

Группы с формационными ограничениями на силовские подгруппы

В. С. Монахов, И. Л. Сохор

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1].

Пусть \mathfrak{F} — формация, G — группа. Напомним, подгруппа H называется \mathfrak{F} -субнормальной, если существует такая цепочка подгрупп

$$H = H_0 < \cdot H_1 < \cdot \dots < \cdot H_n = G,$$

что $H_i/(H_{i-1})_{H_i} \in \mathfrak{F}$ для всех i , что равносильно тому, что $H_i^{\mathfrak{F}} \leq H_{i-1}$. Подгруппа H группы G называется \mathfrak{F} -абнормальной, если $L/K_L \notin \mathfrak{F}$ для всех подгрупп K и L таких, что $H \leq K < \cdot L \leq G$. Понятно, что для формаций \mathfrak{X} и \mathfrak{F} таких, что $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{F}$, каждая \mathfrak{X} -субнормальная подгруппа будет \mathfrak{F} -субнормальна, а каждая \mathfrak{F} -абнормальная подгруппа будет \mathfrak{X} -абнормальна.

Если группа $G \notin \mathfrak{F}$ и каждая нетривиальная подгруппа из G \mathfrak{F} -субнормальна или \mathfrak{F} -абнормальна, то G называется $E_{\mathfrak{F}}$ -группой. Свойства таких групп для различных формаций \mathfrak{F} изучались в работах Фаттахи, Эберта и Баумана, Фёрстера, В. Н. Семенчука, А. Н. Скибы и других авторов, см. литературу в [2]. Группы с \mathfrak{F} -субнормальными или \mathfrak{F} -абнормальными примарными подгруппами описаны в работах Фаттахи, А. Ф. Васильева, Т. И. Васильевой, В. Н. Тютянова, В. С. Монахова, В. Н. Княгиной и других авторов, см. литературу в [3]. Эти исследования получили развитие в следующей теореме.

Теорема. Пусть \mathfrak{F} — наследственная формация, $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{NA}$. В группе G каждая силовская подгруппа \mathfrak{F} -субнормальна или \mathfrak{F} -абнормальна класса нильпотентности не больше 2 тогда и только тогда, когда либо $G \in \mathfrak{NA}$, либо $G = G^{\mathfrak{N}} \rtimes P$, где P — неабелева \mathfrak{F} -абнормальная силовская p -подгруппа группы G для некоторого $p \in \pi(G)$, являющаяся подгруппой Картера и Гашюца группы G , $P' \leq Z(P)$ и $G^{\mathfrak{N}} = G^{\mathfrak{U}} \in \mathfrak{NA}$.

Здесь \mathfrak{A} , \mathfrak{N} и \mathfrak{U} — формации всех абелевых, нильпотентных и сверхразрешимых групп соответственно; \mathfrak{A}_1 — формация всех абелевых групп с элементарными абелевыми силовскими подгруппами; \mathfrak{A} — формация всех разрешимых групп с абелевыми силовскими подгруппами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1992.
- [2] Skiba A. N. On some results in the theory of finite partially soluble groups // Commun. Math. Stat. — 2016. — Vol. 4, N 3. — P. 281–309.
- [3] Монахов В. С. Конечные группы с абнормальными и \mathfrak{U} -субнормальными подгруппами // Сибирский математический журнал. 2016. Т. 57, N 2. С. 447–462.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)

E-mail: victor.monakhov@gmail.com, irina.sokhor@gmail.com