СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скиба А. Н. Алгебра формаций. — Минск: Изд-во Беларуская навука, 1997. 240 с.
2. Биркгоф Г. Теория решеток. — Москва: Изд-во Наука, 1984. 568 с.
3. Ведерников В. А., Сорокина М. М. ω-Веерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки. 2002. Том 71, № 1. С. 43-60.
4. Ведерников В. А. О новых типах ω-веерных формаций конечных групп // Український математический конгресс – 2001. Секція 1. 2002. С. 36-45.

———————————————————————————————————————

УДК 512.542

Обобщенный гиперцентр конечных групп

В. И. Мурашко (Беларусь, г. Гомель)
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
e-mail: mvimath@yandex.ru

The generalized hypercenter of finite groups

V. I. Murashka (Belarus, Gomel)
Francisk Skorina Gomel State University
e-mail: mvimath@yandex.ru

All groups considered here will be finite.

Let G be a group and $\mathfrak{X}$ be a class of groups. Recall that a chief factor H/K of G is called $\mathfrak{X}$-*central* in G provided $(H/K) \rtimes G/C_G(H/K) \in \mathfrak{X}$ (see [1, p. 127–128]). A normal subgroup N of G is said to be $\mathfrak{X}$-*hypercentral* in G if $N = 1$ or $N \neq 1$ and every chief factor of G below N is $\mathfrak{X}$-central. The symbol $\mathrm{Z}_{\mathfrak{X}}(G)$ denotes the $\mathfrak{X}$-*hypercenter* of G, that is, the largest normal $\mathfrak{X}$-hypercentral subgroup of G (see [1, Lemma 14.1]). If $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}$ is the class of all nilpotent groups, then $\mathrm{Z}_{\mathfrak{N}}(G)$ is the hypercenter of G.

Let $\sigma = \{\pi_i \mid i \in I\}$ be a *partition* of the set of all primes $\mathbb{P}$, i.e. $\cup_{i\in I}\pi_i = \mathbb{P}$ and $\pi_i \cap \pi_j = \emptyset$ for $i \neq j$. The class of groups all whose Hall π_i-subgroups are normal for all $i \in I$ is a hereditary formation. Groups from this class are called σ-*nilpotent* [2]. If $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \dots\}$, then σ-nilpotent group is nilpotent. In this paper we will give the new characterization for the σ-nilpotent hypercenter.

Let $\mathfrak{F}$ be a formation. A subgroup H of G is called K-$\mathfrak{F}$-subnormal in G if there is a chain $H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq \dots \subseteq H_n = G$ with $H_{i-1} \trianglelefteq H_i$ or $H_i/\mathrm{Core}_{H_i}(H_{i-1}) \in \mathfrak{F}$ for all $i = 1, \dots, n$. If $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}$, then we obtain the notion of subnormal subgroup.

Let H be a subgroup of a group G. According to [3, p. 50] a subgroup T of G is called *a subnormalizer* of H in G if H is subnormal in T and if H is subnormal in $M \leq G$ then $M \leq T$. A subnormalizer, if it exists, is unique. A subgroup T of G is called *a weak subnormalizer* of H in G [4] if H is subnormal in T and if H is subnormal in $M \leq G$ and $T \leq M$ then $T = M$. A weak subnormalizer always exists but may be not unique.

We introduce the following generalization of the previous concept.

Let $\mathfrak{F}$ be a formation. We shall call a subgroup T of G *a weak K-$\mathfrak{F}$-subnormalizer* of H in G if H is K-$\mathfrak{F}$-subnormal in T and if H is K-$\mathfrak{F}$-subnormal in $M \leq G$ and $T \leq M$, then $T = M$.

The main result of this paper is

Theorem 1. *Let $\mathfrak{F}$ be a hereditary formation. The following statements are equivalent:*

(1) *The intersection of all weak K-$\mathfrak{F}$-subnormalizers of all Sylow subgroups is the $\mathfrak{F}$-hypercenter.*

(2) *The intersection of all weak K-$\mathfrak{F}$-subnormalizers of all cyclic primary subgroups is the $\mathfrak{F}$-hypercenter.*

(3) *There is a partition σ of $\mathbb{P}$ such that $\mathfrak{F}$ is the class of all σ-nilpotent groups.*

From this theorem follows well known result of P. Hall [5] that states that the intersection of all normalizers of Sylow subgroups is the hypercenter.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shemetkov L. A., Skiba A. N. Formations of algebraic systems. — Moscow: Nauka, 1989. 256 p. (In Russian)
2. Skiba A. N. On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups // J. Algebra. 2015. No. 436. P. 1–16.
3. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. — Berlin — New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.
4. Mann A. System normalizers and subnormalizers // Proc. London Math. Soc. 1970. Vol. 20, No. 1. P. 123–143.
5. Hall P. On the System Normalizers of a Soluble Group // Proc. London Math. Soc. 1938. Vol. 43, No. 1. P. 507–528.

———————————————————

УДК 512.542

О нормализаторах силовских 2-подгрупп в конечных группах

Д. Г. Новикова (Россия, г. Брянск)
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского
e-mail: dyasha,19@ya.ru
С. В. Путилов (Россия, г. Брянск)
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского
e-mail: algebra.bgu@yandex.ru

On normalizers of Sylow 2-subgroups of finite groups

D. G. Novikova (Russia, Bryansk)
Bryansk State University named after academician I.G. Petrovsky
e-mail: dyasha,19@ya.ru
S. V. Putilov (Russia, Bryansk)
Bryansk State University named after academician I.G. Petrovsky
e-mail: algebra.bgu@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы.

В [1] завершено описание нормализаторов силовских 2-подгрупп в простых неабелевых группах. В [2], [3] исследовались конечные группы с арифметическими свойствами определенных подгрупп. Простое число, на которое делится целое число, считается простым делителем этого числа. Группа без секций изоморфных знакопеременной группе A_5 называется A_5-свободной группой.