ВЛИЯНИЕ ПОДГРУППЫ ФИТТИНГА И ЕЕ ОБОБЩЕНИЙ НА СТРОЕНИЕ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Мурашко В. И.[1], **Васильев А. Ф.**[2]

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
Гомель, Республика Беларусь;
[1]mviath@yandex.ru, [2]formation56@mail.ru

В работе рассматриваются только конечные группы. Напомним, что подгруппой Фиттинга $\mathrm{F}(G)$ группы G называется ее максимальная нормальная нильпотентная подгруппа. Эта подгруппа оказывает существенное влияние на строение разрешимой группы. Например, Рамадан [1] показал, что если все максимальные подгруппы силовских подгрупп $\mathrm{F}(G)$ нормальны в разрешимой группе G, то G сверхразрешима.

В произвольной группе подгруппа Фиттинга теряет многие свойства, которые она имела в разрешимом случае. Поэтому вместо неё обычно рассматривают квазинильпотентный радикал $\mathrm{F}^*(G)$ (эта подгруппа также известна как обобщённая подгруппа Фиттинга) или подгруппу Шеметкова – Шмида [2]. Напомним, что подгруппой Шеметкова – Шмида $\tilde{\mathrm{F}}(G)$ группы G называют подгруппу, определяемую условиями:

(1) $\Phi(G) \subseteq \tilde{\mathrm{F}}(G)$;

(2) $\tilde{\mathrm{F}}(G)/\Phi(G) = Soc(G/\Phi(G))$.

Рассмотрению недавних опубликованных (например, [3]) и новых результатов о влиянии подгруппы Фиттинга и ее обобщений на строение конечных групп посвящено настоящее сообщение. Отметим один из них.

Пусть $\mathfrak{F}$ — формация. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-субнормальной в G, если $H = G$ или существует максимальная цепь подгрупп $H = H_0 < \cdots < H_n = G$ такая, что $H_i^{\mathfrak{F}} \subseteq H_{i-1}$ для $i = 1, \ldots, n$.

Подгруппу H группы G назовём R-$\mathfrak{F}$-субнормальной, если H $\mathfrak{F}$-субнормальна в $\langle H,\ R\rangle$.

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ — насыщенная формация. Если всякая максимальная подгруппа группы G является $\tilde{\mathrm{F}}(G)$-$\mathfrak{F}$-субнормальной, то $G \in\ \mathfrak{F}$.*

Пусть $\mathfrak{U}$ — класс всех сверхразрешимых групп. Известную теорему Крамера [4, с. 12] можно переформулировать следующим образом.

Следствие. *Если всякая максимальная подгруппа разрешимой группы G является $\mathrm{F}(G)$-$\mathfrak{U}$-субнормальной, то G сверхразрешима.*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ramadan M.* Influence of normality on maximal subgroups of Sylow subgroups of a finite group // Acta Math. Hungar. 1992. V. 59, No 1–2. P. 107–110.
2. *Васильев А. Ф., Мурашко В. И.* О подгруппе Шеметкова – Шмида и связанных с ней подгруппах конечных групп // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. 2014. № 84. С. 23–29.
3. *Мурашко В. И.* Произведения $\mathrm{F}^*(G)$-субнормальных подгрупп конечных групп // Изв. вузов. Матем. 2017. № 6. С. 76–82.
4. *Weinstein M.* Between Nilpotent and Soluble. Passaic: Polygonal Publishing House, 1982.