

О конечной группе с холлово субнормально вложенными подгруппами Шмидта

В. Н. КНЯГИНА, В. С. МОНАХОВ

Рассматриваются только конечные группы. Используемые обозначения и терминология стандартны. Группой Шмидта называют конечную ненильпотентную группу, все собственные подгруппы которой нильпотентны. Обзор результатов о свойствах групп Шмидта, существовании подгрупп Шмидта в конечных группах и их некоторых приложениях в теории классов конечных групп приведен в [1].

Ранее в различных работах исследовались группы с ограничениями на подгруппы Шмидта. Например, в [2]-[3] изучены группы с субнормальными подгруппами Шмидта, а в [4] — с холловыми подгруппами Шмидта.

Подгруппа H группы G называется холлово субнормально (нормально) вложенной в G , если существует субнормальная (нормальная) подгруппа K в G такая, что $H \leq K$ и H является холловой подгруппой в K , т. е. $(|H|, |K : H|) = 1$. Очевидно, что каждая холлова подгруппа и каждая субнормальная (нормальная) подгруппа будут холлово субнормально (нормально) вложенными. Группы с холлово нормально вложенными подгруппами Шмидта метанильпотентны [5].

Теорема. *Если в конечной группе G каждая подгруппа Шмидта холлово субнормально вложена, то G разрешима, $l_p(G) = 1$ для всех $p \in \pi(G)$, фактор-группа $G/F(G)$ метабелева и все силовские подгруппы в $G/F(G)$ абелевы.*

Пример. Группа $S = \langle a, b \mid a^3 = b^4 = e, a^b = a^{-1} \rangle$ является группой Шмидта. Группа $G = [E_{5^2}]S$ из голоморфа элементарной абелевой группы E_{5^2} порядка 25 обладает с точностью до сопряженности только следующими подгруппами Шмидта: холлова подгруппа S ; нормальная в G холлова подгруппа $[E_{5^2}]\langle a \rangle$; субнормальная в G подгруппа $[E_5]\langle b^2 \rangle$, где E_5 — любая подгруппа порядка 5 из E_{5^2} . Поэтому в группе G все подгруппы Шмидта холлово субнормально вложены. Поскольку $F(G) = E_{5^2}$, то группа G не будет метанильпотентной в отличие от группы с холлово нормально вложенными подгруппами Шмидта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Монахов В. С. Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения // Труды Укр. матем. конгресса 2001. Киев: Институт математики НАУ. 2002, секция 1. С.81–90.
- [2] Княгина В. Н., Монахов В. С.. О конечных группах с некоторыми субнормальными подгруппами Шмидта // Сибирский матем. журн. 2004. Том 45, N 6. С. 1316–1322.
- [3] Ведерников В. А. Конечные группы с субнормальными подгруппами Шмидта // Алгебра и логика. 2007. Том 46, N 6. С. 669–687.
- [4] Kniashina V. N., Monakhov V. S. Finite groups with Hall Schmidt subgroups // Publ. Math. Debrecen. 2012. Vol. 81, N 3–4. P. 341–350.
- [5] Monakhov V. S., Kniashina V. N. On finite groups with Hall normally embedded Schmidt subgroups // Algebra and Discrete Mathematics. 2019. Vol. 26, N 1. P. 90–96.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)

E-mail: knyagina@inbox.ru, victor.monakhov@gmail.com