

К вопросу Д. Бейдлемана и Ш. Смита

М. В. Селькин, Р. В. Бородич, Е. Н. Бородич

В работе Д.Бейдлемана и Ш.Смита [1] был поставлен следующий вопрос: "Если H — субнормальная подгруппа группы G , содержащая $\Phi(G)$, то будет ли из сверхразрешимости $H/\Phi(G)$ следовать сверхразрешимость подгруппы H ?". Эта задача рассматривалась в работах многих авторов (см. монографию [2])

Подгрупповым функтором θ называется функция, которая сопоставляет каждой группе G некоторое множество $\theta(G)$, состоящее из некоторых её подгрупп и самой группы G , при этом $\theta(G^\alpha) = (\theta(G))^\alpha$ для любого автоморфизма α группы G .

Функтор θ будем называть абнормально полным, если для любой группы G среди множества $\theta(G)$ содержатся все абнормальные подгруппы группы G .

Подгруппа H группы G называется максимальной A -допустимой подгруппой в G , если H является A -допустимой и любая собственная A -допустимая подгруппа из G , содержащая H , совпадает с H .

Пусть θ — подгрупповой функтор. Обозначим $\Phi_\theta(G, A) = \bigcap M_G$, где M пробегает множество всех максимальных A -допустимых θ -подгрупп из G . Если в G таких подгрупп нет, то положим $\Phi_\theta(G, A) = G$.

В случае, когда θ тривиальный (абнормальный) функтор, а группа операторов A единична, то подгруппа $\Phi_\theta(G, A)$ совпадает с подгруппой Фраттини $\Phi(G)$ (подгруппой Гашюца $\Delta(G)$).

Теорема. Пусть \mathfrak{F} — локальная формация и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$, θ — абнормально полный функтор. Если N — субнормальная A -допустимая подгруппа группы G и $N/N \cap \Phi_\theta(G, A) \in \mathfrak{F}$. Тогда N представима в виде прямого произведения $N = N_1 \times N_2$, множители которого удовлетворяют следующим условиям:

- 1) $N_1 \in \mathfrak{F}$;
- 2) $\pi(N_2) \cap \pi(\mathfrak{F}) = \emptyset$;
- 3) $N_2 \subseteq \Phi_\theta(G, A)$.

Следствие. Пусть \mathfrak{F} — локальная формация, содержащая все нильпотентные группы, группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$, θ — абнормально полный функтор. Если N — субнормальная A -допустимая подгруппа группы G и $N/N \cap \Phi_\theta(G, A) \in \mathfrak{F}$, то $N \in \mathfrak{F}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Beidleman J. C., On Frattini-like subgroups // Glasgow Math. J., V.35, 1993, 95–98.
 [2] Селькин М. В., Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп // Мн.:Беларуская навука, 1997. — 144 с.

Учреждение образования "Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины", Гомель
 E-mail: Borodich@gsu.by