К теореме Шеметкова о дополняемости корадикала конечной группы

С. Йи, С. Ф. Каморников

Рассматриваются только конечные группы.

Понятие $\mathfrak{F}$-корадикала, характеризующее степень вхождения группы в формацию $\mathfrak{F}$, естественным образом инициировало исследование проблемы расщепляемости группы над $\mathfrak{F}$-корадикалом. Центральное место в решении этой проблемы занимает следующий результат Л.А. Шеметкова:

Пусть $\mathfrak{F}$ — локальная формация, G — конечная группа. Если для любого простого числа p, делящего $|G : G^{\mathfrak{F}}|$, силовская p-подгруппы из $G^{\mathfrak{F}}$ абелева, то подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ дополняема в G.

Как показывают примеры, условие абелевости соответствующих силовских подгрупп $\mathfrak{F}$-корадикала в приведенной теореме Л.А. Шеметкова существенно. Поэтому одним из подходов, направленным на ослабление этого условия, может быть введение дополнительных ограничений либо на группу G, либо на формацию $\mathfrak{F}$. Такой подход развивается в данной работе. В ней для произвольной GWP-формации $\mathfrak{F}$ исследуется существование дополнений к $\mathfrak{F}$-корадикалу группы, порожденной системой ее K-$\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп. Таким образом, условие абелевости соответствующих силовских подгрупп $\mathfrak{F}$-корадикала всей группы G в отмеченной теореме Л.А. Шеметкова ослабляется до условия абелевости силовских подгрупп из $\mathfrak{F}$-корадикалов K-$\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп, порождающих группу G.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — GWP-формация и G — конечная группа, обладающая следующими свойствами*:

1) *$G =< A, B >$, где A и B — K-$\mathfrak{F}$-субнормальные подгруппы группы G;*

2) *для некоторого простого числа p силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ абелевы.*

Тогда $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ группы G не содержит G-главных $\mathfrak{F}$-центральных pd-факторов.

Теорема 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — GWP-формация и G — конечная группа, представимая в виде $G =< A, B >$, где A и B — K-$\mathfrak{F}$-субнормальные подгруппы группы G. Если подгруппы $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ $\pi(\mathfrak{F})$-разрешимы и для любого простого числа $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы из $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ абелевы, то каждый $\mathfrak{F}$-нормализатор группы G является дополнением $\mathfrak{F}$-корадикала $G^{\mathfrak{F}}$ в группе G.*

Zhejiang Sci-Tech University, Zhejiang (China)
E-mail: yixiaolan2005@126.com
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: sfkamornikov@mail.ru