

## О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ, ФАКТОРИЗУЕМЫХ ВЗАИМНО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ

Васильева Т. И.<sup>1,2</sup>, Васильев А. Ф.<sup>1</sup>, Симоненко Д. Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,  
Гомель, Республика Беларусь;

<sup>2</sup>Белорусский государственный университет транспорта,  
Гомель, Республика Беларусь;

tivasilyeva@mail.ru, formation56@mail.ru, dsimonenkon@mail.ru

Рассматриваются только конечные группы. Согласно [1] подгруппы  $A$  и  $B$  группы  $G$  называются взаимно перестановочными, если  $A$  перестановочна с каждой подгруппой из  $B$  и  $B$  перестановочна с каждой подгруппой из  $A$ . Изучению групп, представимых произведением своих взаимно перестановочных подгрупп, посвящены многочисленные работы различных авторов. Основные результаты, полученные в этом направлении до 2010 года, изложены в монографии [1].

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ [2].** Пусть  $\mathfrak{F}$  и  $\mathfrak{X}$  — классы групп, причем  $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ . Класс  $\mathfrak{F}$  называется  $MP$ -замкнутым в  $\mathfrak{X}$ , если  $\mathfrak{F}$  содержит всякую  $\mathfrak{X}$ -группу  $G = AB$ , где  $A$  и  $B$  — взаимно перестановочные  $\mathfrak{F}$ -подгруппы группы  $G$ .

Пустой класс считается  $MP$ -замкнутым в любом классе групп  $\mathfrak{X}$ .

**ПРОБЛЕМА.** Пусть  $\mathfrak{F}$  — формация (класс Фиттинга, класс Шунка) и  $\mathfrak{X}$  — класс групп, причем  $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ . Для данного класса  $\mathfrak{X}$  описать все формации (классы Фиттинга, классы Шунка)  $\mathfrak{F}$ ,  $MP$ -замкнутые в  $\mathfrak{X}$ .

**Теорема.** Пусть  $\mathfrak{X}$  и  $\mathfrak{F}$  — насыщенные формации, содержащие все сверхразрешимые  $\pi$ -группы для  $\pi = \pi(\mathfrak{F})$ , причем  $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ . Пусть  $H$  и  $F$  — максимальные внутренние локальные экраны  $\mathfrak{X}$  и  $\mathfrak{F}$  соответственно. Формация  $\mathfrak{F}$  является  $MP$ -замкнутой в  $\mathfrak{X}$  тогда и только тогда, когда  $F(p)$   $MP$ -замкнута в  $H(p)$  для любого простого  $p$ .

**Следствие 1 [3].** Пусть  $G = AB$  — произведение взаимно перестановочных сверхразрешимых подгрупп  $A$  и  $B$ . Если коммутант  $G'$  нильпотентен, то  $G$  сверхразрешима.

В работе [4] был исследован класс всех групп, у которых любая подгруппа Шмидта является сверхразрешимой, и, в частности, было установлено, что этот класс является наследственной насыщенной формацией Фиттинга, содержащей все сверхразрешимые группы.

**Следствие 2.** Пусть группа  $G = AB$  — произведение взаимно перестановочных подгрупп  $A$  и  $B$ . Если в  $A$  и  $B$  любая подгруппа Шмидта является сверхразрешимой, то любая подгруппа Шмидта группы  $G$  сверхразрешима.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ballester-Bolinches A., Esteban-Romero R., Asaad M. Products of Finite Groups. Berlin/New York: Walter de Gruyter, 2010.
2. Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Симоненко Д. Н. О  $MP$ -замкнутых насыщенных формациях конечных групп // Известия вузов. Математика. 2017. № 6. С. 9–17.
3. Asaad M., Shaalan A. On the supersolubility of finite groups // Arch. Math. 1989 V. 53, No 4. P. 318–326.
4. Монахов В. С. О конечных группах с заданным набором подгрупп Шмидта // Матем. заметки. 1995. Т. 58, № 5. С. 717–722.