ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 21 № 1 2015

УДК 512.542

О СУЩЕСТВОВАНИИ ДОПОЛНЕНИЙ К КОРАДИКАЛАМ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С. Ф. Каморников, О. Л. Шеметкова

В статье развивается теорема Л. А. Шеметкова о дополняемости корадикала конечной группы. Доказано, что если $\mathfrak{F}$ — локальная формация Фиттинга, конечная группа G представима в виде произведения субнормальных подгрупп A и B, подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ нормальны в G и являются $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимыми и, кроме того, для любого простого числа $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ абелевы, то каждый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G является дополнением $\mathfrak{F}$-корадикала группы G.

Ключевые слова: конечная группа, субнормальная подгруппа, формация, корадикал, дополняемая подгруппа, локальная формация Фиттинга.

S. F. Kamornikov, O. L. Shemetkova. On the existence of complements for residuals of finite groups.

L. A. Shemetkov's theorem on the complementability of the $\mathfrak{F}$-residual of a finite group is developed in the article. For a local Fitting formation $\mathfrak{F}$, it is proved that, if a group G is representable in the form $G = AB$, where A and B are subnormal subgroups of G, the subgroups $A^{\mathfrak{F}}$ and $B^{\mathfrak{F}}$ are $\pi(\mathfrak{F})$-solvable and normal in G, and Sylow p-subgroups of $A^{\mathfrak{F}}$ and $B^{\mathfrak{F}}$ are abelian for every $p \in \pi(\mathfrak{F})$, then every $\mathfrak{F}$-normalizer of G is the complement for an $\mathfrak{F}$-residual of G.

Keywords: finite group, subnormal subgroup, formation, residual, complement, local Fitting formation.

Введение

Как отмечено в [1, с. 190], в теории конечных групп большое значение имеет вопрос о существовании дополнений к $\mathfrak{F}$-корадикалам. Центральное место в решении этого вопроса сегодня занимает следующий результат Л. А. Шеметкова [2; 3, теорема 3.2]:

Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация и G — конечная группа. Если для любого простого числа p, делящего $|G : G^{\mathfrak{F}}|$, силовская p-подгруппа из $G^{\mathfrak{F}}$ абелева, то подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ дополняема в G.

Универсальность приведенной теоремы проявляется в следующем:

1) никаких ограничений (кроме абелевости соответствующих силовских подгрупп $\mathfrak{F}$-корадикала группы G) на конечную группу G не налагается;

2) теорема справедлива для произвольной локальной формации $\mathfrak{F}$;

3) она включает в себя практически все известные результаты о дополняемости $\mathfrak{F}$-корадикалов (в том числе теорему Шура — Цассенхауза о дополняемости нормальной холловой подгруппы, теорему Ф. Холла о дополняемости коммутанта разрешимой группы с абелевыми силовскими подгруппами [4], теорему Гашюца о дополняемости абелевого $\mathfrak{F}$-корадикала [5], теорему Хупперта [6] о дополняемости подгруппы $O^p(G)$, обладающей абелевой силовской p-подгруппой).

Примеры показывают, что условие коммутативности соответствующих силовских подгрупп $\mathfrak{F}$-корадикала в приведенной теореме Л. А. Шеметкова существенно и потому полностью отбросить его нельзя. Отсюда следует, что любой прогресс в попытках ослабить это условие теоремы может быть связан только с введением дополнительных ограничений либо на саму группу G, либо на локальную формацию $\mathfrak{F}$.

В данной работе определенный прогресс достигается за счет рассмотрения группы G, представимой в виде произведения своих субнормальных подгрупп. Правда, при этом приходится жертвовать общностью локальной формации $\mathfrak{F}$, заменяя ее локальной формацией Фиттинга. При таком подходе условие коммутативности соответствующих силовских подгрупп

$\mathfrak{F}$-корадикала конечной группы G в теореме Л. А. Шеметкова ослабляется до условия коммутативности силовских подгрупп для $\mathfrak{F}$-корадикалов ее субнормальных сомножителей.

1. Основные определения и предварительные результаты

Рассматриваются только конечные группы, используются определения и обозначения, принятые в [7; 8].

Напомним, что *формация* — это класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Если $\mathfrak{F}$ — непустая формация, то через $G^{\mathfrak{F}}$ обозначается пересечение всех нормальных подгрупп N группы G, для которых $G/N \in \mathfrak{F}$ (подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ называется *$\mathfrak{F}$-корадикалом* группы G). Если $\mathfrak{F}$ — формация всех p-групп (p — некоторое простое число), то $\mathfrak{F}$-корадикал группы G обозначается через $O^p(G)$.

Лемма 1 [7, лемма 1.2]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — непустая формация, N — нормальная подгруппа группы G и H — подгруппа в G. Тогда справедливы следующие утверждения*:
1) $(G/N)^{\mathfrak{F}} = G^{\mathfrak{F}}N/N$;
2) *если $G = HN$, то $G^{\mathfrak{F}}N = H^{\mathfrak{F}}N$.*

Класс $\mathfrak{F}$ групп называется *классом Фиттинга*, если он удовлетворяет следующим требованиям:
1) $\mathfrak{F}$ — нормально наследственный класс;
2) из $G = AB$, где A и B — нормальные подгруппы группы G, принадлежащие $\mathfrak{F}$, всегда следует $G \in \mathfrak{F}$.

Формация Фиттинга — это формация, являющаяся классом Фиттинга.

Лемма 2 [9, лемма 2]. *Непустая формация $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда является формацией Фиттинга, когда для любых двух перестановочных субнормальных подгрупп A и B произвольной группы G имеет место равенство $(AB)^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$.*

Напомним определение локальной формации. Пусть P — множество всех простых чисел. Тогда функция

$$f : \mathrm{P} \to \{\text{формации конечных групп}\}$$

называется *формационной функцией.*

Для формационной функции f главный фактор A/B группы G называется *f-центральным* (соответственно *f-эксцентральным*), если

$$G/C_G(A/B) \cong \mathrm{Aut}_G(A/B) \in f(p)$$

для всех простых $p \in \pi(A/B)$ (соответственно $G/C_G(A/B)$ не принадлежит $f(p)$ хотя бы для одного простого числа $p \in \pi(A/B)$). Класс $\mathfrak{F} = LF(f)$ групп называется *локальной формацией*, если он состоит из всех групп G таких, что либо $G = 1$, либо $G \neq 1$ и любой главный фактор A/B группы G является f-центральным. При этом говорят, что локальная формация $\mathfrak{F}$ определяется с помощью формационной функции f, а формационная функция f — *локальное определение формации* $\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{G}_p$ — класс всех p-групп, f — формационная функция и $\mathfrak{F} = LF(f)$. Тогда функция f называется:

(a) *внутренней*, если $f(p) \subseteq \mathfrak{F}$ для всех $p \in \mathrm{P}$;
(в) *полной*, если $f(p) = \mathfrak{G}_p f(p)$ для всех $p \in \mathrm{P}$;
(c) *канонической*, если она является полной и внутренней.

Как показано в [8, теорема IV.3.7], для любой локальной формации $\mathfrak{F}$ существует единственная каноническая формационная функция f такая, что $\mathfrak{F} = LF(f)$. Эта функция называется *каноническим локальным определением* формации $\mathfrak{F}$.

Следуя определению 5.5 из [7], главный фактор H/K будем называть $\mathfrak{F}$-*центральным* (соответственно $\mathfrak{F}$-*эксцентральным*), если он f-централен (соответственно f-эксцентрален) для некоторого внутреннего локального определения f формации $\mathfrak{F}$.

Нам понадобится следующая информация о свойствах $\mathfrak{F}$-корадикала. При этом под главным pd-фактором группы понимается главный фактор, порядок которого делится на p.

Лемма 3 [7, теорема 11.6]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация. Если для некоторого простого числа p силовская p-подгруппа из $G^{\mathfrak{F}}$ абелева, то $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ группы G не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов.*

Пусть G — p-разрешимая группа. Это означает, что она обладает нормальным рядом

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq ... \subseteq G_n = G,$$

в котором каждая фактор-группа G_{i+1}/G_i является либо p-группой, либо p'-группой. Поэтому для такой группы можно определить ряд

$$1 = P_0 \subseteq N_0 \subseteq P_1 \subseteq N_1 \subseteq P_2 \subseteq ... \subseteq P_l \subseteq N_l = G,$$

где $N_i/P_i = O_{p'}(G/P_i)$ — наибольшая нормальная p'-подгруппа в G/P_i, а P_{i+1}/N_i — наибольшая нормальная p-подгруппа в G/N_i. Наименьшее натуральное число l такое, что $N_l = G$, называют *p-длиной* группы G и обозначают через $l_p(G)$.

Следуя [7], дадим определение $\mathfrak{F}$-нормализатора произвольной конечной группы для случая, когда $\mathfrak{F}$ — локальная формация.

Нормальная подгруппа R группы G называется $\mathfrak{F}$-*предельной* нормальной подгруппой, если $R/R \cap \Phi(G)$ является $\mathfrak{F}$-*эксцентральным* главным фактором группы G. Максимальная подгруппа M группы G называется $\mathfrak{F}$-*критической* в G, если в G найдется такая $\mathfrak{F}$-предельная нормальная подгруппа R, что $MR = G$. Подгруппа H называется $\mathfrak{F}$-*нормализатором* группы G, если $H \in \mathfrak{F}$ и существует максимальная цепь

$$H = H_0 \subset H_1 \subset ... \subset H_n = G \ (n \geq 0),$$

в которой подгруппа H_{i-1} $\mathfrak{F}$-критична в H_i для всех $i = 1, 2, ...n$. По определению каждая группа G обладает по крайней мере одним $\mathfrak{F}$-нормализатором.

Отметим, что одна из характеризаций $\mathfrak{F}$-нормализатора (в терминах $Q\mathfrak{F}$-сверхцентральных элементов) группы G с $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимым $\mathfrak{F}$-корадикалом приведена в работе [10].

Для доказательства основных результатов нам понадобится также следующая информация о свойствах $\mathfrak{F}$-нормализаторов.

Пусть H — подгруппа, а A/B — нормальный фактор группы G. Говорят, что

1) H *покрывает* фактор A/B, если $HB \supseteq A$;

2) H *изолирует* фактор A/B, если $H \cap A \subseteq B$.

Лемма 4 [7, следствие 21.1.1]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация, G — группа с $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимым $\mathfrak{F}$-корадикалом. Если F — $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G, то F покрывает каждый $\mathfrak{F}$-центральный и изолирует каждый $\mathfrak{F}$-эксцентральный главный фактор группы G.*

2. Основные результаты

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация Фиттинга и группа G представима в виде произведения субнормальных подгрупп A и B, причем подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ нормальны в G. Если для некоторого простого числа $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ абелевы, то $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ группы G не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов.*

Доказательство. Пусть G — группа наименьшего порядка, для которой теорема неверна. Очевидно, $G^{\mathfrak{F}} \neq 1$. Пусть N — минимальная нормальная подгруппа группы G. Ввиду леммы 1 справедливы равенства $(AN/N)^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}N/N$ и $(BN/N)^{\mathfrak{F}} = B^{\mathfrak{F}}N/N$. Поэтому силовские p-подгруппы из $(AN/N)^{\mathfrak{F}}$ и $(BN/N)^{\mathfrak{F}}$ абелевы. Кроме того, группа G/N представима в виде произведения субнормальных подгрупп AN/N и BN/N. Значит, ввиду выбора группы G $\mathfrak{F}$-корадикал группы G/N не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов. Если N не содержится в $G^{\mathfrak{F}}$, то ввиду леммы 1 имеем, что $(G/N)^{\mathfrak{F}} = G^{\mathfrak{F}}N/N \simeq G^{\mathfrak{F}}$. Отсюда на основании выбора группы G следует, что $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ группы G не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов. Противоречие. Значит, любая минимальная нормальная подгруппа N группы G содержится в $G^{\mathfrak{F}}$.

Если L — минимальная нормальная подгруппа группы G, отличная от N, то аналогично показывается, что $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}/L$ группы G/L не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов. Но тогда ввиду изоморфизма $G^{\mathfrak{F}} \simeq G^{\mathfrak{F}}/N \cap L$ следует, что $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ группы G не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов. Получили противоречие с выбором группы G.

Итак, N — единственная минимальная нормальная подгруппа группы G. При этом каждый главный pd-фактор группы G на участке от N до $G^{\mathfrak{F}}$ является $\mathfrak{F}$-эксцентральным. А так как для группы G теорема не верна, то минимальная нормальная подгруппа N группы G является pd-подгруппой, которая $\mathfrak{F}$-центральна в G. Если f — каноническое локальное определение формации $\mathfrak{F}$, то $G/C_G(N) \in f(p) \subseteq \mathfrak{F}$. Значит, $G^{\mathfrak{F}} \subseteq C_G(N)$, а поэтому $N \subseteq Z(G^{\mathfrak{F}})$. Отсюда следует, в частности, что N — абелева p-группа.

Пусть $\mathfrak{H}$ — формация всех p-разрешимых групп. Ввиду теоремы Хупперта [6; 7, теорема 5.11] подгруппы $(A^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}}$ и $(B^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}}$ не содержат композиционных факторов порядка p. Ввиду леммы 2 справедливо равенство $G^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$. Так как формация всех p-разрешимых групп является формацией Фиттинга, то на основании леммы 2 подгруппа $(G^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}}$ представима в виде $(G^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}} = (A^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}}(B^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}}$. Отсюда следует, что p-разрешимый корадикал группы $G^{\mathfrak{F}}$ не содержит композиционных факторов порядка p. А так как N — единственная минимальная нормальная подгруппа группы G, то $(G^{\mathfrak{F}})^{\mathfrak{H}} = 1$, т.е. группа $G^{\mathfrak{F}}$ p-разрешима. Значит, p-разрешимы и подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$. Тогда ввиду [7, следствие 5.11.1] имеют место неравенства $l_p(A^{\mathfrak{F}}) \leq 1$ и $l_p(B^{\mathfrak{F}}) \leq 1$. Так как класс всех групп, p-длина которых не превосходит 1, является классом Фиттинга, то $l_p(G^{\mathfrak{F}}) \leq 1$. Теперь из единственности минимальной нормальной подгруппы N следует, что $O_{p'}(G) = 1$. Значит, группа $G^{\mathfrak{F}}$ имеет нормальную силовскую p-подгруппу P.

Пусть P_1 — силовская p-подгруппа из $A^{\mathfrak{F}}$, а P_2 — силовская p-подгруппа из $B^{\mathfrak{F}}$. Ввиду [7, лемма 11.6] справедливо равенство $P = P_1P_2$. Так как подгруппы P_1 и P_2 являются нормальными в G, то подгруппа $P_1 \cap P_2$ нормальна в P. Рассмотрим группу $P/P_1 \cap P_2$. Простая проверка показывает, что

$$P/P_1 \cap P_2 = (P_1/P_1 \cap P_2) \times (P_2/P_1 \cap P_2).$$

Отсюда и из абелевости подгрупп P_1 и P_2 следует, что $P/P_1 \cap P_2$ — абелева группа. Значит,

$$P' = [P, P] \subseteq P_1 \cap P_2 \subseteq A^{\mathfrak{F}} \cap B^{\mathfrak{F}}.$$

Возможны следующие два случая.

1. Пусть $P' = 1$. Тогда P — абелева группа. По лемме 3 подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов. Пришли к противоречию с тем, что минимальная нормальная подгруппа N $\mathfrak{F}$-центральна в G.

2. Пусть $P' \neq 1$. Так как подгруппа P нормальна в G, а коммутант P' подгруппы P характеристичен в P, то подгруппа P' нормальна в G. Отсюда и из того, что N — единственная минимальная нормальная подгруппа группы G, имеем $N \subseteq P'$. А так как $P' \subseteq A^{\mathfrak{F}} \cap B^{\mathfrak{F}}$, то, в частности, $N \subseteq A^{\mathfrak{F}}$. Ввиду [7, теорема 4.7] формация $f(q)$ является нормально наследственной для любого простого числа q. Поэтому из $G/C_G(N) \in f(p)$ и субнормальности в $G/C_G(N)$

подгруппы $AC_G(N)/C_G(N)$ следует, что

$$AC_G(N)/C_G(N) \in f(p).$$

Ввиду изоморфизма

$$AC_G(N)/C_G(N) \simeq A/A \cap C_G(N) = A/C_A(N)$$

имеем $A/C_A(N) \in f(p)$. Это означает, что все A-главные pd-факторы подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ на участке от 1 до N являются $\mathfrak{F}$-центральными в A. Однако на основании леммы 3 $\mathfrak{F}$-корадикал $A^{\mathfrak{F}}$ подгруппы A не содержит A-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов. Снова пришли к противоречию. Теорема доказана.

Следующая теорема не только устанавливает дополняемость $\mathfrak{F}$-корадикала группы, но и фиксирует важные свойства дополнений.

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация Фиттинга и группа G представима в виде произведения субнормальных подгрупп A и B, причем подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ нормальны в G. Если подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ являются $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимыми и для любого простого числа $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ абелевы, то каждый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G является дополнением $\mathfrak{F}$-корадикала $G^{\mathfrak{F}}$.*

Доказательство. Пусть F — некоторый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G. На основании теоремы 1 все G-главные факторы группы $G^{\mathfrak{F}}$ являются $\mathfrak{F}$-эксцентральными в G.

Пусть

$$1 = N_0 \subset N_1 \subset \ldots \subset N_n = G^{\mathfrak{F}}$$

— некоторый G-главный ряд подгруппы $G^{\mathfrak{F}}$. Ввиду леммы 2 справедливо равенство $G^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$. Отсюда, в частности, следует, что подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ является $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимой. Поэтому на основании леммы 4 $\mathfrak{F}$-нормализатор F изолирует все факторы рассматриваемого ряда, т. е. $F \cap N_i \subseteq N_{i-1}$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$. Отсюда следует, что

$$F \cap G^{\mathfrak{F}} = F \cap N_n \subseteq F \cap N_{n-1} \subseteq \ldots \subseteq N_0 = 1,$$

т. е. $F \cap G^{\mathfrak{F}} = 1$. Кроме того, $FG^{\mathfrak{F}} = G$. Значит, $\mathfrak{F}$-нормализатор F является дополнением к $G^{\mathfrak{F}}$ в группе G. Теорема доказана.

Замечание. В отличие от теоремы 2 в теореме 1 не требуется, чтобы $\mathfrak{F}$-корадикал группы G был $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимым.

Следствие 1 [11, теорема 2.1]. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация Фиттинга и пусть группа G представима в виде произведения нормальных подгрупп A и B. Если подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ являются $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимыми и для любого простого числа $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ абелевы, то каждый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G является дополнением $\mathfrak{F}$-корадикала $G^{\mathfrak{F}}$.*

Следствие 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация Фиттинга и группа G представима в виде произведения субнормальных подгрупп A и B, причем подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ нормальны в G. Если подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми, то каждый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G является дополнением $\mathfrak{F}$-корадикала $G^{\mathfrak{F}}$.*

Следствие 3. *Пусть группа G представима в виде произведения субнормальных подгрупп A и B, причем подгруппы $O^p(A)$ и $O^p(B)$ нормальны в G. Если подгруппы $O^p(A)$ и $O^p(B)$ являются p-разрешимыми и силовские p-подгруппы из $O^p(A)$ и $O^p(B)$ абелевы, то каждый $\mathfrak{G}_p$-нормализатор группы G является дополнением подгруппы $O^p(G)$.*

Следствие 4. *Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы, и группа G имеет разрешимый $\mathfrak{F}$-корадикал и представима в виде произведения субнормальных подгрупп A и B, причем подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ нормальны в G. Если для любого простого числа p силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми, то подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ дополняема в G.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шеметков Л.А.** Два направления в развитии теории непростых конечных групп // Успехи мат. наук. 1975. Т. 30, № 2. С. 179–198.
2. **Шеметков Л.А.** О формационных свойствах конечных групп // Докл. АН СССР. 1972. Т. 204, № 6. С. 1324–1327.
3. **Шеметков Л.А.** Ступенчатые формации групп // Мат. сб. 1974. Т. 94, № 4. С. 628–648.
4. **Hall P.** The construction of soluble groups // J. Reine Angew. Math. 1940. Vol. 182. P. 206–214.
5. **Gaschuütz W.** Zur Erweiterungstheorie endlicher Gruppen // J. Reine Angew. Math. 1952. Vol. 190. P. 93–107.
6. **Huppert B.** Subnormale Untergruppen und p-Sylowgruppen // Acta Sci. Math. 1961. Vol. 22. P. 46–61.
7. **Шеметков Л.А.** Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. 272 с.
8. **Doerk K., Hawkes T.** Finite soluble groups. Berlin; New-York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.
9. **Каморников С.Ф.** О некоторых свойствах формации квазинильпотентных групп // Мат. заметки. 1993. Т. 53, № 2. С. 71–77.
10. **Каморников С.Ф., Шеметкова О.Л.** О подгруппах, покрывающих только $\mathfrak{F}$-центральные главные факторы в конечных группах // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2013. Т. 19, № 3. С. 158–163.
11. **Каморников С.Ф.** О дополнениях корадикала конечной группы // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2013. № 6. С. 17–23.

Каморников Сергей Федорович
д-р физ.-мат. наук, профессор
Гомельский филиал Международного университета “МИТСО”
e-mail: sfkamornikov@mail.ru

Поступила 30.06.2014

Шеметкова Ольга Леонидовна
канд. физ.-мат. наук, доцент
Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова
e-mail: ol-shem@mail.ru