

## ДИФРАКЦИЯ ИГОЛЬЧАТЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ В КРИСТАЛЛАХ ПАРАТЕЛЛУРИТА

Г.В. Кулак<sup>1</sup>, В.И. Казаков<sup>2</sup>, Т.В. Николаенко<sup>1</sup>, П.И. Ропот<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Мозырский государственный педагогический университет

<sup>2</sup>Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург

<sup>3</sup>Институт физики НАН Беларуси, Минск

## DIFFRACTION OF NEEDLE LIGHT BEAMS BY ULTRASONIC WAVES IN PARATELLURITE CRYSTALS

G.V. Kulak<sup>1</sup>, V.I. Kazakov<sup>2</sup>, T.V. Nikolaenko<sup>1</sup>, P.I. Ropot<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mozyr State Pedagogical University

<sup>2</sup>State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg

<sup>3</sup>Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk

**Аннотация.** Исследована брэгговская дифракция циркулярно поляризованных игольчатых световых пучков на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в кристаллах парателлурифта. Показано, что при изменении угла конусности падающего на диафрагму бесселевого светового пучка достигается высокая эффективность дифракции ~90% для сформированного и падающего на акустооптическую ячейку игольчатого пучка. Установлено, что при увеличении длины акустооптического взаимодействия эффективность дифракции игольчатых световых пучков достигает максимального значения при меньших мощностях ультразвука. Показано, что при малых углах конусности светового пучка эффективность дифракции игольчатого светового пучка сравнима с эффективностью дифракции гауссового.

**Ключевые слова:** игольчатый световой пучок, брэгговская дифракция света, дифракционная эффективность, одноосный гиротропный кристалл, кристалл парателлурифта.

**Для цитирования:** Дифракция игольчатых световых пучков на ультразвуке в кристаллах парателлурифта / Г.В. Кулак, В.И. Казаков, Т.В. Николаенко, П.И. Ропот // Проблемы физики, математики и техники. – 2025. – № 1 (62). – С. 20–24. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2025\\_1\\_62\\_20](https://doi.org/10.54341/20778708_2025_1_62_20). – EDN: VOFSNR

**Abstract.** Bragg diffraction of circularly polarized needle light beams by a slow shear ultrasound wave in paratellurite crystals is studied. It is shown that by changing the cone angle of the Bessel light beam incident on the diaphragm, a high diffraction efficiency of ~90% is achieved for the needle beam formed and incident on the acousto-optic cell. It is found that with an increase in the length of the acousto-optic interaction, the diffraction efficiency of the needle light beams reaches a maximum value at lower ultrasound powers. It is shown that at small cone angles of the light beam, the diffraction efficiency of the needle light beam is comparable to the diffraction efficiency of the Gaussian one.

**Keywords:** needle light beam, Bragg diffraction of light, diffraction efficiency, uniaxial gyrotropic crystal, paratellurite crystal.

**For citation:** Diffraction of needle light beams by ultrasonic waves in paratellurite crystals / G.V. Kulak, V.I. Kazakov, T.V. Nikolaenko, P.I. Ropot // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2025. – № 1 (62). – P. 20–24. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2025\\_1\\_62\\_20](https://doi.org/10.54341/20778708_2025_1_62_20) (in Russian). – EDN: VOFSNR

### Введение

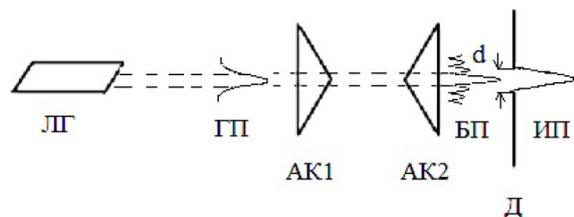
В работе [1] показано, что для кольцевой апертуры светового поля с равномерным освещением длина фокальной области увеличивается по сравнению с обычными пучками. Метод формирования кольцевого пучка посредством аподизации апертуры светового поля рассмотрен в [2]. Особенности преобразования кольцевой структуры светового поля с использованием двухаксионной схемы изучены в [3]. В работе [4] рассмотрены особенности формирования игольчатых световых пучков (ИП) с использованием аксионной схемы и аподизирующей диафрагмы. ИП отличаются высокой интенсивностью, высокой разрешающей способностью и увеличенной

глубиной фокусировки. Такие пучки, имеющие более удлиненную фокальную область по сравнению с гауссовыми, находят широкое применение в лазерных технологиях для резки, сварки, гравировки и др. В работе [5] исследованы особенности брэгговской дифракции ограниченных световых пучков различных амплитудных распределений (гауссового, прямоугольного и лорентцевого) на ультразвуке. Показано, что дифракционная эффективность уменьшается при переходе от пучка прямоугольного профиля, падающего на акустооптическую ячейку, далее переходя к гауссовому и, наконец, к лорентцевому профилю. Отметим, что при этом использовалась двумерная теория связанных волн, естественным

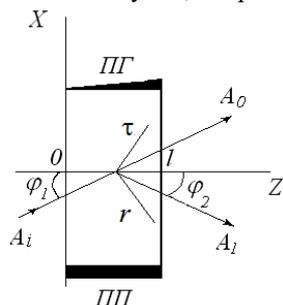
образом учитывающая сложное амплитудное распределение падающего светового пучка. В настоящей работе с использованием теории связанных волн впервые исследуются особенности брэгговской дифракции ИП на ультразвуке.

### 1 Геометрия анизотропной брэгговской дифракции

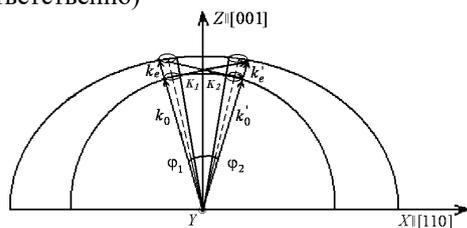
На рисунке 1.1 представлена схема формирования ИП и анизотропной брэгговской дифракции циркулярно поляризованных световых пучков.



а) Схема формирования ИП (ЛП – лазерный источник), АК1 – аксикон с углом конусности  $\gamma_1$ , АК2 – аксикон с углом конусности  $\gamma_2$ , Д – диафрагма, ГП – гауссов пучок, БП – бесселев пучок, ИП – игольчатый пучок,  $d$  – размер щели)



б) Схема АО взаимодействия БСП и УЗ волны (ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель ультразвука,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – угол падения и дифракции соответственно)



в) геометрия расположения преломленной и дифрагированной плосковолновых компонент ИП в плоскости дифракции на медленной сдвиговой УЗ волне в кристалле  $\text{TeO}_2$  ( $\vec{K}_{1,2}$  – волновые векторы ультразвука,  $\vec{k}_{o,e}$ ,  $\vec{k}'_{o,e}$  – волновые векторы преломленной и дифрагированной волн,  $2\delta$  – угол между волновыми векторами  $\vec{K}_1$  и  $\vec{K}_2$ )

Рисунок 1.1 – Схема формирования ИП и анизотропной брэгговской дифракции циркулярно поляризованных световых пучков

Здесь гауссов пучок от лазерного источника проходит через систему двух аксиконов с различными преломляющими углами  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , причем  $\gamma_2 > \gamma_1$ . За вторым аксиконом в области квазибездифракционного распространения формируется бесселев световой пучок (БСП), который при малых  $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$  имеет широкий центральный максимум диаметром  $d$  по уровню нулевой интенсивности. На пути БСП расположен экран с круговой щелевой диафрагмой, причем край диафрагмы совпадает с первым нулем БСП. В результате за экраном формируется пучок в форме осевого максимума с нулевой интенсивностью по краю апертуры, который принято называть ИП [4].

Рассмотрим геометрию АО взаимодействия (рисунок 1.1), для которой УЗ волна распространяется в кристалле параллеллурита под малым углом  $\delta$  к оси  $X$  и занимает пространство между плоскостями  $z = 0$  и  $z = l$ . Ось падающего ИП расположена в плоскости  $XZ$  под углом  $\varphi_1$  к фронту УЗ волны. Сечение поверхности волновых векторов плоскостью дифракции  $XZ$  и расположение плосковолновых компонент падающего ( $k_o$  и  $k_e$ ) и плосковолновых компонент дифрагированного ( $k'_o$  и  $k'_e$ ) ИП показано на рисунке 1.1, б. При этом, как показано на рисунке 1.1, б, реализуются два дифракционных процесса:  $\vec{k}_o + \vec{K}_1 = \vec{k}'_e$ ,  $\vec{k}_e + \vec{K}_2 = \vec{k}'_o$ , где  $\vec{K}_1, \vec{K}_2$  – плосковолновые компоненты акустического пучка. Для рассматриваемой геометрии АО взаимодействия следует положить:

$$\varphi_1 \approx \varphi_2 \approx \varphi = \arcsin(\lambda_0 v / 2nv),$$

где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме,  $n = (n_o + n_e) / 2$  – средний показатель преломления кристалла ( $n_o, n_e$  – обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кристалла),  $v$  – фазовая скорость УЗ волны.

### 2 Расчет эффективности дифракции

В рамках двумерной теории связанных волн система связанных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд дифрагированных волн  $A_0(r), A_1(\tau)$  имеет вид [5]:

$$\frac{\partial A_0}{\partial \tau} + i\chi A_1 = 0, \quad \frac{\partial A_1}{\partial r} + i\chi A_0 = 0, \quad (2.1)$$

где коэффициент связи дифрагированных волн  $\chi$  выражается через свертки тензора изменения диэлектрической проницаемости

$$\Delta \epsilon_{ij} = -\epsilon_{ik} \epsilon_{lj} P_{klmn} U_{mn}$$

( $\epsilon_{ij}, U_{mn}$  – компоненты тензора диэлектрической проницаемости и тензора УЗ деформации) с векторами поляризации  $\vec{e}_0, \vec{e}_1$  дифрагированных волн нулевого «0» и первого «1» порядка, то есть  $\chi = k^2 (\vec{e}_0 \Delta \vec{e}_1) / 2$ ;  $\tau = z \sin \varphi - x \cos \varphi$ ,

$$r = z \sin \varphi + x \cos \varphi; \quad k = 2\pi n / \lambda_0.$$

Если искать решение системы уравнений (2.1) методом Римана с использованием граничных условий:  $A_0(z=0) = A_{i0}$ ,  $A_1(z=0) = 0$ , то общее решение можно представить в виде:

$$A_0(r) = A_i(r) -$$

$$-\frac{1}{2} \nu \int_{-1}^{+1} A_i [r - l(1-q) \sin \varphi] \frac{J_1(\nu \sqrt{1-q^2})}{\sqrt{1-q^2}} dq, \quad (2.2)$$

$$A_1(\tau) =$$

$$= -i \frac{1}{2} \nu \int_{-1}^{+1} A_i [l(1-q) \sin \varphi - \tau] J_0(\nu \sqrt{1-q^2}) dq, \quad (2.3)$$

где  $\nu = \chi l / kn^2 \cos \varphi$  – индекс модуляции УЗ волной;  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$  – функции Бесселя первого рода, соответственно нулевого и первого порядка. При этом индекс модуляции выражается через коэффициент акустооптического качества  $M_2$ :

$\nu = \frac{2\pi}{\lambda_0 \cos \varphi} \sqrt{\frac{M_2 P_a l}{2h}}$ , где  $P_a$  – мощность ультразвука,  $h$  – ширина пьезопреобразователя.

Выражения (2.2), (2.3) позволяют рассчитать амплитудное распределение дифрагированного ИП нулевого и первого порядка для любого уровня акустической мощности и широкого класса падающих световых пучков. Эффективность АО дифракции ( $\eta$ ) определяется соотношением

$$\eta = \frac{\int_{-\tau_1}^{+\tau_1} |A_1(\tau)|^2 d\tau}{\int_{-r_1}^{+r_1} |A_0(r)|^2 dr + \int_{-\tau_1}^{+\tau_1} |A_1(\tau)|^2 d\tau}. \quad (2.4)$$

### 3 Численный анализ дифракционной эффективности

Численные расчеты проводились для АО дифракции излучения с длиной волны  $\lambda_0 = 532$  нм на медленной сдвиговой УЗ волне, распространяющейся под малым углом  $\delta \ll 1$  к оси [110] кристалла парателлуриата ( $\text{TeO}_2$ ). Полагалось, что коэффициент АО качества для циркулярно-поляризованной падающего волнового пучка равен [6]:  $M_2 = 793 \cdot 10^{-18} \text{ с}^3/\text{г}$ . В соответствии со схемой, представленной на рисунке 1.1, *a*, бesselев световой пучок нулевого порядка на выходе второго аксикона имеет вид

$$A_i(r) = A_{ni} J_0(qr), \quad (3.1)$$

где  $q = (2\pi/\lambda) \sin \Delta\gamma$ , причем  $\lambda = \lambda_0/n$ ; полагается, что относительное изменение угла конусности системы из двух аксиконов составляет  $\Delta\gamma/\gamma = 10^{-2}$ , где  $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ . Пределы интегрирования в выражении (2.4) находились из условия достижения первого нуля функции Бесселя (3.1), то есть  $qr_1 = 2, 4$ , тогда  $r_1 = 1, 2\lambda / \pi \sin(\Delta\gamma)$ .

При интегрировании в (2.4) полагалось, что  $r_1 = \tau_1$ . Как следует из рисунка 3.1, *a*, диаметр диафрагмы  $d = 2r_1$ , причем величина  $r_1 \sim 1$  мм. Для эффективной АО дифракции ИП необходимо, чтобы выполнялось соотношение:  $\Delta\gamma \leq \lambda f / 2\nu$  ( $f$  – центральная частота источника УЗ волны,  $\nu$  – фазовая скорость УЗ волны), то есть угловая расходимость светового пучка должна быть меньше, чем угловая ширина брегговского синхронизма [7].

Для гауссового светового пучка

$$A_i(r) = A_g \exp[-(r/w)^2], \quad (3.2)$$

где  $w$  – радиус гауссового светового пучка (по интенсивности).

Амплитуды световых пучков находились из условия равенства единице мощности светового пучка. В таком случае следует в выражениях (3.1), (3.2) полагать:

$$A_{ni} = 1/r_1 \sqrt{\pi} J_0(qr_1), \quad A_g = \sqrt{2}/w \sqrt{\pi}.$$

На рисунке 3.1 представлены амплитудные пространственные распределения бesselевого (*a*) и гауссового (*б*) светового пучка.

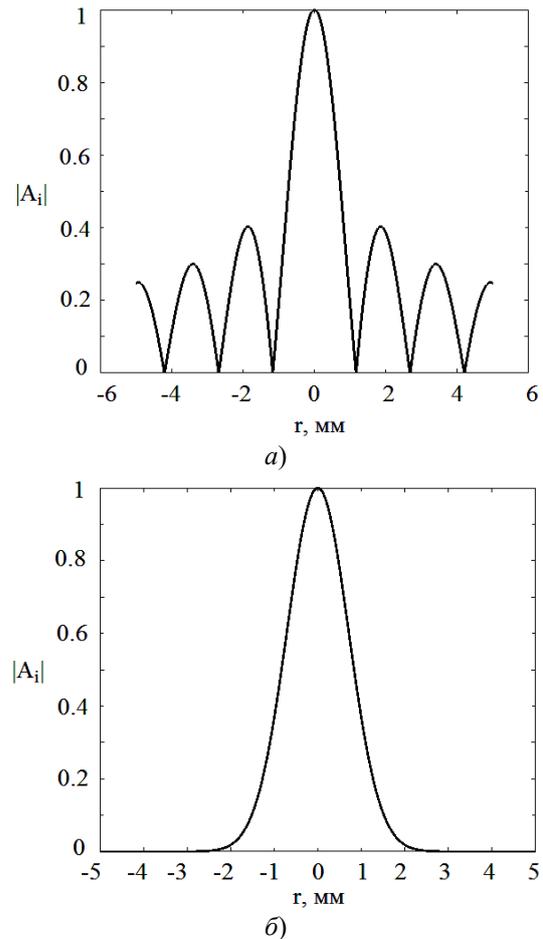


Рисунок 3.1 – Зависимость амплитуды ( $A_i$ ) бesselевого светового пучка (*a*) и гауссового пучка (*б*) от поперечной координаты  $r$  ( $\Delta\gamma = 0,01^\circ$ ,  $\lambda_0 = 532$  нм (*a*);  $w = 1$  мм (*б*))

На рисунке 3.2 для ИП представлена зависимость дифракционной эффективности  $\eta$  от мощности ультразвука  $P_a$ , рассчитанная по формуле (2.4), при различных значениях длины АО взаимодействия  $l$ .

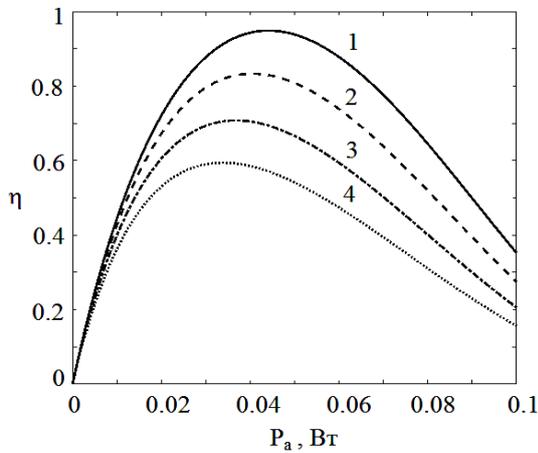


Рисунок 3.2 – Зависимость эффективности дифракции ИП  $\eta$  от мощности ультразвуковой волны  $P_a$  при различных длинах АО взаимодействия  $l$ : 1 – 5, 2 – 10, 3 – 15, 4 – 20 мм (кристалл  $\text{TeO}_2$ ,  $\lambda_0 = 532$  нм,  $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$   $\text{с}^3/\text{Г}$ ,  $h = 4$  мм,  $w = 1$  мм,  $\varphi = 1^0$ ,  $\Delta\gamma = 1^0$ )

Максимальное значение дифракционная эффективность  $\eta = 95\%$  достигает, например, при  $l = 1$  мм для мощности УЗ  $P_a = 0,043$  Вт. При увеличении длины АО взаимодействия величина мощности УЗ, при которой достигается максимальная эффективность дифракции, смещается в сторону меньших УЗ мощностей.

Зависимость эффективности дифракции ИП от мощности ультразвука  $P_a$  при различных  $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1$  представлена на рисунке 3.3.

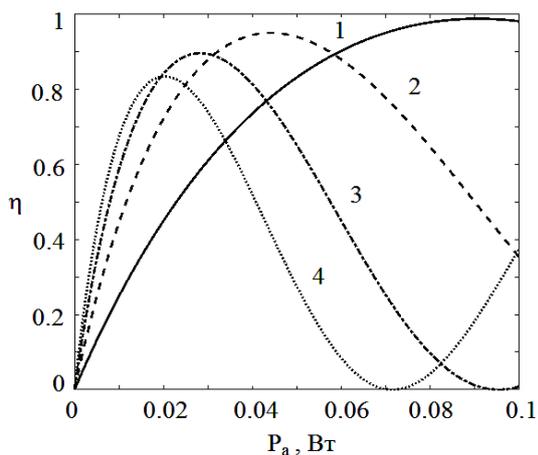


Рисунок 3.3 – Зависимость эффективности дифракции ИП  $\eta$  от мощности ультразвуковой волны  $P_a$  при различных углах  $\Delta\gamma$ : 1 –  $0,01^0$ , 2 –  $0,02^0$ , 3 –  $0,03^0$ , 4 –  $0,04^0$  (кристалл  $\text{TeO}_2$ ,  $\lambda_0 = 532$  нм,  $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$   $\text{с}^3/\text{Г}$ ,  $h = 4$  мм,  $l = 10$  мм,  $\varphi = 1^0$ )

Максимальное значение дифракционная эффективность  $\eta = 98\%$  достигает, например, при  $\Delta\gamma = 0,01^0$  для мощности УЗ  $P_a = 0,093$  Вт. При увеличении угла конусности  $\gamma$  величина мощности УЗ, при которой достигается максимальная эффективность дифракции, смещается в сторону меньших УЗ мощностей. При этом, однако, максимальное значение эффективности дифракции снижается до  $82\%$  при  $\Delta\gamma = 0,04^0$ .

На рисунке 3.4 для гауссового светового пучка представлена зависимость дифракционной эффективности  $\eta$  от мощности ультразвука  $P_a$ , рассчитанная по формуле (2.4), при различных значениях длины АО взаимодействия  $l$ . Пределы интегрирования соответствовали соотношению  $r_1 = 1,2\lambda / \pi \sin(\Delta\gamma)$ . Заметим, что при увеличении угла  $\Delta\gamma$  от  $0,01^0$  до  $0,04^0$ , то есть при изменении величины параметра  $r_1$ , эффективность дифракции не изменялась.

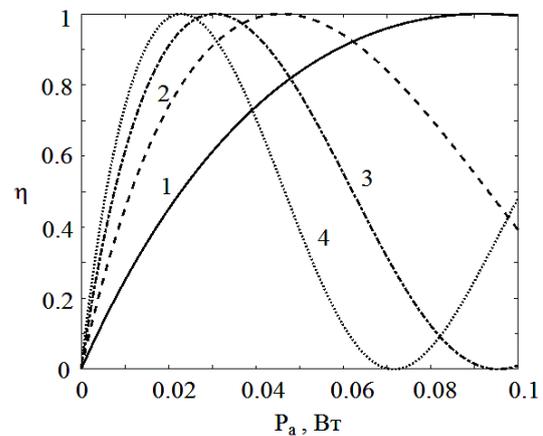


Рисунок 3.4 – Зависимость эффективности дифракции гауссового светового пучка  $\eta$  от мощности ультразвуковой волны  $P_a$  при различных длинах АО взаимодействия  $l$ : 1 – 5, 2 – 10, 3 – 15, 4 – 20 мм (кристалл  $\text{TeO}_2$ ,  $\lambda_0 = 532$  нм,  $M_2 = 793 \cdot 10^{-18}$   $\text{с}^3/\text{Г}$ ,  $h = 4$  мм,  $w = 1$  мм,  $\varphi = 1^0$ )

Эффективность дифракции гауссового светового пучка сравнима (однако, несколько выше) с эффективностью дифракции игольчатого. При увеличении длины АО взаимодействия максимум эффективности дифракции игольчатых и гауссовых пучков смещается в сторону меньших акустических мощностей.

### Заключение

Таким образом, теоретически исследована брэгговская дифракция циркулярно поляризованных ИП на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в кристаллах парателлуриата. Показано, что при изменении угла конусности, падающего на диафрагму бесселевого светового пучка, в условиях выделения центральной части

пучка, достигается высокая эффективность дифракции ~82–98% для сформированного падающего на акустооптическую ячейку ИП. Установлено, что при увеличении длины акустооптического взаимодействия эффективность дифракции игольчатых и гауссовых световых пучков достигает максимального значения при меньших мощностях ультразвука. Показано, что при малых углах конусности светового пучка эффективность дифракции ИП сравнима с эффективностью дифракции гауссового.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Linfoot, E.H.* Diffraction Images in Systems with an Annular Aperture / E.H. Linfoot, E. Wolf // *Proceedings of the Physical Society. Section B.* – 1953. – Vol. 66. – № 2. – P. 145.
2. *Wolford, W.T.* Use of Annular Aperture to Increase Focal Depth / W.T. Wolford // *Journal of the Optical Society of America.* – 1960. – Vol. 50. – № 8. – P. 749–753.
3. *Формирование бесселевых световых пучков на больших расстояниях из кольцевых полей* / Н.А. Хило, П.И. Ропот, П.К. Петров, В.Н. Белый // *Известия НАН Беларуси. Серия физ.-мат. наук.* – 2022. – Т. 58, № 1. – С. 90–100.
4. *Grunwald, R.* Needle beams: a review / R. Grunwald, M. Bock // *Advances in Physics: X.* –

2020. – Vol. 8, № 1. – P. 1736950. – DOI: <https://doi.org/10.1080/23746149.2020.1736950>.

5. *Белый, В.Н.* Дифракция световых пучков на затухающих ультразвуковых волнах в оптически изотропных средах / В.Н. Белый, И.Г. Войтенко, Г.В. Кулак // *Журнал прикладной спектроскопии.* – 1992. – Т. 56, № 5–6. – С. 831–836.

6. *Блистанов, А.А.* Кристаллы квантовой и нелинейной оптики. / А.А. Блистанов. – Москва: МИСИС, 2000. – 431 с.

7. *Балакший, В.И.* Физические основы акустооптики / В.И. Балакший, В.И. Парыгин, Л.Е. Чирков. – Москва: Радио и связь, 1985. – 279 с.

*Результаты исследования (частично) получены при финансовой поддержке МО РБ по договору №1410/2021.*

*Поступила в редакцию 03.10.2024.*

#### Информация об авторах

*Кулак Геннадий Владимирович* – д.ф.-м.н., профессор  
*Казаков Василий Иванович* – к.т.н., доцент  
*Николаенко Татьяна Викторовна* – к.ф.-м.н., доцент  
*Ропот Петр Иосифович* – к.ф.-м.н., доцент