Доклады Академии наук СССР
1971. Том 198, № 1

УДК 62-50:66-93.012-52

КИБЕРНЕТИКА
И ТЕОРИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ,
Г. Б. ЛАЗАРЕВ, В. И. АВДЕЕВ

МЕТОД РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНОЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

В промышленной практике управление сложными химико-технологическими системами (х.т.с.) в условиях множества целей ведется на основании интуитивных соображений, подсказываемых опытом, независимо от того, привлекаются ли при этом задачи математического программирования. Цель выполненных исследований состояла в том, чтобы проверить возможность решения многокритериальных задач при управлении объектами этого класса. Исследования проводились на примере химического предприятия, объединяющего производство нескольких видов продукции. Многообразие целей такого объекта можно проиллюстрировать с помощью широкого набора критериев:

— максимальный выпуск продукции в условных единицах;
— максимальная прибыль;
— максимальный объем выпуска;
— максимальная производительность труда и т. п.,

т. е. целей, следовать совокупности которых на практике едва ли удается.

Известные способы решения многокритериальных задач можно разделить на 4 группы.

К первой группе отнесем решения на основе ранжировки критериев оптимальности, включая их суммирование с весовыми коэффициентами. Указаний по выбору коэффициентов эта группа способов не содержит.

Ко второй группе относятся решения, связанные с выбором одного, ведущего, критерия и переводом других целей в ограничения. При этом может оказаться, что введенные ограничения несовместны.

Третья группа способов базируется на некоторых интуитивных соображениях, подсказываемых физической сущностью задачи, для построения обобщенного критерия, вид которого полностью зависит от исследователя.

Наиболее математически обоснованной является четвертая группа способов, использующая нормированное критериальное пространство для отыскания решения, которое обеспечивает минимальное (в определенном смысле) удаление значений целевых функций (F_i) от индивидуальных оптимумов. В работе ([1]) этот принцип использован для отыскания компромиссного решения на основе теоретико-игровой модели. Недостатком метода является то, что компромиссное решение выбирается не из всей области определения переменных, а лишь из подмножества, образованного линейной комбинацией оптимальных по индивидуальным критериям решений. В этом случае не исключается возможность существования других допустимых решений, лучших, чем компромиссные.

Предлагаемый нами метод относится к четвертой группе, но в отличие от упомянутых позволяет работать во всей области допустимых решений.

Сущность метода сводится к следующему. При ограничениях

$$AX \leqslant B \tag{1}$$

получаем решения Y_i, которые обращают в минимум или максимум каждую из целевых функций $F_i(X)$ в отдельности. Класс $F_i(X)$ не оговаривается, предполагается лишь, что для данного класса функций существует способ решения задачи оптимизации при ограничениях (1). Произведение матрицы A на вектор X характеризует все виды затрат, интересующие нас в задаче ([2]). В соответствии с понятием Y_i, введенных по определению, получим

$$F_i(Y_i) = Q_i,$$

где Q_i — оптимальное значение i-ой целевой функции.

Пронормируем пространство целевых функций:

$$s_i(\mathrm{X}) = \frac{Q_i - F_i(\mathrm{X})}{Q_i} = 1 - \frac{F_i(\mathrm{X})}{Q_i}.$$

Величина $s_i(\mathrm{X})$ является мерой отклонения i-й целевой функции от оптимального значения Q_i при произвольном X. Очевидно, что степень достижения общей цели возрастет, когда в области (1) будет найдена точка, соответствующая максимальному приближению к несовместной системе функций $s_i(\mathrm{X}) = 0$. Для определения положения этой точки представим совокупность отклонений $s_i(\mathrm{X})$ в виде вектора S и потребуем его минимизации

$$\min_{\mathrm{X}} S^2(\mathrm{X}) \tag{2}$$

при ограничениях (1).

В тех случаях, когда не все $F_i(X)$ — гладкие выпуклые функции, решение (2) может быть сопряжено с вычислительными трудностями. Избежать их можно следующим образом. Пронормируем пространство X:

$$\rho_i(x_j) = 1 - x_j / y_{j,i}.$$

Здесь x_j обозначена j-я компонента вектора X, а $y_{j,i}$ — значение той же компоненты вектора Y_i, оптимизирующего i-ю целевую функцию $F_i(\mathrm{X})$. Значение $\rho_i(x_j)$ является мерой удаленности решения по компоненте x_j от оптимального решения в смысле цели $F_i(\mathrm{X})$. Пользуясь тем же принципом, которым мы руководствовались в критериальном пространстве, потребуем нахождения таких X, которые обеспечивают

$$\min_{\mathrm{X}} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \rho_i^2(x_j) \tag{3}$$

при ограничениях (1). Последняя задача в отличие от (2) всегда позволяет не выходить за рамки выпуклого программирования ([3]). Расплата за уход от вычислительных трудностей состоит в том, что решения при нормировании пространства критериев и пространства переменных в общем случае могут не совпадать. Поэтому решение многоцелевой задачи в смысле (3) является способом принятия решений в условиях, когда другие методы вообще не работают.

Предлагаемый метод опробован в промышленных условиях на стадии эксплуатации сложной х.т.с.— комплекса производств Северодонецкого химического комбината. Задачи (2), (3) относятся к задачам квадратичного программирования при линейных ограничениях. Для решения задач использовался метод проектируемых градиентов Розена ([4]). Расчеты проводились на ЭЦВМ «Минск-22» по программе, составленной В. И. Павлущенко. Программа позволяет решать многокритериальные задачи, содержащие до 40 переменных, при размерах матрицы условий $m \times n = 100 \times 40$.

Московский химико-технологический институт
им. Д. И. Менделеева

Северодонецкий филиал
Опытно-конструкторского бюро автоматики

Поступило
13 XI 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Х. Юттлер, Экономика и математич. методы, 3, 3 (1967). [2] Б. В. Ермоленко, В. В. Кафаров, Н. В. Казбекова, Теоретич. основы химич. технол., 3, 6 (1969). [3] С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева, Линейное и выпуклое программирование, М., 1968. [4] Г. П. Кюнци, В. Крелле, Нелинейное программирование, М., 1965.