О σ-субнормальных подгруппах конечной факторизуемой группы

С. Ф. Каморников

Предложенная А. Н. Скибой концепция σ-субнормальной подгруппы, развивающая идею Виландта о субнормальной подгруппе, базируется на следующих трех определениях:

1) Пусть σ — некоторое разбиение множества $\mathbb{P}$ всех простых чисел на попарно непересекающиеся подмножества σ_i $(i \in I)$, т.е. $\mathbb{P} = \bigcup_{i \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$.

2) Группа G называется σ-примарной, если G является σ_i-группой для некоторого $i \in I$.

3) Подгруппа H группы G называется σ-субнормальной, если существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq ... \subseteq H_n = G$$

такая, что для каждого $i = 1, 2, ..., n$ либо подгруппа H_{i-1} нормальна в H_i, либо группа $H_i/Core_{H_i}(H_{i-1})$ является σ-примарной.

Понятно, что подгруппа H субнормальна в G тогда и только тогда, когда она σ-субнормальна в G для минимального разложения $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, ...\}$.

В данном докладе обсуждается полученное в [Ballester-Bolinches A., Kamornikov S.F., Pedraza-Aguilera M.C., Yi X. // On σ-subnormal subgroups of factorised finite groups (в печати)] решение σ-субнормального аналога следующего известного критерия Виландта о субнормальности подгруппы в конечной факторизуемой группе.

Теорема. *Пусть G — конечная разрешимая группа, представимая в виде произведения своих подгрупп A и B. Если подгруппа X группы G σ-субнормальна в $< X, X^g >$ для любого $g \in A \cup B$, то X σ-субнормальна в G.*

При $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, ...\}$ теорема включает соответствующие результаты Майера, Сидки, Виландта и Касоло. Отметим, что для произвольной конечной группы вопрос о σ-субнормальности (в том числе и для минимального разложения $\sigma = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, ...\}$) подгруппы X в группе $G = AB$ в настоящее время остается открытым.

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель (Белоруссия)
E-mail: sfkamornikov@mail.ru