МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ ЗАПАСА ПРИ ЕГО РАВНОМЕРНО-НЕПРЕРЫВНОГО ПОПОЛНЕНИИ И ПОТРЕБЛЕНИИ

***Каморников С.Ф.**, доктор физ.-мат. наук, профессор, Гомельский филиал Международного университета «МИТСО»*

***Шебеко Д.О.**, **Шевцова А.С.**, ГУО Гимназия № 56 г. Гомель*

Введение. В логистике (как и во многих других экономических дисциплинах) для наглядности протекания целого ряда процессов широко используются графические модели (в частности, ломаные линии) [1, 2]. В то же время более информативна детерминированная математическая модель, т.е. такое аналитическое представление, которое описывает процесс, однозначно сопоставляя каждому моменту времени (аргументу) некоторое значение исследуемого показателя (функцию) с помощью определенной формулы [3-5].

В связи с отмеченным актуальна проблема нахождения единого аналитического выражения процесса по известной графической модели.

В работе эта задача рассматривается для графической модели, описывающей изменение уровня запаса в бездефицитной системе при равномерно-непрерывном пополнении и равномерно-непрерывном потреблении запаса. Такая система соответствует такому типу производственно-технологического склада незавершенного производства, когда продукция, произведенная одним цехом предприятия, поступает на склад с определенной интенсивностью, а затем равномерно потребляется в производстве другим цехом предприятия.

Отметим, что исследуемая графическая модель проявляется и в других случаях, когда допущение о мгновенной поставке не может быть принято [6].

Формализация графической модели. Предположим, что товар непосредственно с производственной линии непрерывно поступает на склад с постоянной интенсивностью λ единиц в единицу времени.

На склад товар поступает партиями размером Q единиц. При этом каждая новая партия начинает поступать на склад в тот момент, когда уровень запаса упадет до нуля. Тогда графическая модель уровня запаса на складе имеет вид «пилообразной» ломаной.

В такой постановке задачи пополнение склада происходит в каждом цикле за время τ_1 (в течение времени τ_1 запас одновременно и поступает и равномерно расходуется; по сути, τ_1 – время накопления запаса), а потребление – в течение времени $\tau = \tau_1 + \tau_2$. В течение времени τ_2 каждого цикла продукция первого цеха на склад не поступает.

Вследствие того, что в течение времени τ_1 запас пополняется и расходуется одновременно, абсолютная интенсивность увеличения запасов определяется их разностью $\lambda - \mu$, где μ – интенсивность расходования запасов (понятно, что $\lambda > \mu$). В таком случае (см., например, [7]) максимальный уровень запаса τ_1 возрастает на величину $d = (\lambda - \mu)\tau_1$.

Очевидно $\tau_1 = \dfrac{Q}{\lambda}$. Величина τ_2 находится из следующих соображений: запас d, накопленный в интервале τ_1, полностью расходуется за время τ_2, поэтому $d = \mu\tau_2$; подставив вместо d его значение, будем иметь $\mu\tau_2 = (\lambda - \mu)\dfrac{Q}{\lambda}$, откуда заключаем, что $\tau_2 = (\lambda - \mu)\dfrac{Q}{\lambda\mu}$.

Следовательно, $\tau = \tau_1 + \tau_2 = \dfrac{Q}{\lambda} + (\lambda - \mu)\dfrac{Q}{\lambda} = \dfrac{Q}{\mu}$.

Случай произвольного размера поставки. Рассмотрим сначала случай одного цикла поставки-потребления. При этом будем опираться на следующие соображения. До нулевой отметки времени склад пуст (на графической модели нулевой запас изображается отрезком, соединяющим точки $M_1(-1;0)$ и $M_2(0;0)$). На временном промежутке от 0 до τ_1 склад заполняется до максимального уровня d (на графической модели пополнение запаса изображается отрезком, соединяющим точки $M_2(0;0)$ и $M_3(\tau_1;d)$). Начиная с момента времени τ_1 в течение времени τ_2 запасы уменьшаются до нулевого уровня (на графической модели уменьшение запаса изображается отрезком, соединяющим точки $M_3(\tau_1;d)$ и $M_4(\tau_1+\tau_2;0)$). Далее уровень запаса сохраняется на нулевой отметке (на графической модели этот уровень запаса изображается отрезком, соединяющим точки $M_4(\tau_1+\tau_2;0)$ и $M_5(\tau_1+\tau_2+1;0)$).

Для построения функции, график которой на отрезке $[-1;\tau_1+\tau_2+1]$ совпадает с ломаной $M_1M_2M_3M_4M_5$, воспользуемся основной теоремой о непрерывных кусочно-линейных функциях.

Теорема. При любом $n>2$ для ломаной, соединяющей на плоскости точки $M_1(t_1;y_1)$, $M_2(t_2;y_2)$,…,$M_n(t_n;y_n)$, абсциссы которых удовлетворяют условию $t_1<t_2<\ldots<t_n$, найдется единственный набор действительных чисел a_1, a_2, …, a_{n-2}, a и b такой, что график функции

$$y=a_1|t-t_2|+a_2|t-t_3|+\ldots+a_{n-2}|t-t_{n-1}|+at+b \tag{1}$$

совпадает на отрезке $[x_1;x_n]$ с ломаной $M_1M_2\ldots M_n$.

В нашем случае речь идет о нахождении коэффициентов функции

$$y=a_1|t|+a_2|t-\tau_1|+a_3|t-(\tau_1+\tau_2)|+at+b. \tag{2}$$

Для вычисления их применим метод неопределенных коэффициентов. Из условия прохождения графика функции

$$y=a_1|t|+a_2|t-\tau_1|+a_3|t-(\tau_1+\tau_2)|+at+b$$

через точки $M_1(-1;0)$, $M_2(0;0)$, $M_3(\tau_1;d)$, $M_4(\tau_1+\tau_2;0)$, $M_5(\tau_1+\tau_2+1;0)$ получаем систему пяти линейных уравнений с пятью неизвестными a_1, a_2, a_3, a и b. Решая ее (например, методом Гаусса [8]), находим, что $a_1=\dfrac{d}{2\tau_1}$, $a_2=-\dfrac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}$, $a_3=\dfrac{d}{2\tau_2}$, $a=0$, $b=0$. Поэтому функция f, отражающая уровень запаса на складе в первом цикле поставки-потребления, задается формулой

$$f(t)=\frac{d}{2\tau_1}|t|-\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}|t-\tau_1|+\frac{d}{2\tau_2}|t-\tau_1-\tau_2|. \tag{3}$$

График уровня запаса во втором цикле поставки-потребления легко получается из графика функции (3) с помощью параллельного переноса вправо вдоль оси Ot на $\tau=\tau_1+\tau_2$ единиц. Поэтому функция, отражающая уровень запаса на складе во втором цикле поставки-потребления, задается формулой

$$f(t-(\tau_1+\tau_2))=\frac{d}{2\tau_1}\left|t-\tau_1-\tau_2\right|-\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}\left|t-2\tau_1-\tau_2\right|+\frac{d}{2\tau_2}\left|t-2\tau_1-2\tau_2\right|. \quad (4)$$

Учитывая, что $f(t)=0$ для всех $t\in(-\infty;0]\cup[0;+\infty)$ и $f(t-(\tau_1+\tau_2))=0$ для всех $t\in(-\infty;\tau_1+\tau_2]\cup[2(\tau_1+\tau_2);+\infty)$, получаем, что график уровня запаса в двух циклах поставки-потребления совпадает на отрезке $[0;2(\tau_1+\tau_2)]$ с графиком функции $f(t)+f(t-(\tau_1+\tau_2))$, т.е. с графиком функции

$$y=\frac{d}{2\tau_1}\left|t\right|-\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}\left|t-\tau_1\right|+\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}\left|t-\tau_1-\tau_2\right|-$$
$$-\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}\left|t-2\tau_1-\tau_2\right|+\frac{d}{2\tau_2}\left|t-2\tau_1-2\tau_2\right|. \quad (5)$$

Рассуждая далее аналогичным способом, мы получаем, что график уровня запаса в n циклах поставки-потребления совпадает на отрезке $[0;n(\tau_1+\tau_2)]$ с графиком функции

$$f(t)+f(t-(\tau_1+\tau_2))+f(t-2(\tau_1+\tau_2))+\ldots+f(t-(n-1)(\tau_1+\tau_2)), \quad (6)$$

т.е. функции

$$y=\frac{d}{2\tau_1}\left|t\right|-\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}\sum_{k=1}^{n}\left|t-k\tau_1-(k-1)\tau_2\right|+$$
$$+\frac{d(\tau_1+\tau_2)}{2\tau_1\tau_2}\sum_{k=1}^{n-1}\left|t-k\tau_1-k\tau_2\right|+\frac{d}{2\tau_2}\left|t-n\tau_1-n\tau_2\right|. \quad (7)$$

Случай оптимальной поставки. Функциональная модель (7) описывает уровень запаса в случае, когда партия поставки имеет произвольный объем Q, не связанный с условием оптимальности издержек. Рассмотрим теперь оптимальную поставку, при которой суммарные затраты в единицу времени, связанные с организацией заказа и хранением запасов, являются минимальными. Как известно (см., например, [2,6]), объем такой поставки определяется на основе модели экономичного размера заказа *EOQ*, предложенной Харрисом [9] и Уилсоном [10]:

$$Q_{опт}=\sqrt{\frac{2C_2\mu}{C_1(1-\mu/\lambda)}}=\sqrt{\frac{2C_2\lambda\mu}{C_1(\lambda-\mu)}}, \quad (8)$$

где C_1 – стоимость хранения на складе единицы продукции в единицу времени, а C_2 – стоимость организации заказа (одной партии поставки). Тогда имеем следующие значения для параметров τ_1, τ_2 и d:

$$\tau_1=\frac{Q_{опт}}{\lambda}=\frac{1}{\lambda}\cdot\sqrt{\frac{2C_2\lambda\mu}{C_1(\lambda-\mu)}}=\sqrt{\frac{2C_2\mu}{C_1\lambda(\lambda-\mu)}}, \quad (9)$$

$$\tau_2=(\lambda-\mu)\frac{Q_{опт}}{\lambda\mu}=\frac{(\lambda-\mu)}{\lambda\mu}\cdot\sqrt{\frac{2C_2\lambda\mu}{C_1(\lambda-\mu)}}=\sqrt{\frac{2C_2(\lambda-\mu)}{C_1\lambda\mu}}, \quad (10)$$

$$d = (\lambda - \mu)\tau_1 = (\lambda - \mu) \cdot \sqrt{\frac{2C_2\mu}{C_1\lambda(\lambda - \mu)}} = \sqrt{\frac{2C_2(\lambda - \mu)\mu}{C_1\lambda}}. \quad (11)$$

Подставляя теперь значения (9), (10) и (11) в (7), получаем окончательно, что в случае оптимальной партии поставки функция, график которой на отрезке $[0; n(\tau_1 + \tau_2)]$ совпадает с графиком уровня запаса в n циклах поставки-потребления при равномерно-непрерывном пополнении и потреблении запаса, имеет вид:

$$y = \frac{\lambda - \mu}{2} \cdot |t| - \frac{\lambda}{2} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} \left| t - k\tau_1 - (k-1)\tau_2 \right| - \sum_{k=1}^{n-1} \left| t - k\tau_1 - k\tau_2 \right| \right) + \frac{\lambda - \mu}{2} \cdot \left| t - n\tau_1 - n\tau_2 \right|. \quad (12)$$

Обращает на себя внимание тот факт, что коэффициенты функции (12) не зависят от стоимости хранения на складе единицы продукции в единицу времени C_1 и стоимости организации заказа одной партии C_2, а зависят только от интенсивности λ поступления продукции на склад и интенсивности μ ее расходования. Впрочем, такой парадокс, лишь кажущийся. На самом деле, показатели C_1 и C_2 «спрятаны» в параметрах τ_1 и τ_2, что следует из (9) и (10). С учетом этих формул функция (12) принимает вид

$$y = \frac{\lambda - \mu}{2} \cdot \left(|t| + \left| t - n \cdot \sqrt{\frac{2C_2\lambda}{C_1(\lambda - \mu)\mu}} \right| \right) -$$

$$- \frac{\lambda}{2} \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} \left| t - \sqrt{\frac{2C_2}{C_1\lambda}} \cdot \left(k \cdot \sqrt{\frac{\mu}{(\lambda - \mu)}} - (k-1) \cdot \sqrt{\frac{(\lambda - \mu)}{\mu}} \right) \right| - \sum_{k=1}^{n-1} \left| t - k \cdot \sqrt{\frac{2C_2\lambda}{C_1(\lambda - \mu)\mu}} \right| \right) \quad (13)$$

Заключение. Организация деятельности по управлению запасами предполагает внедрение системы контроля уровня запасов на складе. Удешевление такой системы (за счет отказа от тщательного учета каждого находящегося на складе товара) позволяет значительно сократить расходы по содержанию запасов [11]. На производственно-технологического складах с равномерно-непрерывным пополнением и равномерным потреблением запаса один из вариантов решения проблемы контроля может быть связан с использованием разработанных выше функциональных моделей. При таком подходе учет может быть организован на основе моделей (12) и (13), а контроль направлен на поддержание в неизменном состоянии показателей λ и μ.

Отметим еще, что по аналогии с моделью (7), описывающей движение запаса для бездефицитной системы без учета гарантийного запаса и при заданных неизменных интенсивностях пополнения и потребления, могут быть построены детерминированные математические модели уровня запаса в условиях изменяющейся интенсивности пополнении и изменяющегося потребления, учитывающие дефицит или страховой запас.

Список литературы

1. Экономико-математические методы и модели: учебное пособие / Под общей редакцией А.В. Кузнецова. – Мн.: БГЭУ, 2000.
2. Лукинский, В.С. Модели и методы теории логистики: учебное пособие / Под редакцией В.С. Лукинского. – СПб.: Питер, 2008.
3. Советов, Б.Я. Моделирование систем: учебник / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 2001.
4. Замков, О.О. Математические методы в экономике: учебник / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: Дело и Сервис, 2009.
5. Красс, М.С. Математика для экономистов: учебное пособие / М.С. Красс, Б.В. Чупрынов. – СПб.: Питер, 2009.

6. Стерлигова, А.Н. Управление запасами в цепях поставок: учебник / А.Н. Стерлигова. – М.: ИНФРА-М, 2014.
7. Костевич, Л.С. Теория игр: учебное пособие / Л.С. Костевич, А.А. Лапко. – Мн.: Высшая школа, 2008.
8. Кострикин, А.И. Введение в алгебру / А.И. Кострикин. – М.: Наука, 1977.
9. Harris, F.W. How many parts to make at once / F.W. Harris // Factory, The Magazine of Management. – 1913. – №10. – P. 135-136.
10. Wilson, R.H. A scientific routine for stock control / R.H. Wilson // Harvard Business Review. – 1934. – №13. – P. 116-128.
11. Афонин, А.М. Промышленная логистика: учебное пособие / А.М. Афонин, Ю.Н. Царегородцев, А.М. Петрова. – М.: ФОРУМ, 2009.

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

Асадуллин Э.З., *к.т.н., доцент, Казанский кооперативный институт Российского университета кооперации, г. Казань*

Современное состояние телекоммуникационных сетей можно определить термином «движение к совершенству». Вряд ли можно предугадать, как они будут выглядеть в будущем, сколько поколений сетей и технологий предстоит еще пройти. Однако уже сегодня видны первые наработки: мощные сети передач и коммутации пакетов, высокоскоростные линии доступа, оптические телекоммуникационные технологии и т. д., которые и определяют следующие поколения телекоммуникационных сетей.

Современные телекоммуникационные технологии являются средством формирования информационной культуры, которая выступает фактором становления информационного общества. Более того, уровень развития информационно-телекоммуникационных систем, одним из основных элементов которых является телевидение, является важнейшей характеристикой информационного потенциала того или иного государства. В современном мире производство благ, осуществление власти и создание культурных кодов стало зависимым от технологических возможностей общества. Информационная технология стала необходимым инструментом в развитии электронных сетей, которые представляют собой динамическую, саморасширяющуюся форму организации человеческой активности.

Ключевую роль в формировании информационного общества играют телекоммуникационные технологии, которые определяют темпы и качество его построения. Сети передачи информации совершили колоссальный скачок от телеграфных и телефонных сетей первой трети XX века к интегральным цифровым сетям передачи всех видов информации (речь, данные, видео). К факторам, определившим прогресс в этой сфере, в первую очередь следует отнести развитие микроэлектронной индустрии и вычислительной техники, а также последние успехи в технологии световодных систем.

Беспроводные средства и миниатюризация способствуют широкому распространению и мобильности оконечных устройств и терминалов, а тем самым глобальной мобильности и повсеместности их использования. Беспроводные цифровые устройства, несомненно, окажут огромное воздействие на рынок, где до сих пор доминируют аналоговые системы. Такие цифровые устройства, как CT2 (Second Generation of Cordless Telephone), DECT (Digital European Cordless Telecommunication), GSM (Group Special Mobile), CDMA и сети персональных компьютеров PCN, — важный шаг к сетям передачи данных и мультимедиа. Миниатюризация электронных устройств, активное проникновение стандартов PCMCIA (Personal Computer Memory Card Industry Association) и снижение стоимости стимулируют создание и более широкое использование портативных терминальных систем.

Список литературы

1. Асадуллин Э.З. Развитие информационного общества. -Юбилейный сборник научных трудов «Инновационные решения в области сервиса и туризма» Казань: Казанский кооперативный институт, 2013.
2. Асадуллин Э.З. Информатика и информационная технология. - Материалы заочной международной научно-практической конференции «Инновационные решения в области сервиса и туризма» Казань: Казанский кооперативный институт, 2014.