

О пересечении Θ -подгрупп с ограничениями на индексы в группах с операторами

Р. В. Бородич, М. В. Селькин, Е. Н. Бородич, Р. А. Кучеров

В теории конечных групп центральное место занимают объекты, экстремально расположенные в группе. К таким объектам в первую очередь относятся максимальные подгруппы. Знание их строения, способа вложения в группу, а также взаимодействия между собой и с другими подгруппами позволяют раскрыть многие свойства самих групп (см. монографию [1]).

Пусть даны группа G , множество A и отображение $f : A \mapsto \text{Aut}(G)$, где $\text{Aut}(G)$ — группа автоморфизмов группы G . Подгруппа M называется A -допустимой, если M выдерживает действие всех операторов из A , то есть $M^\alpha \subseteq M$ для любого оператора $\alpha \in A$.

Необходимо отметить, что не каждая максимальная подгруппа будет являться максимальной A -допустимой относительно некоторой группы операторов A , а также не всякая максимальная A -допустимая подгруппа группы является максимальной подгруппой в этой же группе (см. [2]).

Обозначим через $\Delta(G, A)$ пересечение ядер всех абнормальных максимальных A -допустимых подгрупп. Если в G абнормальных максимальных A -допустимых подгрупп нет, то положим $\Delta(G, A) = G$. В случае единичности группы операторов подгруппа $\Delta(G, A)$ совпадает с подгруппой Гашюца $\Delta(G)$ [3].

Теорема. Пусть \mathfrak{F} — локальная формация и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$. Если N — нормальная A -допустимая подгруппа группы G и $N/N \cap \Delta(G, A) \in \mathfrak{F}$. Тогда N представима в виде прямого произведения $N = N_1 \times N_2$, множители которого удовлетворяют следующим условиям:

- 1) $N_1 \in \mathfrak{F}$;
- 2) $\pi(N_2) \cap \pi(\mathfrak{F}) = \emptyset$;
- 3) $N_2 \subseteq \Delta(G, A)$.

Следствие. Пусть \mathfrak{F} — локальная формация, содержащая \mathfrak{N} и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|, |A|) = 1$. Если N — нормальная A -допустимая подгруппа группы G и $N/N \cap \Delta(G, A) \in \mathfrak{F}$, то $N \in \mathfrak{F}$.

Литература

1. Селькин, М. В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп / М. В. Селькин. — Мн.:Беларуская навука, 1997. — 144 с.
2. Бородич, Р. В. Об \mathfrak{F} -достижимых подгруппах в группах с операторами/ Р. В. Бородич, Е. Н. Бородич, М. В. Селькин. Проблемы физики, математики и техники. 2015. N 2(23). — С. 33-39.
3. Gaschütz W. Über die Φ -Untergruppen endlicher Gruppen // Math. Z. 1953. Bd. 58. S. 160–170.

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)
E-mail: Borodich@gsu.by