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоногов В. А. Конечные группы с парой несопряженных нильпотентных максимальных подгрупп // Докл. Акад. наук СССР. 1965. Т. 161, № 6. С. 1255–1256.

2. Васильев А. Ф. О некоторых свойствах локальных формаций // Вопросы алгебры. Минск: Университетское, 1985. Вып. 1. С. 4–9.

3. Höfling B. On the number of conjugacy classes of maximal subgroups in a finite soluble group // Arch. Math. 1999. V. 72. P 1–8.

4. Zimmermann I. Submodular subgroups in finite groups // Math. Z. 1989. V. 202. P. 545–557.

5. Васильев В. А. Конечные группы с субмодулярными силовскими подгруппами // Сиб. мат. журн. 2015. Т. 56, № 6. С. 1277–1288.

УДК 512.542

О канонических подгруппах конечных групп

Т. И. Васильева (Беларусь, г. Гомель)
Белорусский государственный университете транспорта
e-mail: tivasilyeva@mail.ru

On canonical subgroups of finite groups

T. I. Vasil'eva (Belarus, Gomel)
Belarusian State University of Transport
e-mail: tivasilyeva@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. Опорные подгруппы группы, такие как силовские, холловы и их обобщения, относятся к каноническим подгруппам. Ввиду фундаментальной теоремы Силова для любого простого делителя p порядка группы G силовские p-подгруппы (или максимальных p-подгруппы группы) существуют в G, любые две такие подгруппы сопряжены в G и всякая p-подгруппа из G содержится в некоторой силовской p-подгруппе из G. Во многих случаях знание свойств вложения силовских подгрупп в группу позволяет найти строение самой группы. Например, группа нильпотентна всякий раз, как