Теорема. Если каждая минимальная подгруппа нечетного порядка группы G почти m-вложена в G, то коммутант G' является 2'-нильпотентным, а группа G является 2'-сверхразрешимой.

Следствие [2]. Если каждая минимальная подгруппа группы G нормальна в G, то коммутант G' является 2-замкнутой подгруппой.

Список использованных источников

1. Ковалева, В.А. Конечные группы с обобщенным условием покрытия и изолирования для подгрупп / В.А. Ковалева, А.Н. Скиба // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. - 2009. – №2(53). – С. 145-149.
2. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1967.

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЗАДАННЫМИ СИСТЕМАМИ СУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

Ковалькова Д.П.

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины», Гомель, Республика Беларусь

Научный руководитель: Скиба А.Н., доктор физ.-мат. наук, профессор

Все рассматриваемые в данной работе группы являются конечными.

Напомним, что подгруппа H группы G называется 2-максимальной подгруппой (или второй максимальной подгруппой) группы G, если H является максимальной подгруппой в некоторой максимальной подгруппе M группы G. Аналогично могут быть определены 3-максимальные подгруппы, 4-максимальные подгруппы и т.д. Определим также понятие максимальной цепи, используемое в данной работе. Максимальной цепью длины n группы G называется всякая цепь вида $E_n<E_{n-1}<\ldots<E_1<E_0=G$, где E_i является максимальной подгруппой в E_{i-1}, $i=1, 2, \ldots, n$.

Легко заметить, что в несверхразрешимых группах одна и та же подгруппа может быть n-максимальной и m-максимальной одновременно для $n\neq m$. В связи с этим будем называть подгруппу H группы G строго n-максимальной подгруппой в G, если H является n-максимальной подгруппой в G, но не является n-максимальной подгруппой в любой собственной подгруппе группы G. Например, в группе $SL(2,3)$ единственная подгруппа порядка 2 является 2-максимальной подгруппой, но не является строго 2-максимальной подгруппой. Строго максимальной цепью длины n группы G называется всякая цепь вида $E_n<E_{n-1}<\ldots<E_1<E_0=G$, где E_i является строго n-максимальной подгруппой в G, $i=1, 2, \ldots, n$.

Связь между n-максимальными подгруппами (где $n>1$) группы G и структурой группы G исследовалась многими авторами. Но, пожалуй, наиболее ранний результат в данном направлении был получен Хуппертом в работе [1], который доказал, что группа является сверхразрешимой, если все ее 2-максимальные подгруппы нормальны. В этой же работе Хупперт доказал, что в случае, когда каждая третья максимальная подгруппа группы G является нормальной в G, коммутант G' группы G нильпотентен и порядок каждого главного фактора группы G делится не более, чем на два (необязательно различных) простых числа. Эта работа стимулировала многие другие исследования в данном направлении. В частности, развивая результаты Хупперта, Янко в работе [2] получил описание групп, в которых 4-максимальные подгруппы нормальны. Он доказал, что если каждая 4-максимальная подгруппа разрешимой группы G является нормальной в G и порядок G делится по крайней мере на 4 различных простых числа, то G – сверхразрешимая группа. Годом позже в работе [3] Янко изучил группы, у которых кроме единичной других 5-максимальных подгрупп не существует. Еще одним естественным развитием упомянутых выше результатов Хупперта и Янко стала работа А. Манна [4], в которой автор анализировал строение групп, в которых каждая n-максимальная подгруппа субнормальна. В более поздней работе [5] М. Асааду удалось усилить отмеченные выше результаты Хупперта и Янко, рассматривая лишь строго n-максимальные подгруппы для $n=2,3,4$.

В связи с отмеченными выше результатами на Гомельском городском алгебраическом семинаре была поставлена задача описания групп, у которых в каждой максимальной цепи длины два группы G имеется собственная субнормальная подгруппа. Данная работа связана с анализом этой задачи.

Теорема. В каждой строго максимальной цепи длины два группы G имеется собственная субнормальная подгруппа тогда и только тогда, когда G либо нильпотентна, либо $G=[P]M$, где $P=G^N$ – минимальная нормальная в G подгруппа, являющаяся силовской подгруппой в G, и каждая максимальная подгруппа из M, кроме может быть одной подгруппы T, действует приводимо на P и T нормальна в G.

Список использованных источников

1. Huppert, B. Normalteiler und maximal Untergruppen endlicher gruppen / B.Huppert // Math. Z. – 1954. – V. 60. – P. 409-434.
2. Janko, Z. Finite groups with invariant fourth maximal subgroups / Z.Janko // Math. Z. – 1963. – V. 82. – P. 82-89.
3. Janko, Z. Finite simple groups with shot chains of subgroups / Z.Janko // Math. Z. – 1964. – V. 84. – P. 428-437.
4. Mann, A. Finite groups whose n-maximal subgroups are subnormal / A.Mann // Trans. Amer. Math. Soc. – 1968. – V. 132. – P. 395-409.
5. Asaad, M. Finite groups some whose *n*-maximal subgroups are normal / M.Asaad // Acta Math. Hung. – 1989. – V. 54, №1-2. – P. 9-27.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ ТРЁХШАГОВЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Коледа М.С.

Учреждение образования «Брестский государственный технический университет», Брест, Республика Беларусь

Научный руководитель – Мадорский В. М., канд. физ.-мат. наук, доцент

Для решения нелинейных систем вида:

$$f(x) = 0,\ f(D \in R^n \to R^n),\ f \in C_D^{(2)} \qquad (1)$$

применяются как одношаговые, так и многошаговые итерационные методы.

В данной работе для решения модельной системы вида:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + ... + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n = n+1, \\ x_1 + 2x_2 + ... + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n = n+1, \\ ...., \\ x_1 + x_2 + ... + 2x_{n-2} + x_{n-1} + x_n = n+1, \\ x_1 x_2 ... x_{n-2} x_{n-1} x_n = 1, \\ \sin^3 x_1 + \cos^2 x_n = \sin^3 1 + \cos^2 1. \end{cases}, \qquad (2)$$

применяется ряд трёхшаговых методов. Исследование в работе проводится методами прикладного функционального анализа.

Для решения системы (2) применяем следующий итерационный процесс.

Шаг 1: решается система линейных алгебраических уравнений:

$$f^{/}(x_n)\Delta x_n = -f(x_n),\ n = 0,1,2,\dots,$$

где $f^{'}(x_n)$ - матрица Якоби, Δx_n - искомый вектор.

Шаг 2: вносится поправка в вектор x_n:

$$x_{n+1} = x_n + \sqrt{\beta_n}\Delta x_n,\ n = 0,1,2,\dots,\ \beta_0 \in [10^{-3}, 10^{-1}].$$