Доклады Академии наук СССР
1971. Том 198, № 6

УДК 519.81

МАТЕМАТИКА

Л. З. ЛИВШИЦ, И. В. ОСТРОВСКИЙ

О МНОГОМЕРНЫХ БЕЗГРАНИЧНО ДЕЛИМЫХ ЗАКОНАХ, ИМЕЮЩИХ ТОЛЬКО БЕЗГРАНИЧНО ДЕЛИМЫЕ КОМПОНЕНТЫ

(Представлено академиком Ю. В. Линником 11 I 1971)

Обозначим через I_{0n} класс n-мерных безгранично делимых законов, имеющих только безгранично делимые компоненты. Проблема описания этого класса не решена даже в случае $n = 1$, хотя здесь, в основном благодаря исследованиям Г. Крамера, П. Леви, А. Я. Хинчина, Д. А. Райкова и Ю. В. Линника, изложение которых можно найти в (1), получено много глубоких результатов. Случай $n > 1$ изучен значительно слабее (2–15).

Нами установлена теорема, являющаяся обобщением одного из результатов (2).

Теорема 1. *Класс I_{0n} является плотным относительно слабой сходимости в классе всех n-мерных безгранично делимых законов.*

Доказательство опирается на следующее достаточное условие принадлежности закона классу I_{0n}.

Теорема 2. *Пусть характеристическая функция n-мерного безграничного делимого закона P имеет вид*

$$\varphi(t; P) = \exp\left\{i(\beta, t) + \int_{R^n} (e^{i(t,x)} - 1)\,\omega(dx)\right\}, \quad t \in R^n,$$

где $\beta \in R^n$, ω — вполне конечная мера, сосредоточенная на не более чем счетном множестве $\mathcal{D} \subset R^n$, и выполнены условия:

а) *проекция множества $\mathcal{D}$ на любую из координатных осей является множеством, точки которого линейно независимы в поле рациональных чисел;*

б) *различные точки множества $\mathcal{D}$ не могут иметь одинаковую проекцию ни на одну из координатных осей;*

в) *для некоторого $K > 0$ выполняется асимптотическая оценка*

$$\int_{|x|>y} \omega(dx) = O\{\exp(-Ky^2)\}, \quad y \to +\infty.$$

Тогда закон P принадлежит классу I_{0n}.

Легко показать, что законы, удовлетворяющие условиям теоремы 2, образуют плотное в смысле слабой сходимости множество в классе всех n-мерных безгранично делимых законов.

Выражаем глубокую признательность Б. Я. Левину за ценные советы.

Поступило
3 I 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 Ю. В. Линник, Разложения вероятностных законов, Л., 1960. 2 И. В. Островский, Изв. АН СССР, сер матем., 34, 923 (1970). 3 И. В. Островский, Вестн. Харьковск. гос. унив., 32, 51 (1966). 4 И. В. Островский, Теория функций, функциональный анализ и их приложения, Харьков, 2, 169 (1966). 5 И. В. Островский, Теор. вероятн. и ее примен., 10, 742 (1965). 6 Л. З. Лившиц, Теория функций, функциональный анализ и их приложения, Харьков, 12, 91 (1970). 7 H. Cramér, Math. Zs., 41, 405 (1936). 8 H. Teicher, Scand. Actuarietidskr., 1, 1 (1954). 9 R. Cuppens, C. R., 266, 726 (1968). 10 R. Cuppens, C. R., 267, 899 (1968). 11 R. Cuppens, C. R., 268, 605 (1969). 12 R. Cuppens, Ann. Math. Stat., 40, 434 (1969). 13 R. Cuppens, Zs. Wahrscheinlichkeitstheorie und verw. Geb., 12, 59 (1969). 14 R. Cuppens, C. R., 270, 1182 (1970). 15 R. Cuppens, Zs. Wahrscheinlichkeitstheorie und verw. Geb., 15, 144 (1970).