Доклады Академии наук СССР
1971. Том 198, № 2

УДК 62-50:66-93.012-52

КИБЕРНЕТИКА И ТЕОРИЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Член-корреспондент АН СССР В. В. КАФАРОВ, Г. Б. ЛАЗАРЕВ, В. И. АВДЕЕВ

ОПЕРАТИВНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНОЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

Под сложной химико-технологической системой (х.т.с.) понимается химическое предприятие с разветвленной технологической схемой, построенной на основе общности сырьевой и энергетической базы производств, соображений комплексной переработки сырья и промежуточных продуктов, утилизации сырьевых и энергетических отходов. Управление производственной деятельностью такого объекта состоит в выборе заданий по выпуску продукции за некоторый период времени (например, месяц) и формировании управляющих воздействий, обеспечивающих наиболее точное выполнение заданий. Предлагаемые для этой цели в литературе методы так же, как и используемые в практике, носят в значительной мере интуитивный характер несмотря на привлечение задач математического программирования. Между тем теория управления располагает классическим примером аналогичной с математической точки зрения задачи, известной из работ Л. С. Понтрягина под названием «задачи с закрепленными концами» ([1]).

В настоящей работе х.т.с. представляется не только динамическими, но и эвристическими и логическими звеньями. Х.т.с. присущи многомерность, многосвязность и многокритериальность. Исследования проводились применительно к х.т.с. с непрерывными производственными процессами.

Возможны три варианта постановки задачи:

1) положение точки M, в которую необходимо перевести объект из начального состояния (t_0, M_0) за время T, задано;

2) положение точки M подлежит определению по некоторому критерию или их совокупности;

3) положение точки M является случайной функцией времени и должно быть определено прогнозированием.

Ниже рассматриваются первые два варианта, но многие полученные результаты могут быть распространены и на третий случай.

Модель объекта строится при следующих допущениях:

1) требуемая степень детализации решения позволяет выполнить ступенчатую аппроксимацию траектории движения объекта;

2) коэффициенты модели остаются постоянными на интервале t_0, T. Адаптация модели проводится по фактическим измерениям на интервале 0, t_0.

Сформулированные допущения позволяют представить модель на языке линейной алгебры в виде

$$\mathbf{A}\mathbf{X}(\Delta t_i) \leqslant B(\Delta t_i), \tag{1}$$

где $\mathbf{A}$ — матрица условий задачи; $\mathbf{X}(\Delta t_i)$ — искомый вектор для Δt_i интервала периода T; $\mathbf{B}(\Delta t_i)$ — вектор свободных членов.

Задача перевода объекта в точку M состоит в поиске траектории вектора $\mathbf{X}(\Delta t_i)$, обеспечивающей минимум отклонения от заданного плана $\mathrm{U}(T)$. Воспользуемся матрицей Φ, приводящей размерность $\Phi\mathbf{X}$ к размерности вектора $\mathbf{U}(T)$. Введем прием нормирования пространства критерия, при котором его метрикой будет отклонение от задания по каждой координате пространства

$$g_i = 1 - \left(\sum_t \sum_r \varphi_{i,r} x_r \ (\Delta t_t)\right) \Big/ u_i(T),$$

и состоящий из g_i вектор обозначим G.

Задача перевода объекта в точку M сводится к следующему:

$$\min_{\| \mathbf{X}(\Delta t_1)\, \mathbf{X}(\Delta t_2) \dots \mathbf{X}(\Delta t_n) \|} G^2 \tag{2}$$

при ограничениях (1).

Задача (2) имеет бесконечное множество решений. При управлении объектом естественно стремление выбрать единственную траекторию движения. Решение задачи (2) предлагается осуществлять по этапам.

I. Получение стратегий выпуска каждого из продуктов в соответствии с собственными возможностями и частными критериями оптимальности производств. Общую стратегию выпуска, полученную этим способом, назовем траекторией $\mathbf{Y}$.

II. Максимальное приближение к траектории $\mathbf{Y}$. Полученное на втором этапе решение назовем траекторией $\mathbf{Z}$.

III. Корректировка траектории $\mathbf{Z}$ с целью минимизации возникших по смыслу (2) невязок (получение траектории $\mathbf{X}$).

В большинстве случаев, когда месячный план производства задан, частные цели звеньев сводятся к максимальной ритмичности работы с проведением вынужденных перестроек предпочтительно в первые интервалы планируемого периода. Формализовать это требование можно с помощью логической схемы или эвристического условия

$$\min_{\underline{Y}_i \leqslant Y_i \leqslant \overline{Y}_i} \sum_{t=1}^{n-1} \lambda_1 [y_i(\Delta t_t) - y_i(\Delta t_{t+1})]^2 + \lambda_2 \left[u_i(T) - \sum_t y_i(\Delta t_t)\right]^2,$$

$$\lambda_1 = k(n-t)^{-1} \leqslant \lambda_2. \tag{3}$$

Здесь Y_i — траектории выпуска i-го вида продукта; $y_i(\Delta t_t)$ — компонента вектора Y_i; $\underline{Y}_i$, $\overline{Y}_i$ — ограничения на траекторию Y_i, учитывающие только собственные возможности i-го производства. Коэффициент λ_1 носит характер штрафа за перестройки.

Полученные из (3) значения Y_i формируют траекторию $\mathbf{Y}$.

Построение траектории $\mathbf{Z}$ проводится решением n задач

$$\min_{\| \mathbf{Z}(\Delta t_t) \|} \sum_i \left[1 - \left(\sum_r \varphi_{i,r} z_r(\Delta t_t)\right) / y_i(\Delta t_t)\right]^2 \tag{4}$$

при ограничениях (1), в которых $\mathbf{X}(\Delta t_t)$ заменяется на $\mathbf{Z}(\Delta t_t)$.

Третий этап сводится к последовательной (начиная с $t = 1$) корректировке траектории $\mathbf{Z}$ с целью (2)

$$\min_{\| \mathbf{X}(\Delta t_t) \|} \sum_i \left[1 - \frac{\sum_r \varphi_{i,r} \left\{x_r(\Delta t_t) + \sum_{\nu=1}^{t-1} x_r(\Delta t_\nu) + \sum_{\nu=t+1}^{n} z_r(\Delta t_\nu)\right\}}{u_i(T)}\right]^2 \tag{5}$$

при ограничениях (1). Для получения минимального уклонения от точки M цикл из n задач (5) необходимо повторять конечное число раз до выполнения условия $|G^2_{\tau-1} - G_\tau^2| \leqslant \varepsilon$. При этом обеспечивается максимальное приближение к любому заданному плану, в том числе некорректному.

Рассмотрим случай, когда положение точки M должно быть предварительно определено из условия максимума прибыли

$$\max_{\| \mathbf{X}(\Delta t_1)\,\mathbf{X}(\Delta t_2)\ldots\mathbf{X}(\Delta t_n)\|} \sum_{t=1}^{n} F[\mathbf{X}(\Delta t_t)]; \tag{6}$$

$$\mathbf{U}(T) \leqslant \sum_{t=1}^{n} \Phi\mathbf{X}(\Delta t_t) \tag{7}$$

при ограничениях (1), $F(X)$ — линейная функция.

Предлагаемый способ решения состоит в том, что в первую очередь определяется траектория $\mathbf{X}(\Delta t_t)$, обеспечивающая выполнение (7), для чего используются процедуры (2)—(5). Полученные решения вносятся в условие задачи в виде нижних ограничений на траекторию $\mathbf{X}(\Delta t_t)$, и задача (6) заменятся последовательным циклом задач

$$\max_{\| \mathbf{X}(\Delta t_t)\|} F[\mathbf{X}(\Delta t_t)] \tag{8}$$

при ограничениях (1).

Если положение точки M определяется по совокупности критериев $F_i(\mathbf{X})$, вместо решения задач (8) определяются оптимальные значения Q_i каждой из целевых функций $F_i[\mathbf{X}(\Delta t_t)]$. Класс $F_i(\mathbf{X})$ не оговаривается, предполагается лишь, что для данного класса функций существует способ решения задачи оптимизации при ограничениях (1).

Вводится мера отклонения от оптимальных решений в пространстве критериев

$$q_i(X) = 1 - F_i(X) / Q_i,$$

и решается задача

$$\min_{\| \mathbf{X}(\Delta t_t)\|} \mathbf{Q}^2(\Delta t_t) \tag{9}$$

при ограничениях (1), $\mathbf{Q}(\Delta t_t)$ — вектор, состоящий из $q_i[\mathbf{X}(\Delta t_t)]$.

Ключевым моментом для всего цикла описанных задач является (2). Проиллюстрируем ее числовым примером решения, полученного для сложной х.т.с. на Северодонецком химическом комбинате. Искомый вектор содержал 25 компонент. Матрица $\mathbf{A}$ имела размер $m \times n = 94 \times 25$. Продолжительность периода T принималась равной календарному месяцу, степень детализации искомой траектории — суткам. Таким образом, задача (2) включала $25 \times 30 = 750$ переменных и учитывала $94 \times 30 = 2820$ ограничений. План предприятию задавался по 8 видам товарной и частично товарной продукции. Решение проводилось в соответствии с (3)—(5) на ЭВЦМ «Минск-22». Для решения задач использовался метод Розена ([2]). Результаты одного из счетов приведены в табл. 1, из которой видно, что траектория $\mathbf{Y}$, оптимально учитывающая частные цели звеньев, не могла быть реализована. Максимальное приближение к ней (резуль-

Таблица 1

Вид продукции	Отклонение от плана (G)			Вид продукции	Отклонение от плана (G)		
	по Y	по Z	по X		по Y	по Z	по X
1	0,0	—0,009	—0,0	5	0,0	—0,05	—0,0
2	0,0	—0,018	—0,0	6	0,0	+0,033	+0,0
3	0,0	+0,045	+0,0	7	0,0	+0,026	+0,0
4	0,0	+0,074	+0,0	8	0,0	+0,023	+0,0

таты по траектории Z) вызывает отклонение от плана по всем компонентам вектора задания. Корректировка траектории Z с целью (2) заметно увеличивает степень достижения общей цели.

Проведенные исследования показывают возможность распространения постановки задачи с закрепленными концами для нового класса объектов управления и разрешимость задачи для сложных х.т.с. с непрерывными производственными процессами.

Московский химико-технологический институт им. Д. И. Менделеева

Опытно-конструкторское бюро автоматики Северодонецк

Поступило 13 XI 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский и др., Математическая теория оптимальных процессов, 1961. [2] Г. П. Кюнци, В. Крелле, Нелинейное программирование, М., 1965.