

УДК 512.542

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В. И. МУРАШКО

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

Гомель, Беларусь

Одним из центральных направлений современной алгебры является изучение классов алгебраических систем (групп, колец, алгебр Ли и т. д.) Задачами этого направления являются построение классов алгебраических систем, изучение свойств систем в данном классе и распознавание принадлежности системы данному классу. Наибольшее развитие данный подход получил в теории конечных групп, в связи с развитием теории формаций конечных групп. основополагающие результаты этого направления изложены в монографиях Л. А. Шеметкова [1], Т. Хоукса и К. Дерка [2], А. Баллестера-Болиньше и Л. М. Эсквэйро [3], Го Вэньбиня [4] и др., а также в многочисленных статьях отечественных и зарубежных математиков. Во многих современных работах исследуются теоретические аспекты распознавания принадлежности группы данной формации.

Вычислительным же аспектам обычно уделяется мало внимания. Тем не менее, данные аспекты приобретают все большее значение в современной алгебре, как из-за развития пакетов компьютерной алгебры (например, GAP и MAGMA), так и из-за расширения приложений теории конечных групп и их формаций в других областях математики (например, в теории кодирования, криптографии, теории формальных языков и автоматов [5]). Основные результаты этой теории представлены в [7] Б. Эйк и К. Р. Райта и [8] Хёфлинга и в соответствующих им GAP-пакетах FORMAT и CRISP. Эти работы посвящены поиску F -проекторов, F -инъекторов, F -корадикалов и F -радикалов разрешимых групп. Принципиальная новизна наших исследований заключается в нашей способности работать с ненасыщенными (нелокальными) классами необязательных разрешимых групп.

Конечную группу можно задать различными способами. Наиболее часто встречаемыми из них являются задание группы с помощью перестановок, матриц или порождающих элементов и определяющих соотношений. Известно [6] (по модулю классификации конечных простых групп), что порождающее множество элементов силовой подгруппы данной группы перестановок (даны порождающие перестановки) степени n может быть найдено за полиномиальное время от n и числа порождающих.

Ввиду этого естественно возникает вопрос: «Для данных класса групп \mathbf{F} и группы G перестановок степени n существует ли алгоритм, определяющий принадлежит ли группа G классу \mathbf{F} за полиномиальное время от n и числа порождающих группы G ?»

Используя классический подход теории конечных групп, заключающийся в изучении строения ее главного ряда, нам удалось ответить на приведенный выше вопрос для широкого семейства формаций конечных групп, включающий в себя локальные формации (в том числе формации σ -нильпотентных, сверхразрешимых, расширено сверхразрешимых, сильно сверхразрешимых групп и др.), композиционные формации (в том числе формацию всех квазинильпотентных групп) и другие формации (например, формацию групп, главные 3-факторы которых нецентральны). Обсуждению полученных результатов и посвящается доклад. Полученные результаты анонсированы в препринте [9].

Работа выполнялась при финансовой поддержке БРФФИ Ф23РНФ-237.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шеметков, Л. А.** Формации конечных групп / Л. А. Шеметков. – Москва: Наука, 1978. – 272 с.
2. **Doerk, K.** Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
3. **Ballester-Bolinches, A.** Classes of Finite groups / A. Ballester-Bolinches, L. M. Ezquerro. – Springer, 2006. – 385 p.
4. **Guo, W.** Structure theory for canonical classes of finite groups / W. Guo. – Heidelberg – New-York – Dordrecht – London: Springer, 2015. – 359 p.
5. **Ballester-Bolinches, A.** Languages associated with saturated formations of groups / A. Ballester-Bolinches, J.-E. Pin, X. Soler-Escriva // Forum Mathematicum. – 2013. – Vol. 27, № 3. – P. 1471–1505.
6. **Kantor, W. M.** Sylow's Theorem in Polynomial Time / W. M. Kantor // J. Comput. Syst. Sci. – 1985. – Vol. 30. – P. 359–394.
7. **Eick, B.** Computing Subgroups by Exhibition in Finite Solvable Groups / B. Eick, C. R. Wright // J. Symb. Comput. – 2002. – Vol. 33. – P. 129–143.
8. **Hofling, B.** Computing Projectors, Injectors, Residuals and Radicals of Finite Soluble Groups / B. Hofling // J. Symb. Comput. – 2001. – Vol. 32. – P. 499–511.
9. **Murashka, V. I.** Formations of Finite Groups in Polynomial Time: F-residuals and F-subnormality / V. I. Murashka // arXiv:2205.12913v1 [math.GR] 25 May 2022. – 13 p.