С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов, Об одном критерии σ-нильпотентности конечной группы, *Сиб. матем. журн.*, 2022, том 63, номер 1, 116–122

DOI: 10.33048/smzh.2022.63.108

Сибирский математический журнал
Январь—февраль, 2022. Том 63, № 1

УДК 512.542

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ σ–НИЛЬПОТЕНТНОСТИ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

С. Ф. Каморников, В. Н. Тютянов

Аннотация. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп и G — конечная группа. Множество подгрупп Σ группы G называется *G-покрывающей подгрупповой системой* для класса $\mathfrak{F}$, если всегда из $\Sigma \subseteq \mathfrak{F}$ следует $G \in \mathfrak{F}$. В работе строится нетривиальная G-покрывающая подгрупповая система для класса $\mathfrak{F}$ всех σ-нильпотентных групп.

DOI 10.33048/smzh.2022.63.108

Ключевые слова: конечная группа, силовская подгруппа, G-покрывающая подгрупповая система, σ-нильпотентная группа.

1. Введение

В работе рассматриваются только конечные группы.

Пусть $\mathfrak{F}$ — непустой класс групп. Следуя [1], множество подгрупп Σ группы G будем называть *G-покрывающей подгрупповой системой* для класса $\mathfrak{F}$ (или *$\mathfrak{F}$-покрывающей подгрупповой системой* группы G), если $G \in \mathfrak{F}$, как только каждая подгруппа из Σ принадлежит классу $\mathfrak{F}$. Из определения следует, что нахождение каждой новой G-покрывающей подгрупповой системы для класса $\mathfrak{F}$ всегда связано с установлением нового критерия принадлежности конечной группы этому классу.

В настоящее время для целого ряда классов $\mathfrak{F}$ конечных групп выделены серии G-покрывающих подгрупповых систем. В частности, для класса $\mathfrak{N}$ всех нильпотентных групп нетривиальную G-покрывающую подгрупповую систему образуют множество Σ нормализаторов всех силовских подгрупп группы G [2] и множество Σ всех бипримарных подгрупп группы G [3]. Как показано в [1], $\mathfrak{N}$-покрывающей подгрупповой системой группы G является и множество Σ, состоящее из добавлений к максимальным подгруппам всех силовских подгрупп группы G. Работа [1] инициировала следующий вопрос, который под номером 19.88 вошел в «Коуровскую тетрадь» [4].

Пусть для каждой силовской подгруппы P группы G и любой максимальной подгруппы V из P существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Верно ли, что группа G является σ-нильпотентной?

Положительный ответ на данный вопрос получен в [5, 6]. При этом в [6] доказано, что для σ-нильпотентности группы G достаточно существования σ-нильпотентных добавлений к максимальным подгруппам лишь тех силовских

Исследования первого автора выполнены при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (грант № 20211779). Исследования второго автора выполнены при финансовой поддержке РФФИ и БРФФИ в рамках научного проекта Ф20Р–291.

p-подгрупп группы G, для которых p принадлежит некоторым двум компонентам σ_i и σ_j разбиения σ, имеющим ненулевые пересечения с множеством $\pi(G)$. В данной работе показывается, что группа G остается σ-нильпотентной, если отмеченное требование о существовании σ-нильпотентных добавлений к максимальным подгруппам силовских p-подгрупп группы G выполняется лишь для одного простого p, делящего порядок группы G.

Наша главная цель — доказательство следующей теоремы.

Теорема. *Пусть σ — разбиение множества всех простых чисел. Группа G σ-нильпотентна тогда и только тогда, когда для некоторого $p \in \pi(G)$ и каждой максимальной подгруппы V силовской p-подгруппы P из G существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$.*

Пусть $\mathbb{P}$ — множество всех простых чисел, $\pi \subseteq \mathbb{P}$ и $\pi' = \mathbb{P} \setminus \pi$. Если n — натуральное число, то через $\pi(n)$ обозначается множество всех простых чисел, делящих n; в частности, $\pi(G) = \pi(|G|)$ — множество всех простых чисел, делящих порядок $|G|$ группы G.

Напомним, что если $\sigma = \{\sigma_i \mid i \in I\}$ — некоторое разбиение множества всех простых чисел $\mathbb{P}$ (т. е. $\mathbb{P} = \bigcup\limits_{i \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \varnothing$ для всех $i \neq j$), то группа G называется

– *σ-примарной*, если G является σ_i-группой для некоторого $i \in I$;

– *σ-нильпотентной*, если она является прямым произведением некоторых σ-примарных групп;

– *σ-разрешимой*, если каждый главный фактор группы G является σ-примарной группой.

Очевидно, группа G является нильпотентной тогда и только тогда, когда она σ-нильпотентна для *минимального* разбиения $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \dots\}$.

2. Определения и предварительные результаты

В работе используются определения и обозначения, принятые в [7, 8]. Напомним только, что подгруппа H группы G называется *σ-субнормальной*, если существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq \cdots \subseteq H_n = G$$

такая, что для каждого $i = 1, 2, \dots, n$ либо подгруппа H_{i-1} нормальна в H_i, либо группа $H_i / \operatorname{Core}_{H_i}(H_{i-1})$ σ-примарна. Понятно, что подгруппа H субнормальна в G тогда и только тогда, когда она σ-субнормальна в G для минимального разложения σ.

При исследовании минимального контрпримера будем опираться на следующие два результата, которые приведем в виде лемм.

Лемма 1. *Пусть σ — разбиение множества всех простых чисел, N — нормальная подгруппа группы G и $p \in \pi(G)$, и пусть для каждой максимальной подгруппы V силовской p-подгруппы P из G существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Тогда справедливы следующие утверждения:*

(1) *если $p \notin \pi(G/N)$, то группа G/N σ-нильпотентна;*

(2) *если $p \in \pi(G/N)$, то для каждой максимальной подгруппы W/N силовской p-подгруппы PN/N группы G/N существует такая σ-нильпотентная подгруппа S/N, что $(W/N)(S/N) = G/N$.*

Доказательство. (1) Если $p \notin \pi(G/N)$, то силовская p-подгруппа P содержится в N. Отсюда и из условия леммы следует, что $NT = G$ для некоторой σ-нильпотентной подгруппы T группы G. Теперь из изоморфизма $G/N \simeq T/T \cap N$ вытекает, что группа G/N σ-нильпотентна.

(2) Ввиду тождества Дедекинда имеет место равенство $W = W \cap PN = (W \cap P)N$. При этом из теоремы Силова следует, что $W \cap P$ — максимальная подгруппа из P, поэтому из условия леммы вытекает, что $(W \cap P)T = G$ для некоторой σ-нильпотентной подгруппы T из G. Отсюда заключаем, что

$$G/N = (W \cap P)T/N = ((W \cap P)N/N)(TN/N) = (W/N)(TN/N).$$

При этом из изоморфизма $TN/N \cong T/T \cap N$ следует, что подгруппа TN/N σ-нильпотентна.

Лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть σ — разбиение множества всех простых чисел и $p \in \pi(G)$. И пусть для каждой максимальной подгруппы V силовской p-подгруппы P из G существует такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Тогда для любой подгруппы H группы G, содержащей P, имеет место равенство $VS = H$, где S — некоторая σ-нильпотентная подгруппа.*

Доказательство. Ввиду тождества Дедекинда имеет место равенство $V(H \cap T) = H \cap VT = H$. При этом из наследственности класса всех σ-нильпотентных групп следует, что подгруппа $H \cap T$ σ-нильпотентна.

Лемма доказана.

3. Доказательство теоремы

Если группа G σ-нильпотентна, то ввиду наследственности класса всех σ-нильпотентных групп любая подгруппа группы G также σ-нильпотентна.

Докажем обратное утверждение. Предположим, что оно неверно, и рассмотрим контрпример G минимального порядка. Не нарушая общности рассуждений, будем полагать далее, что $p \in \sigma_1 \cap \pi(G)$. Отметим также, что группа G не σ-примарна, а потому ее порядок делится хотя бы на одно простое число, не принадлежащее σ_1.

Пусть N — ее минимальная нормальная подгруппа (в частности, $N = G$, если G — простая группа). Возможны следующие три случая.

Случай 1. N — σ_1'-группа.

Случай 2. N — σ_1-группа.

Случай 3. N не является σ_1-группой и не является σ_1'-группой.

Шаг 1. *Группа G/N σ-нильпотентна.*

В силу леммы 1 условия теоремы переносятся на фактор-группу G/N. Так как $|G/N| < |G|$, ввиду выбора группы G группа G/N σ-нильпотентна.

Шаг 2. *N — единственная минимальная нормальная подгруппа группы G, $\Phi(G) = 1$ и $C_G(N) \subseteq N$.*

Ввиду леммы 2.5 из [8] класс всех σ-нильпотентных групп насыщенный, поэтому $\Phi(G) = 1$. Если предположить, что в G существует минимальная нормальная подгруппа L, отличная от N, то в силу утверждения шага 1 группа G/L σ-нильпотентна. Так как ввиду леммы 2.5 из [8] класс всех σ-нильпотентных групп является формацией, группа G σ-нильпотентна, что противоречит ее выбору. Таким образом, G — примитивная группа с единственной минимальной нормальной подгруппой N, а значит, $C_G(N) \subseteq N$ ($C_G(N) = N$, если N — абелева группа; $C_G(N) = 1$, если N — неабелева группа).

Шаг 3. *Случай* 1 *невозможен.*

Предположим, что N является σ_1'-группой. Тогда ввиду утверждения шага 1 группа G σ-разрешима. Отсюда с учетом теоремы Фейта — Томпсона о разрешимости конечных групп нечетного порядка группа G либо σ_1-разрешима, либо σ_1'-разрешима, а значит, по теореме D6 из [9] группа G содержит холлову σ_1'-подгруппу H и каждая σ_1'-подгруппа из G содержится в некоторой подгруппе H^x, сопряженной с H ($x \in G$). Отсюда, в частности, следует, что если T — σ-нильпотентная подгруппа из G такая, что $VT = G$, где V — максимальная подгруппа силовской p-подгруппы P группы G, то подгруппа N, являющаяся $\mathfrak{F}$-корадикалом группы G ($\mathfrak{F}$ — формация всех σ-нильпотентных групп), содержится в T. Тогда, очевидно, подгруппа T σ-субнормальна в G. Так как подгруппа T принадлежат формации $\mathfrak{F}$, по лемме 3.1.6 из [10] T содержится в подгруппе $O_{\sigma_1}(G) \times O_{\sigma_1'}(G)$. Отсюда и из того, что $T_p \neq 1$, имеем $O_{\sigma_1}(G) \neq 1$. Теперь из $N \subseteq O_{\sigma_1'}(G)$ следует, что $C_G(N)$ не содержится в N. Пришли к противоречию с утверждением шага 2.

Шаг 4. *Случай* 2 *невозможен.*

Предположим, что N является σ_1-группой. Тогда ввиду утверждения шага 1 группа G σ-разрешима. Отсюда с учетом теоремы Фейта — Томпсона о разрешимости конечных групп нечетного порядка группа G либо σ_1-разрешима, либо σ_1'-разрешима. Значит, по теореме D6 из [9] группа G обладает свойствами D_{σ_1} и $D_{\sigma_1'}$.

Пусть H — холлова σ_1-подгруппа группы G, содержащая подгруппу P, и M — максимальная подгруппа группы G, содержащая H. Так как $|M| < |G|$, ввиду леммы 2 подгруппа M σ-нильпотентна. Если $|M|_{\sigma_1'} \neq 1$, то приходим к противоречию с утверждением шага 2. Отметим, что поскольку N является σ_1-группой, ввиду утверждения шага 1 холлова σ_1-подгруппа H нормальна в G, поэтому $M = H$ и $|G|_{\sigma_1'} = q$ для некоторого простого q, не принадлежащего σ_1. В частности, $G = HQ$, где Q — силовская q-подгруппа группы G, имеющая порядок q.

Предположим, что $p \in \sigma_1 \setminus \pi(N)$. Тогда по условию для максимальной подгруппы V из P найдется такая σ-нильпотентная подгруппа T, что $VT = G$. Очевидно, индекс подгруппы T в группе G является степенью простого числа p. Отсюда и из $p \notin \pi(N)$ следует, что $N \subseteq T$. Так как подгруппа T σ-нильпотентна и T содержит подгруппу Q^x для некоторого $x \in G$, подгруппа $C_G(N)$ не содержится в N. Снова пришли к противоречию с утверждением шага 2, поэтому полагаем далее, что $p \in \pi(N)$.

Ввиду утверждения шага 1 группа G/N представима в виде $G/N = H/N \times QN/N$. Рассмотрим подгруппу PQN группы G. Если $|PQN| < |G|$, то по лемме 2 ввиду выбора группы G получаем, что подгруппа PQN σ-нильпотентна. Тогда Q содержится в $C_G(N)$ и приходим к противоречию с утверждением шага 2.

Следовательно, $PQN = G$. Не нарушая общности рассуждений, можно считать, что $Q \subseteq T$. Так как подгруппа T σ-нильпотентна, то $T = T_{\sigma_1} \times Q$, а значит, Q централизует T_{σ_1}. Если $|PQ| < |G|$, то по лемме 2 ввиду выбора группы G получаем, что подгруппа PQ σ-нильпотентна и, следовательно, Q

централизует P. Так как $T_{\sigma_1}P = PN$, то Q содержится в $C_G(N)$ и мы снова приходим к противоречию с утверждением шага 2.

Следовательно, $PQ = G$. Поскольку подгруппа T_p нормальна в T и субнормальна в содержащей ее силовской p-подгруппе P_1 группы G, по теореме Виландта из [11] она субнормальна в $\langle T, P_1\rangle = TP_1 = G$. Но тогда по теореме Бэра из [12] $T_p \subseteq O_p(G)$. Так как группа G примитивна, $O_p(G) = N$, поэтому $T_p \subseteq N$. В силу того, что $T \neq G$, $G = TP = TN$ и N — минимальная нормальная подгруппа группы G, из $T_p \subseteq N$ следует, что $T_p = 1$, а значит, T — холлова p'-подгруппа группы G. Тогда $TV \neq G$ и приходим к противоречию с условием теоремы.

Шаг 5. *Случай* 3 *невозможен.*

Предположим, что N не является σ_1-группой и не является σ_1'-группой, т. е. простые делители порядка подгруппы N принадлежат как множеству σ_1, так и множеству σ_1'. Как и в предыдущем случае, на основе леммы 2 показывается, что $G = PN$, причем $p \in \pi(N)$.

Пусть T — σ-нильпотентная подгруппа группы G такая, что $VT = G$, где V — некоторая максимальная подгруппа силовской p-подгруппы P из G. Понятно, что подгруппа T имеет индекс, являющийся степенью простого числа p. Так как N не является σ_1-группой и не является σ_1'-группой, подгруппа T не содержит подгруппу N.

Подгруппа N представима в виде $N = N_1 \times N_2 \times \dots \times N_m$, где N_1, N_2, ... , N_m — изоморфные простые неабелевы группы. По лемме 2 из [5] в N_1 найдется σ-нильпотентная подгруппа $T_1 = T \cap N_1$ такая, что $|N_1 : T_1| = p^k$, где $k \geq 1$. Пусть H — максимальная подгруппа группы N_1, содержащая T_1. Тогда ввиду теоремы 1 из [13] справедливо одно из следующих утверждений:

(a) $N_1 = A_n$ и $H \cong A_{n-1}$, где $n = p^k$;

(b) $N_1 = L_n(q)$ и H — параболическая подгруппа (стабилизатор линии или гиперплоскости), при этом $|N_1 : H| = (q^n - 1)/(q - 1) = p^k$ (n — простое число);

(c) $N_1 = L_2(11)$ и $H \cong A_5$;

(d) $N_1 = M_{23}$ и $H \cong M_{22}$ или $N_1 = M_{11}$ и $H \cong M_{10}$;

(e) $N_1 = PSU_4(2) \cong PSp_4(3)$ и H — параболическая подгруппа индекса 27.

Рассмотрим каждый из возможных случаев.

(a) Пусть $N_1 = A_n$ и $H \cong A_{n-1}$, где $n = p^k$. Пусть $n = p^k > p$. Тогда либо $H = T_1$, либо T_1 — собственная подгруппа в группе $H \cong A_{n-1}$. Если $H = T_1$, то из $p \in \sigma_1$, простоты группы A_{n-1} и σ-нильпотентности подгруппы T_1 следует, что A_{n-1} — σ_1-группа. Из $n = p^k > p$ получаем, что $\pi(G) = \pi(A_{n-1})$, т. е. группа $N_1 = A_n$ является σ_1-группой. Но тогда N является σ_1-группой, что противоречит предположению случая 3. Если T_1 — собственная подгруппа в группе $H \cong A_{n-1}$, то A_{n-1} содержит максимальную подгруппу H_1, индекс которой в A_{n-1} является степенью простого числа p. Тогда ввиду теоремы 1 из [13] $n - 1 = p^k - 1$ делится на p, что невозможно.

Следовательно, $n = p$ — простое число. Тогда подгруппа H является холловой p'-подгруппой группы N_1, а потому $H = T_1$. Так как $G = PN$ и $p \in \pi(N)$, то $\pi(G) = \{p\} \cup \pi(A_{p-1})$. Отсюда следует, что $\pi(G) \cap \sigma_1 = \{p\}$. Действительно, при $p > 5$ это вытекает из простоты группы A_{p-1} и σ-нильпотентности подгруппы $T_1 \simeq A_{p-1}$, а при $p = 5$ — из σ-нильпотентности подгруппы $T_1 \simeq A_4$ и неразложимости группы A_4 в прямое произведение своих силовских подгрупп. Очевидно, $T_p \neq 1$. Так как подгруппа T_p нормальна в T и субнормальна в содержащей ее силовской p-подгруппе P_1 группы G, по теореме Виландта из

[11] она субнормальна в $\langle T, P_1\rangle = TP_1 = G$. Но тогда по теореме Бэра из [12] $T_p \subseteq O_p(G)$, т. е. $O_p(G) \neq 1$, что снова противоречит предположению случая 3.

(b) Пусть $N_1 = L_n(q)$ ($q = r^s$, где r — простое число) и H — параболическая подгруппа, при этом $|G : H| = (q^n - 1)/(q - 1) = p^k$ (n — простое число). Как отмечено в [13], H — холлова p'-подгруппа группы N_1. Следовательно, $H = T_1$. Поэтому из $G = PN$ и $p \in \pi(N)$ следует, что $\pi(G) = \{p\} \cup \pi(H)$. По теореме Бореля — Титса [14, 3.12] как следствие [15, (13–4)] получаем, что $C_G(O_r(H)) \subseteq O_r(H)$, а значит, из σ-нильпотентности подгруппы $T_1 = H$ следует, что $\pi(G) \cap \sigma_1 = \{p\}$. Далее, как и в п. (a), показывается, что $O_p(G) \neq 1$. Снова приходим к противоречию с предположением случая 3.

(c) Пусть $N_1 = L_2(11)$ и $H \cong A_5$. Тогда $p = 11$. Так как $|N_1| = 11 \cdot |A_5|$, из σ-нильпотентности подгруппы $T_1 = H$ следует, что $\pi(G) \cap \sigma_1 = \{11\}$, а потому ввиду простоты группы $H \cong A_5$ возможен лишь случай $\sigma(G) = \{11\} \cup \{2, 3, 5\}$. Далее, как и в п. (a), показывается, что $O_{11}(G) \neq 1$. Приходим к противоречию с предположением случая 3.

(d) Пусть $N_1 = M_{23}$ и $H \cong M_{22}$. Тогда $p = 23$. Так как $|N_1| = 23 \cdot |M_{22}|$, из σ-нильпотентности подгруппы $T_1 = H$ следует, что $\pi(G) \cap \sigma_1 = \{23\}$, а потому ввиду простоты группы $H \cong M_{22}$ возможен лишь случай $\sigma(G) = \{23\} \cup \{2, 3, 5, 7, 11\}$. Далее, как и в п. (a), показывается, что $O_{23}(G) \neq 1$. Приходим к противоречию с предположением случая 3.

Пусть $N_1 = M_{11}$ и $H \cong M_{10}$. Тогда $p = 11$. Так как $|N_1| = 11 \cdot |M_{10}|$, из σ-нильпотентности подгруппы $T_1 = H$ следует, что $\pi(G) \cap \sigma_1 = \{11\}$. Так как $M_{10} = A_6 \cdot 2$ (см., например, [16]), ввиду простоты группы A_6 возможен лишь случай $\sigma(G) = \{11\} \cup \{2, 3, 5\}$. Как и в п. (a), показывается, что $O_{23}(G) \neq 1$. Приходим к противоречию с предположением случая 3.

(e) Пусть $N_1 = PSU_4(2) \cong PSp_4(3)$ и H — параболическая подгруппа индекса 27. Тогда $p = 3$. Так как $H \simeq 2^4 : A_5$ (см., например, [16]), то H не содержит холловой $3'$-подгруппы, а потому $T_1 = H$. Поскольку $|N_1| = 3^3 \cdot |H|$, из σ-нильпотентности подгруппы $T_1 = H$ следует, что $\pi(G) \subseteq \sigma_1$, т. е. G — σ-простая группа. Снова пришли к противоречию, которое завершает доказательство теоремы.

Теорема доказана.

В заключение сформулируем теорему на языке G-покрывающих подгрупповых систем. При этом исходим из того, что если p — простое число, не делящее порядок группы G, и P — силовская p-подгруппа группы G, то максимальной в P является сама P.

Напомним также, что подгруппа H называется *добавлением* к подгруппе K в группе G, если $G = HK$. Понятно, что в каждой группе любая подгруппа обладает добавлением. Более того, подгруппа K может иметь в G несколько добавлений.

Следствие 1. *Пусть σ — разбиение множества всех простых чисел. Пусть p — простое число и P — силовская p-подгруппа группы G. Предположим, что существует множество подгрупп Σ группы G, обладающее следующим свойством: для любой максимальной подгруппы V из P множество Σ содержит добавление к V в G. Тогда Σ образует G-покрывающую подгрупповую систему для класса всех σ-нильпотентных групп.*

Следствие 2. *Группа G нильпотентна тогда и только тогда, когда для некоторого $p \in \pi(G)$ и каждой максимальной подгруппы некоторой силовской*

p-подгруппы группы G существует нильпотентное добавление в G.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Guo W., Shum K. P., Skiba A. N.* G-covering subgroup systems for the classes of supersoluble and nilpotent groups // Israel J. Math. 2003. V. 138. P. 125–138.

2. *Bianchi M., Mauri A. G. B., Hauck P.* On finite groups with nilpotent Sylow normalizers // Arch. Math. 1986. V. 47. P. 193–197.

3. *Шмидт О. Ю.* Группы, все подгруппы которых специальные // Мат. сб. 1924. Т. 31, № 3. С. 366–372.

4. *Нерешенные вопросы теории групп:* Коуровская тетрадь. Новосибирск: Ин-т математики СО РАН, 2018.

5. *Каморников С. Ф., Тютянов В. Н.* О двух проблемах из «Коуровской тетради» // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2021. Т. 27, № 1. С. 98–102.

6. *Liu A-M., Guo W., Safonova I. N., Skiba A. N.* G-covering subgroup systems for some classes of σ-soluble groups // J. Algebra. 2021. V. 585. P. 280–293.

7. *Doerk K., Hawkes T.* Finite soluble groups. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1992.

8. *Skiba A. N.* On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups // J. Algebra. 2015. V. 436. P. 1–16.

9. *Hall P.* Theorems like Sylow's // Proc. Lond. Math. Soc. 1956. V. 6, N 22. P. 286–304.

10. *Каморников С. Ф., Селькин М. В.* Подгрупповые функторы и классы конечных групп. Мн.: Белорусская наука, 2003.

11. *Wielandt H.* Subnormalität in faktorisierten endlichen Gruppen // J. Algebra. 1981. V. 69, N 2. P. 305–311.

12. *Baer R.* Engelsche Elemente Noetherscher Gruppen // Math. Ann. 1957. V. 133. P. 256–270.

13. *Guralnick R.* Subgroups of prime power index in a simple group // J. Algebra. 1983. V. 81, N 2. P. 304–311.

14. *Borel A., Tits J.* Elements unipotents et sous-groupes paraboliques de groupes reductifs // J. Invent. Math. 1971. V. 12, N 2. P. 95–104.

15. *Gorenstein D., Lyons R.* The local structure of finite groups of characteristic 2-type. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1983. (Mem. Amer. Math. Soc.; V. 42).

16. *Conway J. H., Curtis R. T., Norton S. P., Parker R. A., Wilson R. A.* Atlas of finite groups. Oxford: Clarendon Press, 1985.

Поступила в редакцию 24 августа 2021 г.
После доработки 24 августа 2021 г.
Принята к публикации 11 октября 2021 г.

Каморников Сергей Федорович
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины,
ул. Советская, 104, Гомель 246028, Беларусь
sfkamornikov@mail.ru

Тютянов Валентин Николаевич
Международный университет «МИТСО»,
пр. Октября, 46а, Гомель 246029, Беларусь
vtutanov@gmail.com