О существовании A-допустимых Θ-подгрупп

М. В. Селькин, Р. В. Бородич, Е. Н. Бородич

В теории конечных групп центральное место занимают объекты, экстремально расположенные в группе. К таким объектам в первую очередь относятся максимальные подгруппы. Знание их строения, способа вложения в группу, а также взаимодействия между собой и с другими подгруппами позволяют раскрыть многие свойства самих групп (см. монографию [1]).

Пусть даны группа G, множество A и отображение $f : A \mapsto End(G)$, где $End(G)$ — гомоморфное отображение группы G в себя или эндоморфизм группы G. Подгруппа M называется A-допустимой, если M выдерживает действие всех операторов из A, то есть $M^{\alpha} \subseteq M$ для любого оператора $\alpha \in A$.

Несложно заметить, что так как операторы действуют как соответствующие им эндоморфизмы, то каждая характеристическая подгруппа является A-допустимой для произвольной группы операторов.

Пусть $\mathfrak{X}$ — произвольный непустой класс групп. Сопоставим со всякой группой $G \in \mathfrak{X}$ некоторую систему подгрупп $\tau(G)$. Согласно [2] будем говорить, что τ — подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор (подгрупповой функтор на $\mathfrak{X}$), если для всякого эпиморфизма $\phi : A \mapsto B$, где $A, B \in \mathfrak{X}$, выполнены включения $(\tau(A))^{\phi} \subseteq \tau(B)$, $(\tau(B))^{\phi^{-1}} \subseteq \tau(A)$, и, кроме того, для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ имеет место $G \in \tau(G)$.

Если $\mathfrak{X} = \mathfrak{G}$ — класс всех групп, то подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор называют просто подгрупповым функтором.

Функтор θ будем называть абнормально полным, если для любой группы G среди множества $\theta(G)$ содержатся все абнормальные подгруппы группы G;

Подгруппа H группы G называется максимальной A-допустимой подгруппой в G, если H является A-допустимой и любая собственная A-допустимая подгруппа из G, содержащая H, совпадает с H.

Теорема. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$, Θ — абнормально полный подгрупповой функтор. Тогда в произвольной неразрешимой группе существуют ненильпотентные A-допустимые максимальные Θ-подгруппы, причем, пересечение ядер всех таких подгрупп нильпотентно.*

Следствие. *В произвольной неразрешимой группе существуют ненильпотентные абнормальные максимальные подгруппы, причем, пересечение всех таких подгрупп нильпотентно.*

Список литературы

[1] Селькин М.В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп / М.В. Селькин. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 144 с.

[2] Скиба А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 240 с.

Учреждение образования "Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины", Гомель (Беларусь)

E-mail: Borodich@gsu.by