Залесская Е. Н.
УО «ВГУ им. П. М. Машерова»
(г. Витебск, Беларусь)
E-mail: *alenushka0404@mail.ru*

О ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА ДЛЯ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Все рассматриваемые группы конечны. В определениях и обозначениях мы следуем [1].

Классом Фиттинга называется класс групп $\mathbf{F}$, удовлетворяющий следующим условиям:

1) каждая нормальная подгруппа любой группы из $\mathbf{F}$ также принадлежит $\mathbf{F}$;

2) из того, что нормальные подгруппы A и B группы G принадлежат $\mathbf{F}$, всегда следует, что их произведение AB принадлежит $\mathbf{F}$.

Пусть $\mathbf{F}^*$ – наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathbf{F}$, такой, что $(G\times H)_{\mathbf{F}^*} = G_{\mathbf{F}^*}\times H_{\mathbf{F}^*}$ для всех групп G и H и

$$\mathbf{F}_* = \cap(\,\mathbf{Y}:\mathbf{Y} \text{ – класс Фиттинга и } \mathbf{Y}^*=\mathbf{F}^*).$$

Класс Фиттинга $\mathbf{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в классе Фиттинга $\mathbf{Y}$, если $\mathbf{F}\subseteq\mathbf{Y}$ и $\mathbf{Y}_*\cap\mathbf{F}^*=\mathbf{F}_*$.

Напомним, что секцией Локетта класса Фиттинга $\mathbf{F}$ называют [2] множество

$$\mathrm{Locksec}(\mathbf{F})=\{\mathbf{Y} \mid \mathbf{Y} \text{ – класс Фиттинга и } \mathbf{Y}^*=\mathbf{F}^*\}.$$

Теорема. *Если $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y},\boldsymbol{F}$ – такие классы Фиттинга, что $\boldsymbol{X}\in L(\boldsymbol{F}),\boldsymbol{F}\subseteq\boldsymbol{Y}$ и $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{X}\vee\boldsymbol{Y}_*)\cap\boldsymbol{F}^*$, то класс Фиттинга $\boldsymbol{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в $\boldsymbol{Y}$.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Скиба, А. Н. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп / А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков // Матем. труды, 1999. – Т.2, №1. – С. 1-34.
2. Doerk, K. Finite soluble groups. / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

Каморников С. Ф.
МИТСО
(Гомель, Беларусь)
E-mail: *sfkamornikov@mail.ru*

О ДОПОЛНЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТАХ В РЕШЕТКАХ РЕГУЛЯРНЫХ ПОДГРУППОВЫХ ФУНКТОРОВ

В работе исследуются дополняемые элементы в решетках регулярных подгрупповых функторов. Рассматриваются только конечные группы. Используются определения и обозначения, принятые в [1, 2].

Пусть X – непустой класс конечных групп. Отображение θ, сопоставляющее каждой группе $G \in$ X некоторую непустую систему $\theta(G)$ ее подгрупп, называется подгрупповым X-функтором (или, иначе, подгрупповым функтором на X), если для любого изоморфизма φ каждой группы $G \in$ X выполняется равенство $(\theta(G))^{\varphi} = \theta(G^{\varphi})$.

Подгрупповой X-функтор θ называется регулярным, если для любого эпиморфизма $\varphi : A \to B$, где $A \in$ X, имеют место включения $(\theta(A))^{\varphi} \subseteq \theta(B)$, $(\theta(B))^{\varphi^{-1}} \subseteq \theta(A)$ и, кроме того, $G \in \theta(G)$ для любой группы G.

Пусть n – произвольное натуральное число. Подгруппа H группы G называется n-максимальной, если для любой максимальной цепи

$$H = G_0 \subset G_1 \subset ... \subset G_{k-1} \subset G_k = G$$

имеет место неравенство $k \le n$ и при этом найдется, по крайней мере, одна максимальная цепь длины n, соединяющая подгруппу H с группой G.

Пусть θ – подгрупповой X-функтор, который выделяет в каждой группе $G \in$ X множество $\theta(G)$, содержащее группу G и некоторые ее k-максимальные подгруппы для $k \le n$. Такой подгрупповой X-функтор будем называть n-максимальным подгрупповым функтором на X. Множество всех n-максимальных подгрупповых функторов на X обозначим через M^n(X).

Если $n = 1$, то n-максимальный подгрупповой функтор на X называется просто m-функтором на X.

Выделим в множестве M^n(X) всех n-максимальных подгрупповых X-функторов подмножество M^n_{reg}(X) всех регулярных n-максимальных подгрупповых X-функторов.

На множестве M^n_{reg} (X) введем частичный порядок $\le$, полагая, что отношение $\theta_1 \le \theta_2$ имеет место тогда и только тогда, когда для любой группы $G \in$ X справедливо включение $\theta_1(G) \subseteq \theta_2(G)$.

Для совокупности $\{\theta_i | i \in I\}$ X-функторов из M^n_{reg} (X) определим их пересечение $\theta = \bigcap_{i \in I} \theta_i$ следующим образом: $\theta(G) = \bigcap\limits_{i \in I} \theta_i(G)$ для любой группы $G \in$ X. Простая проверка показывает, что θ – регулярный n-максимальный подгрупповой функтор на X. Этот функтор является точной нижней гранью множества $\{\theta_i | i \in I\}$ в M^n_{reg} (X). Таким образом, M^n_{reg} (X) – полная решетка.

Решетка M^n_{reg} (X) является бесконечно дистрибутивной. Единицей ее является подгрупповой функтор 1_X, выделяющий в каждой группе $G \in$ X все ее k-максимальные подгруппы (для всех $k \leq n$), а нулем – подгрупповой функтор 0_X, выделяющий в каждой группе $G \in$ X только саму группу G.

Если l и k – натуральные числа и $l \leq k$, то, очевидно, $M^{\,l}_{reg}$(X) – подрешетка решетки $M^{\,k}_{reg}$(X). Поэтому, если $M^{\,0}_{reg}$(X)=$\{0_X\}$, то имеет место решеточное включение

$$M^{\,0}_{reg}(X) \subseteq M^{\,1}_{reg}(X) \subseteq \ldots \subseteq M^{\,n}_{reg}(X).$$

Кроме того, $\bigcup_{n=0}^{\infty} M^{\,n}_{reg}$(X) – решетка всех регулярных подгрупповых X-функторов.

Теорема. *Пусть X – непустой гомоморф, замкнутый относительно конечных прямых произведений. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $M^{\,1}_{reg}$(X) – булева решетка;

2) если класс X разрешим, то при любом $n \geq 2$ дополняемыми в $M^{\,n}_{reg}$(X) являются лишь функторы 0_X и 1_X;

3) если класс X не является разрешимым, то при $n \geq 2$ в решетке $M^{\,n}_{reg}$(X) могут быть дополняемые элементы, отличные от 0_X и 1_X;

4) в решетке всех регулярных подгрупповых X-функторов дополняемыми являются лишь функторы 0_X и 1_X.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каморников, С. Ф. Подгрупповые функторы и классы конечных групп / С. Ф. Каморников, М. В. Селькин. – Мн., 2003.
2. Скиба, А. Н. Алгебра формаций / А. Н. Скиба. – Мн., 1997.

Клиндухов Н. А.[1], Буйнов Н. С.
УО «ВГУ им. П. М. Машерова»
(г. Витебск, Беларусь)
E-mail: [1]klinduhov@gmail.com

МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ СО СПИН-КРОССОВЕРНОЙ СИСТЕМОЙ

Первое изучение LIESST-эффекта было сделано в работе Декуртинса в 1984 [1]. В статье авторы сообщили, что облучение кристаллов $[Fe(ptz)_6](BF_4)_2$ электромагнитной волной в 530 нм в низкоспиновом состоянии при низкой температуре (20 K) позволяло перевести в возбужденное состояние со временем жизни свыше 10^6 сек. В нашей