О пересечении максимальных подгрупп конечной разрешимой группы

С. Ф. Каморников

Рассматриваются только конечные группы.

Как известно, подгруппа Фраттини $\Phi(G)$ группы G определяется как пересечение всех ее максимальных подгрупп. Из основного результата работы [1] следует, что для получения подгруппы $\Phi(G)$ разрешимой группы G можно ограничиться пересечением лишь некоторых $3n$ ее максимальных подгрупп, где n — число дополняемых факторов некоторого главного ряда группы G.

Другой подход, направленный на сокращение числа максимальных подгрупп, пересечение которых дает подгруппу Фраттини, предложен В.С. Монаховым в [2], где установлено, что для любой разрешимой группы G ее подгруппа Фраттини $\Phi(G)$ совпадает с пересечением всех таких максимальных подгрупп M из G, что $MF(G) = G$ (здесь $F(G)$ — подгруппа Фиттинга группы G, т.е. наибольшая нормальная нильпотентная подгруппа группы G).

В следующей теореме отмеченные подходы определенным образом объединяются.

Теорема 1. *Пусть G — разрешимая группа, n — длина G-главного ряда группы $F(G)/\Phi(G)$, а k — число центральных G-главных факторов этого ряда. Тогда в G существуют $4n - 3k$ максимальные подгруппы, пересечение которых равно $\Phi(G)$.*

Оценка числа максимальных подгрупп, приведенная в теореме 1, является точной, но в некоторых случаях она может быть существенно улучшена.

Теорема 2. *Пусть G — группа нечетного порядка, n — длина G-главного ряда группы $F(G)/\Phi(G)$, а k — число центральных G-главных факторов этого ряда. Тогда в G существуют $3n - 2k$ максимальные подгруппы, пересечение которых равно $\Phi(G)$.*

Список литературы

[1] Kamornikov S. F. Intersections of prefrattini subgroups in finite soluble groups // Int. J. Group Theory. 2017. Vol. 6, N 2. P. 1-5.

[2] Монахов В. С. Замечание о максимальных подгруппах конечных групп // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47, N 4. С. 31-33.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: sfkamornikov@mail.ru