С. Йи, С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов, G-Покрывающие подгрупповые системы для класса всех σ-нильпотентных конечных групп, *Матем. заметки*, 2022, том 111, выпуск 2, 233–240

DOI: 10.4213/mzm13235

Математические заметки

Том 111 выпуск 2 февраль 2022

УДК 512.542

G-Покрывающие подгрупповые системы для класса всех σ-нильпотентных конечных групп

С. Йи, С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов

Пусть $\mathfrak{F}$ – непустой класс групп и G – конечная группа. Множество подгрупп Σ группы G называется G-покрывающей подгрупповой системой для класса $\mathfrak{F}$ (или $\mathfrak{F}$-покрывающей подгрупповой системой группы G), если всегда из $\Sigma \subseteq \mathfrak{F}$ следует $G \in \mathfrak{F}$. В работе строится нетривиальное множество подгрупп группы G, которое является G-покрывающей подгрупповой системой для класса $\mathfrak{F}$ всех σ-нильпотентных групп.

Библиография: 15 названий.

Ключевые слова: конечная группа, силовская подгруппа, добавление к подгруппе, G-покрывающая подгрупповая система, σ-нильпотентная группа.

DOI: https://doi.org/10.4213/mzm13235

1. Введение и постановка задачи. В работе рассматриваются только конечные группы.

Пусть $\mathfrak{F}$ – непустой класс групп. Следуя [1], множество подгрупп Σ группы G будем называть *G-покрывающей подгрупповой системой* для класса $\mathfrak{F}$ (или *$\mathfrak{F}$-покрывающей подгрупповой системой* группы G), если $G \in \mathfrak{F}$, как только каждая подгруппа из Σ принадлежит классу $\mathfrak{F}$. Из определения следует, что нахождение каждой новой G-покрывающей подгрупповой системы для класса $\mathfrak{F}$ всегда связано с установлением нового критерия принадлежности конечной группы этому классу.

В настоящее время для целого ряда классов $\mathfrak{F}$ конечных групп выделены серии G-покрывающих подгрупповых систем. В частности, для класса $\mathfrak{N}$ всех нильпотентных групп нетривиальную G-покрывающую подгрупповую систему образуют множество Σ нормализаторов всех силовских подгрупп группы G [2] и множество Σ всех бипримарных подгрупп группы G [3]. Как показано в [1], $\mathfrak{N}$-покрывающей подгрупповой системой группы G является и множество Σ, состоящее из нильпотентных добавлений к максимальным подгруппам всех силовских подгрупп группы G. Подгруппа H называется *добавлением* к подгруппе K в группе G, если $G = HK$.

Исследования первого автора выполнены при поддержке Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (грант № LY18A010028).

Исследования второго автора выполнены при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (грант № 20211779).

Исследования третьего автора поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований и Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований в рамках научного проекта № Ф20Р-291.

Понятно, что в каждой группе любая подгруппа обладает добавлением. Более того, подгруппа K может иметь в G несколько добавлений.

Работа [1] инициировала следующий вопрос, который под номером 19.88 вошел в "Коуровскую тетрадь" [4]:

Вопрос. *Пусть для каждой силовской подгруппы P группы G и любой максимальной подгруппы V из P существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Верно ли, что группа G является σ-нильпотентной?*

Положительный ответ на данный вопрос получен в работах [5], [6]. При этом в [6] доказано, что для σ-нильпотентности группы G достаточно существования σ-нильпотентных добавлений к максимальным подгруппам лишь тех силовских p-подгрупп группы G, для которых p принадлежит некоторым двум компонентам σ_i и σ_j разбиения σ, имеющим непустые пересечения с множеством $\pi(G)$. В связи с этим результатом в [6] под номером 1.4 выдвинута гипотеза о том, что группа G будет σ-нильпотентной, если отмеченное требование выполняется только для простых p из одной компоненты разбиения σ. Решению этой гипотезы посвящена настоящая работа.

Наша главная цель – доказательство следующей теоремы.

Теорема. *Пусть $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – разбиение множества всех простых чисел, G – группа и $\pi := \sigma_i \cap \pi(G) \neq \varnothing$ для некоторого $i \in I$. Тогда и только тогда группа G является σ-нильпотентной, когда для всех $p \in \pi$ и каждой максимальной подгруппы некоторой силовской p-подгруппы группы G существует хотя бы одно σ-нильпотентное добавление в G.*

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \setminus \pi$. Если n – натуральное число, то через $\pi(n)$ обозначается множество всех простых чисел, делящих n; в частности, $\pi(G) = \pi(|G|)$ – множество всех простых чисел, делящих порядок $|G|$ группы G.

Напомним, что если $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ – некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$ (т.е. $\mathbb{P} = \bigcup_{i\in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \varnothing$ для всех $i \neq j$), то группа G называется:

- *σ-примарной*, если G является σ_i-группой для некоторого $i \in I$;
- *σ-нильпотентной*, если она является прямым произведением некоторых σ-примарных групп;
- *σ-разрешимой*, если каждый главный фактор группы G является σ-примарной группой.

Очевидно, группа G является нильпотентной (разрешимой) тогда и только тогда, когда она σ-нильпотентна (соответственно σ-разрешима) для *минимального* разбиения $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \dots\}$.

2. Определения и предварительные результаты. В работе используются определения и обозначения, принятые в [7], [8] (см. также [9]). Напомним только, что подгруппа H группы G называется *σ-субнормальной*, если существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq \cdots \subseteq H_n = G$$

такая, что для каждого $i = 1, 2, \dots, n$ либо подгруппа H_{i-1} нормальна в H_i, либо группа $H_i/\operatorname{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ является σ-примарной. Понятно, что подгруппа H субнормальна в G тогда и только тогда, когда она σ-субнормальна в G для минимального разложения σ.

Не нарушая общности рассуждений, будем полагать далее в леммах 1–3, а также в доказательстве теоремы, что $\pi = \sigma_1 \cap \pi(G) \neq \varnothing$.

Лемма 1. *Пусть $\pi = \sigma_1 \cap \pi(G) \neq \varnothing$ и группа G не является π-группой. Если для любого $p \in \pi$ в силовской p-подгруппе группы G существует максимальная подгруппа, обладающая σ-нильпотентным добавлением в G, то G не является простой.*

Доказательство. Предположим, что группа G является простой. Пусть $p \in \pi$ и P – силовская p-подгруппа группы G. Тогда по условию для некоторой максимальной подгруппы V из P существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Очевидно, $|G:T|$ – степень простого числа. Если $T = G$, то

$$G = G_\pi \times G_{\pi'}.$$

А так как G не является π-группой, то она не проста, противоречие. Следовательно, T – собственная подгруппа группы G. Поэтому группа G обладает максимальной подгруппой H, индекс которой в G является степенью простого числа, а значит, ввиду теоремы 1 из [10] справедливо одно из следующих утверждений:

(a) $G = A_n$ и $H \cong A_{n-1}$, где $n = p^k$;

(b) $G = L_n(q)$ и H – стабилизатор линии или гиперплоскости; при этом $|G:H| = (q^n - 1)/(q-1) = p^k$, n – простое число;

(c) $G = L_2(11)$ и $H \cong A_5$;

(d) $G = M_{23}$ и $H \cong M_{22}$ или $G = M_{11}$ и $H \cong M_{10}$;

(e) $G = \mathrm{PSU}_4(2) \cong \mathrm{PSp}_4(3)$ и H – параболическая подгруппа индекса 27.

Пусть $|\pi| = 1$. Тогда из условия следует, что подгруппа T является p-разложимой, т.е. $T = T_p \times T_{p'}$. При этом из $VT = G$ следует, что $T_p \neq 1$. Так как подгруппа T_p нормальна в T и субнормальна в содержащей ее силовской p-подгруппе P_1 группы G, то по теореме Виландта из [11] она субнормальна в $\langle T, P_1\rangle = TP_1 = G$, а значит, группа G не проста. Снова пришли к противоречию.

Следовательно, $|\pi| > 1$. Тогда группа G содержит максимальные подгруппы H_1 и H_2 такие, что

$$|G:H_1| = p^\alpha \quad \text{и} \quad |G:H_2| = q^\beta, \qquad \text{причем} \quad p, q \in \pi \quad \text{и} \quad p \neq q.$$

Простая проверка показывает, что из перечисленного выше списка (a)–(e) таким свойством обладает только группа $G \cong L_2(7)$. При этом $H_1 \cong S_4$ и $H_2 \cong 7:3$. Так как подгруппы H_1 и H_2 являются холловыми в G, то $VH_1 \neq G$ и $VH_2 \neq G$. Снова пришли к противоречию. Лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть $\pi = \sigma_1 \cap \pi(G) \neq \varnothing$ и N – нормальная подгруппа группы G. Если для любого $p \in \pi$ и каждой максимальной подгруппы силовской p-подгруппы группы G существует σ-нильпотентное добавление в G, то справедливы следующие утверждения*:

1) *если $\sigma_1 \cap \pi(G/N) = \varnothing$, то группа G/N является σ-нильпотентной*;

2) *если $\sigma_1 \cap \pi(G/N) \neq \varnothing$, то для любого $p \in \sigma_1 \cap \pi(G/N)$ и каждой максимальной подгруппы силовской p-подгруппы группы G/N существует σ-нильпотентное добавление в G/N.*

Доказательство. Предположим, что $\sigma_1 \cap \pi(G/N) = \varnothing$. Тогда для любого $p \in \pi$ каждая силовская p-подгруппа группы G содержится в N. Отсюда и из условия леммы следует, что $NT = G$ для некоторой σ-нильпотентной подгруппы T группы G. Теперь из изоморфизма $G/N \cong T/T \cap N$ следует, что группа G/N является σ-нильпотентной.

Предположим, что $\sigma_1 \cap \pi(G/N) \neq \varnothing$. Пусть R/N – некоторая неединичная силовская p-подгруппа группы G/N для $p \in \sigma_1 \cap \pi(G/N)$. Если R_1/N – максимальная подгруппа группы R/N, то по теореме Силова $R_1 = P_1N$ для некоторой силовской p-подгруппы P_1 группы R_1. При этом P_1 – максимальная подгруппа некоторой силовской p-подгруппы P_2 группы G. Очевидно, P_2 – силовская p-подгруппа группы G. По условию $G = TP_1$ для некоторой σ-нильпотентной подгруппы T группы G. Отсюда заключаем, что

$$G/N = TP_1/N = (TN/N)(P_1N/N) = (TN/N)(R_1/N).$$

При этом из изоморфизма $TN/N \cong T/T \cap N$ следует, что подгруппа TN/N является σ-нильпотентной. Лемма доказана.

Лемма 3. *Пусть $\pi = \sigma_1 \cap \pi(G) \neq \varnothing$ и N – минимальная нормальная подгруппа группы G. Если для любого $p \in \pi$ и каждой максимальной подгруппы силовской p-подгруппы группы G существует σ-нильпотентное добавление в G, то подгруппа N является σ-примарной.*

Доказательство. Пусть G – группа наименьшего порядка, для которой лемма не верна, и N – ее минимальная нормальная подгруппа, которая не является σ-примарной.

Предположим, что π не содержится в $\pi(N)$. Пусть $p \in \pi \setminus \pi(N)$ и P – силовская p-подгруппа группы G. Тогда по условию для максимальной подгруппы V из P найдется такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Очевидно, индекс подгруппы T в группе G является степенью простого числа p. Отсюда и из $p \notin \pi(N)$ следует, что $N \subseteq T$. А так как подгруппа T является σ-нильпотентной, то подгруппа N является σ-примарной, противоречие.

Следовательно, полагаем далее, что $\pi \subseteq \pi(N)$. Рассмотрим два возможных случая.

1. *Случай $\pi = \{p\}$.* Тогда по условию для силовской p-подгруппы P группы G и максимальной подгруппы V из P найдется такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Очевидно, $T_p \neq 1$. Так как подгруппа T_p нормальна в T и субнормальна в содержащей ее силовской p-подгруппе P_1 группы G, то по теореме Виландта из [11] она субнормальна в $\langle T, P_1\rangle = TP_1 = G$. Но тогда по теореме Бэра из [12] $T_p \subseteq O_p(G)$, т.е. $O_p(G) \neq 1$. Рассмотрим далее группу $G/O_p(G)$. Предположим, что $\sigma_1 \cap \pi(G/O_p(G)) = \varnothing$. Тогда $O_p(G)$ – силовская p-подгруппа группы G, а значит, из $\pi \subseteq \pi(N)$ следует, что $N \subseteq O_p(G)$, т.е. подгруппа N является σ-примарной. Снова пришли к противоречию. Таким образом, $\sigma_1 \cap \pi(G/O_p(G)) \neq \varnothing$. Кроме того, по лемме 2 для каждой максимальной подгруппы силовской p-подгруппы группы $G/O_p(G)$ существует σ-нильпотентное добавление в $G/O_p(G)$. Ввиду выбора группы G имеем отсюда, что подгруппа N, изоморфная $NO_p(G)/O_p(G)$, является σ-примарной, противоречие.

2. *Случай* $|\pi| > 1$. Пусть $p, q \in \pi$ и $p \neq q$. Тогда по условию леммы (для каждого $r \in \{p, q\}$) для силовской r-подгруппы R группы G и любой максимальной подгруппы V из R существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Очевидно, $|G : T|$ – степень простого числа r. Если $N \subseteq T$, то из σ-нильпотентности подгруппы T следует, что подгруппа N является σ-примарной, противоречие. Значит, N не содержится в T. Подгруппа N представима в виде

$$N = N_1 \times N_2 \times \cdots \times N_m,$$

где $N_1, N_2, \ldots, N_m$ – изоморфные простые неабелевы группы. По лемме 2 из [5] в N_1 найдется подгруппа $T_1 = T \cap N_1$ такая, что $|N_1 : T_1| = r^t \geqslant r$. Отсюда и из $|\pi| > 1$ следует ввиду теоремы 1 из [10], что $G \cong L_2(7)$, а значит, $p = 2$ и $q = 7$. Кроме того, для $q = 7$ имеем $T_1 \cong S_4$, а при $p = 2$ подгруппа T_1 изоморфна группе типа $7:3$. С другой стороны, ввиду выбора подгруппы N число 3 не принадлежит σ_1, а поэтому из σ-нильпотентности подгруппы T_1 следует, что T_1 – 3-разложимая группа. Полученное противоречие завершает доказательство леммы.

3. Доказательство теоремы. Если группа G является σ-нильпотентной, то ввиду наследственности класса всех σ-нильпотентных групп каждое добавление к любой максимальной подгруппе силовской подгруппы группы G также является σ-нильпотентным.

Докажем обратное утверждение. Предположим, что оно неверно и рассмотрим контрпример G минимального порядка.

Отметим, что ввиду леммы 1 группа G не является простой. Пусть N – ее минимальная нормальная подгруппа. Тогда в силу леммы 3 подгруппа N является σ-примарной.

Шаг 1. *Группа G/N является σ-нильпотентной.*

Доказательство. Ввиду леммы 2 условия теоремы переносятся на факторгруппу G/N. А так как $|G/N| < |G|$, то ввиду выбора группы G группа G/N является σ-нильпотентной.

Шаг 2. *Подгруппа N – единственная минимальная нормальная подгруппа группы G, $\Phi(G) = 1$ и $C_G(N) \subseteq N$.*

Доказательство. Ввиду леммы 2.5 из [8] класс всех σ-нильпотентных групп является насыщенным. Поэтому $\Phi(G) = 1$. Если предположить, что в G существует минимальная нормальная подгруппа L, отличная от N, то ввиду утверждения шага 1 группа G/L является σ-нильпотентной. А так как ввиду леммы 2.5 из [8] класс всех σ-нильпотентных групп является формацией, то группа G σ-нильпотентна, что противоречит ее выбору. Таким образом, G – примитивная группа с единственной минимальной нормальной подгруппой N, а значит, $C_G(N) \subseteq N$ ($C_G(N) = N$, если N – абелева группа; $C_G(N) = 1$, если N – неабелева группа).

Шаг 3. *Подгруппа N не является π'-группой.*

Доказательство. Предположим, что N является π'-группой. Пусть $p \in \pi$. По условию для каждой максимальной подгруппы любой силовской p-подгруппы группы G существует σ-нильпотентное добавление в G. Пусть T – некоторое из этих добавлений.

Так как по лемме 3 подгруппа N является σ-примарной, то ввиду утверждения шага 1 группа G является σ-разрешимой. Отсюда с учетом теоремы Фейта–Томпсона о разрешимости конечных групп нечетного порядка группа G либо σ_1-разрешима, либо σ_1'-разрешима. Но тогда по теореме D6 из [13] группа G содержит холлову σ_1'-подгруппу H и каждая σ_1'-подгруппа из G содержится в некоторой подгруппе H^x, сопряженной с H $(x \in G)$. В частности, подгруппа N, являющаяся $\mathfrak{F}$-корадикалом группы G ($\mathfrak{F}$ – формация всех σ-нильпотентных групп), содержится в T. Тогда, очевидно, подгруппа T σ-субнормальна в G. Кроме того, подгруппа T принадлежат формации $\mathfrak{F}$. Отсюда по лемме 3.1.6 из [14] следует, что T содержится в подгруппе $O_\pi(G) \times O_{\pi'}(G)$. А так как T – добавление в G к максимальной подгруппе силовской p-подгруппы группы G и $p \in \pi$, то $T_p \neq 1$, а значит, $O_\pi(G) \neq 1$. Теперь из $N \subseteq O_{\pi'}(G)$ следует, что $C_G(N)$ не содержится в N. Пришли к противоречию с утверждением шага 2.

Шаг 4. *Выполнено* $|\pi| > 1$.

Доказательство. Предположим, что $|\pi| = 1$. Пусть $\pi = \{p\}$. Тогда из леммы 3 и утверждения шага 3 следует, что N – абелева p-группа. Отсюда и из утверждения шага 1 заключаем, что силовская p-подгруппа группы G является нормальной, а потому из утверждения шага 2 N – силовская p-подгруппа группы G. Так как N – минимальная нормальная подгруппа группы G, то любое нетривиальное добавление к N в G является максимальной подгруппой группы G, имеющей с N единичное пересечение. Поэтому для максимальной подгруппы из N не существует в G нетривиального добавления, что противоречит условию теоремы.

Шаг 5. *Выполнено утверждение теоремы.*

Доказательство. Итак, N – неабелева π-группа. Пусть $\pi = \{p_1, p_2, \dots, p_s\}$, где $s \geqslant 3$.

По условию для любого $p_i \in \pi$ и каждой максимальной подгруппы любой силовской p-подгруппы группы G существует σ-нильпотентное добавление T_i в G. Понятно, что добавление T_i имеет индекс, являющийся степенью простого числа p_i. Предположим, что добавление T_i содержит подгруппу N. Ввиду выбора группы G холлова π'-подгруппа из T_i нееденична. Поэтому $C_G(N)$ не содержится в N. Пришли к противоречию с утверждением шага 2.

Таким образом, если T_i – σ-нильпотентное добавление к некоторой максимальной подгруппе из силовской p_i-подгруппы группы G, то в системе подгрупп $\{T_i \mid i = 1, 2, \dots, s\}$ каждая из подгрупп $T_1, T_2, \dots, T_s$ не содержит N.

Подгруппа N представима в виде

$$N = N_1 \times N_2 \times \dots \times N_m,$$

где $N_1, N_2, \dots, N_m$ – изоморфные простые неабелевы группы. Так как любая из подгрупп $T_1, T_2, \dots, T_s$ не содержит N, то для любого $i = 1, 2, \dots, s$ из $|G : T_i| = p_i^{k_i}$, где $k_i \geqslant 1$, очевидно, следует, что подгруппа N_1 содержит максимальную подгруппу H_i, индекс которой является степенью простого числа p_i. С учетом теоремы 1 из [10] проверка показывает, что ни одна из простых неабелевых групп таким свойством не обладает. Снова пришли к противоречию, которое завершает доказательство теоремы.

Теорема доказана.

4. Следствия. Приведем некоторые следствия теоремы, которые являются новыми даже в классических случаях.

В частности, в случае минимального разбиения $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \dots\}$ множества всех простых чисел имеем

Следствие 1. *Группа G является нильпотентной тогда и только тогда, когда для некоторого $p \in \pi(G)$ и каждой максимальной подгруппы некоторой силовской p-подгруппы группы G существует нильпотентное добавление в G.*

Если $\sigma = \{\pi, \pi'\}$ для некоторого множества простых чисел π, то, следуя [15], разбиение σ будем называть *бинарным*, а если, кроме того, $\pi = \{p\}$, где p – некоторое простое число, то будем говорить, что $\sigma = \{\{p\}, \{p'\}\}$ – *простейшее бинарное разбиение*. Очевидно, группа G является p-разложимой тогда и только тогда, когда она σ-нильпотентна для разбиения $\sigma = \{\{p\}, \{p'\}\}$. Для разбиения $\sigma = \{\pi, \pi'\}$ (π – множество простых чисел) группа G является σ-нильпотентной тогда и только тогда, когда $G = O_\pi(G) \times O_{\pi'}(G)$.

Следствие 2. *Пусть p – некоторое простое число. Группа G является p-разложимой тогда и только тогда, когда для каждой максимальной подгруппы некоторой силовской p-подгруппы группы G существует p-разложимое добавление в G.*

Следствие 3. *Пусть $\sigma = \{\pi, \pi'\}$ для некоторого множества простых чисел π. Группа G является σ-нильпотентной тогда и только тогда, когда для всех $p \in \pi$ и каждой максимальной подгруппы силовской p-подгруппы группы G существует σ-нильпотентное добавление в G.*

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1] W. Guo, K. P. Shum, A. N. Skiba, "G-covering subgroup systems for the classes of supersoluble and nilpotent groups", *Israel J. Math.*, **138** (2003), 125–138.

[2] M. Bianchi, A. G. B. Mauri, P. Hauck, "On finite groups with nilpotent Sylow normalizers", *Arch. Math.*, **47** (1986), 193–197.

[3] О. Ю. Шмидт, "Группы, все подгруппы которых специальные", *Матем. сб.*, **31**:3-4 (1924), 366–372.

[4] *Нерешенные вопросы теории групп*: *Коуровская тетрадь*, Ин-т матем. СО РАН, Новосибирск, 2018.

[5] С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов, "О двух проблемах из "Коуровской тетради"", Тр. ИММ УрО РАН, **27**, № 1, 2021, 98–102.

[6] A.-M. Liu, W. Guo, I. N. Safonova, A. N. Skiba, "G-covering subgroup systems for some classes of σ-soluble groups", *J. Algebra*, **585** (2021), 280–293.

[7] K. Doerk, T. Hawkes, *Finite Soluble Groups*, Walter de Gruyter, Berlin, 1992.

[8] A. N. Skiba, "On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups", *J. Algebra*, **436** (2015), 1–16.

[9] A. N. Skiba, "On sublattices of the subgroup lattice defined by formation Fitting sets", *J. Algebra*, **550** (2020), 69–81.

[10] R. Guralnick, "Subgroups of prime power index in a simple group", *J. Algebra*, **81**:2 (1983), 304–311.

[11] H. Wielandt, "Subnormalität in faktorisierten endlichen Gruppen", *J. Algebra*, **69**:2 (1981), 305–311.

[12] R. Baer, "Engelsche Elemente Noetherscher Gruppen", *Math. Ann.*, **133** (1957), 256–270.

[13] P. Hall, "Theorems like Sylow's", *Proc. London Math. Soc.*, **6** (1956), 286–304.

[14] С. Ф. Каморников, М. В. Селькин, *Подгрупповые функторы и классы конечных групп*, Белорусская наука, Мн., 2003.

[15] Ф. Сунь, С. Йи, С. Ф. Каморников, “Критерий субнормальности в конечной группе: редукция к простейшим бинарным разбиениям”, Тр. ИММ УрО РАН, **26**, № 3, 2020, 211–218.

С. Йи
Zhejiang University of Technology, Китай
E-mail: yixiaolan2005@126.com

С. Ф. Каморников
Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины, Белоруссия
E-mail: sfkamornikov@mail.ru

В. Н. Тютянов
Международный университет “МИТСО”,
Белоруссия
E-mail: vtutanov@gmail.com

Поступило
25.07.2021
После доработки
04.09.2021
Принято к публикации
10.09.2021