# О пересечении Θ-подгрупп с ограничениями на индексы в группах с операторами

Р. В. Бородич, М. В. Селькин

В теории конечных групп центральное место занимают объекты, экстремально расположенные в группе. К таким объектам в первую очередь относятся максимальные подгруппы. Знание их строения, способа вложения в группу, а также взаимодействия между собой и с другими подгруппами позволяют раскрыть многие свойства самих групп (см. монографию [1]).

Пусть даны группа $G$, множество $A$ и отображение $f : A \mapsto Aut(G)$, где $Aut(G)$ — группа автоморфизмов группы $G$. Подгруппа $M$ называется $A$-допустимой, если $M$ выдерживает действие всех операторов из $A$, то есть $M^\alpha \subseteq M$ для любого оператора $\alpha \in A$.

Пусть $\mathfrak{X}$ — произвольный непустой класс групп. Сопоставим со всякой группой $G \in \mathfrak{X}$ некоторую систему подгрупп $\tau(G)$. Согласно [2] будем говорить, что $\tau$ — подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор (подгрупповой функтор на $\mathfrak{X}$), если для всякого эпиморфизма $\phi : A \mapsto B$, где $A, B \in \mathfrak{X}$, выполнены включения $(\tau(A))^\phi \subseteq \tau(B)$, $(\tau(B))^{\phi^{-1}} \subseteq \tau(A)$, и, кроме того, для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ имеет место $G \in \tau(G)$.

Если $\mathfrak{X} = \mathfrak{G}$ — класс всех групп, то подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор называют просто подгрупповым функтором.

Функтор $\theta$ будем называть абнормально полным, если для любой группы $G$ среди множества $\theta(G)$ содержатся все абнормальные подгруппы группы $G$;

Пусть $\theta$ — подгрупповой функтор. Обозначим $\Phi_\theta(G, A) = \cap M_G$, где $M$ пробегает множество всех максимальных $A$-допустимых $\theta$-подгрупп из $G$. Если в $G$ таких подгрупп нет, то положим $\Phi_\theta(G, A) = G$.

Пусть $\theta$ — подгрупповой функтор. Обозначим $\Phi_{\theta_p}(G, A) = \cap M_G$, где $M$ пробегает множество всех максимальных $A$-допустимых $\theta$-подгрупп из $G$, индексы которых не делятся на простое число $p$. Если в $G$ таких подгрупп нет, то положим $\Phi_{\theta_p}(G, A) = G$.

**Теорема.** *Пусть группа $G$ имеет группу операторов $A$ такую, что $(|G|, |A|) = 1$, $\theta$ — абнормально полный функтор. Тогда $\Phi_{\theta_p}(G, A) \cap \Phi_{\theta_q}(G, A) = \Phi_\theta(G, A)$.*

**Следствие.** *Пусть группа $G$ имеет группу операторов $A$ такую, что $(|G|, |A|) = 1$ и $\theta$ — абнормально полный функтор. Тогда факторгруппа $\Phi_{\theta_p}(G, A) \cap \Phi_{\theta_q}(G, A)$ нильпотентна.*

## Список литературы

[1] Селькин М. В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Мн.:Беларуская навука, 1997. 144 с.

[2] Скиба А. Н. Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997. 240 с.

[3] Бородич Р. В., Бородич Е. Н., Селькин М. В. Об $\mathfrak{F}$-достижимых подгруппах в группах с операторами. Проблемы физики, математики и техники. 2015. N 2(23). С. 33-39.

*Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», Гомель (Белоруссия)*

*E-mail:* Borodich@gsu.by