

<http://doi.org/10.32864/polymmattech-2019-5-3-69-78>

УДК 539.3

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ТРУБЕ С ВЯЗКОУПРУГОЙ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИЕЙ

В. В. МОЖАРОВСКИЙ<sup>+</sup>, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ, Е. А. ГОЛУБЕВА

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Беларусь

*Приведен обзор методов расчета цилиндрических труб из композитов и краткий анализ современных исследований в области расчета цилиндрических труб слоистой структуры. Рассмотрена задача расчета напряжений в трубе из функционально-градиентного материала с упругой оболочкой и полиуретановой теплоизоляцией, нагруженной внутренним давлением, при этом принято, что полиуретановый материал обладает вязкоупругими свойствами.*

*Построен алгоритм решения граничных задач, моделирующих определение напряжений в бесконечно длинном упругом цилиндре, заключенном в упругую оболочку, нагруженном внутренним давлением с вязкоупругой полиуретановой теплоизоляцией. Использовали операторный метод решения задачи вязкоупругости для трехслойной трубы, считая, что полиуретан обладает реономными свойствами (заменив модуль упругости на временной оператор по принципу Вольтера). Для реализации расчета напряженно-деформированного состояния трубы использовали параметры различных ядер ползучести и релаксации, входящие в интегральные уравнения теории вязкоупругости. Провели вычисления для слабосингулярного ядра Ржаницына-Колтунова.*

*Учитывая граничные условия, составлена система линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов, входящих в уравнения для перемещений. Матричным методом решали систему уравнений при заданных геометрических и физических параметрах (с учётом свойств функционально-градиентного материала цилиндра). Полученные коэффициенты применяли в физических уравнениях для определения напряжений и перемещений в трубе. Разработана программа расчета, достоинством которой является простота вычисления напряжений и перемещений не только для труб из функционально-градиентного материала, но и для однородного изотропного материала, как в упругой, так и вязкоупругой постановке.*

*Создан программный комплекс для расчета напряженного состояния трехслойных труб, в котором учитываются вязкоупругие свойства материала, неоднородности геометрических и физических свойств компонентов слоистых труб. Приведены примеры расчета, построены графики изменения радиальных и окружных напряжений в трехслойной трубе из разных материалов для времен  $t = 0$  и для  $t = \infty$ . Показан характер изменения радиальных и окружных напряжений. Отмечено, что особенно возрастают напряжения для функционально-неоднородных труб при росте параметра неоднородности  $\beta$ .*

**Ключевые слова:** вязкоупругость, слоистая труба, функционально-градиентный материал, компьютерная программа, композит.

## CALCULATION OF TENSION IN THE THREE-LAYER PIPE WITH VISCOELASTIC THERMAL INSULATION

V. V. MOZHAROVSKY<sup>+</sup>, D. S. KUZMENKOV, E. A. GOLUBEVA

Francisk Skorina Gomel State University, Sovetskaya St., 104, 246019, Gomel, Belarus

<sup>+</sup> Автор, с которым следует вести переписку. E-mail: mozh@gsu.by

*The review of calculation methods of cylindrical composites pipes and the brief analysis of modern researches in the field of calculation of cylindrical layered structure pipes are presented. The problem of calculating stresses in a pipe made of a functionally gradient material with an elastic shell and polyurethane thermal insulation loaded with internal pressure is considered. It is taken into account that the polyurethane material has viscoelastic properties.*

*An algorithm for solving boundary-value problems modeling the determination of stresses in an infinitely long elastic cylinder enclosed in an elastic shell loaded with internal pressure with viscoelastic polyurethane thermal insulation is developed. An operator method to solve the viscoelastic problem for a three-layer pipe is applied. It is considered that polyurethane has rheonomic properties (it is replaced the elastic modulus with a temporary operator according to the Voltaire principle). To implement the calculation of the stress-strain state of the pipe, the parameters of various creep and relaxation kernel included in the integral equations of the theory of viscoelasticity is used. Computations were performed for the weakly singular Rzhanitsyn-Koltunov kernel.*

*An algorithm and software implementation of the solution to the calculation problem has been created. Taking into consideration the boundary conditions a system of linear algebraic equations is compiled to find the unknown coefficients in the equations for displacements. It is solved the system of equations for given geometric and physical parameters (taking into account the properties of the functionally gradient material of the cylinder) with a matrix method. The obtained coefficients are applied in the physical equations to determine the stresses and displacements in the pipe. The advantage of the developed calculation program is calculation simplicity of stresses and displacements not only for pipes made of a functionally gradient material, but also for a homogeneous isotropic material, both in elastic and viscoelastic formulations.*

*As a computer software implementation of stress state calculation for three-layer pipes was created a software package. It includes viscoelasticity, inhomogeneity, geometric and physical properties of laminated pipe components. Examples of calculations are given. Graphs of changes in radial and circumferential stresses of three-layer pipe at  $t = 0$  and  $t = \infty$  are plotted. The nature of the change in radial and circumferential stresses is shown. It was noted that stresses of functionally inhomogeneous pipes increase especially with an increase in the inhomogeneity parameter  $\beta$ .*

**Keywords:** viscoelasticity, pipe, functionally gradient material, computer program, composite.

*Поступила в редакцию 07.06.2019*

© В. В. Можаровский, Д. С. Кузьменков, Е. А. Голубева, 2019

Для приобретения полного текста статьи, обращайтесь в [редакцию журнала](#)  
Full text of articles can be purchased from the editorial office

Адрес редакции: ул. Кирова, 32а, 246050, г. Гомель, Беларусь  
Телефон/факс: +375 (232) 34 06 36 / 34 17 11

Address: Kirov St., 32a, 246050, Gomel, Belarus  
Phone: +375 (232) 34 06 36. Fax: +375 (232) 34 17 11

E-mail: [polmattex@gmail.com](mailto:polmattex@gmail.com)  
Web: <http://mpri.org.by/izdaniya/pmt/>

#### **Образец цитирования:**

Можаровский В. В., Кузьменков Д. С., Голубева Е. А. Расчет напряжений в трехслойной трубе с вязкоупругой теплоизоляцией // Полимерные материалы и технологии. 2019. Т. 5, № 3. С. 69–78. <http://doi.org/10.32864/polymmattech-2019-5-3-69-78>

#### **Citation sample:**

Mozharovsky V. V., Kuzmenkov D. S., Golubeva E. A. Raschet napryazheniy v trekhloynoy trube s vyazkouprugoy teploizolyatsiey [Calculation of tension in the three-layer pipe with viscoelastic thermal insulation]. *Polimernye materialy i tekhnologii* [Polymer Materials and Technologies], 2019, vol. 5, no. 3, pp. 69–78. <http://doi.org/10.32864/polymmattech-2019-5-3-69-78>

## Литература

1. Hyer M. W. Hydrostatic Response of Thick Laminated Composite Cylinders // *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1988, vol. 7, pp. 321–330.
2. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
3. Можаровский В. В., Марын С. А., Марына Н. А. Напряженно-деформированное состояние слоистых цилиндрических труб // Вестник Херсонского национального технического университета. 2008. № 2. С. 31.
4. Pagano N. J., Whitney J. M. Geometric Design of Composite Cylindrical Characterization // *Journal of Composite Materials*, 1970, vol. 4, is. 3, pp. 360–378.
5. Андреев В. И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2002. 288 с.
6. Shim D. J., Choi J. B., Kim Y. J. Failure strength assessment of pipes with local wall thinning under combined loading based on finite element analyses // *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 179–183.
7. Bhaskar K., Ganapathysaran N. Three-dimensional analysis of a cross-ply cylindrical shell subjected to a localized circumferential shear force // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2002, vol. 79, is. 7, pp. 519–524.
8. Можаровский В. В., Кузьменков Д. С. Реалізація розрахунку напружень багатошарових труб // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка Серія: фізико-математичні науки, 2015. № 5. С. 173–178.
9. Можаровский В. В., Марын С. А. Влияние дефекта (трещины) на напряженно-деформированное состояние цилиндрической трубы из композита // Материалы. Технологии. Инструменты, 2015. № 2. С. 19–25.
10. Yun-Jae Kim, Do-Jun Shim, Hwan Lim, Young-Jin Kim. Reference stress based approach to predict failure strength of pipes with local wall thinning under single loading // *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 194–201.
11. Mohareb M. Plastic interaction relations for pipe sections // *J. Eng. Mech. ASCE*, 2002, vol. 128, is. 1, pp. 112–120.
12. Mohareb M. Plastic resistance of pipe sections – an upper bound solution // *J. Struct. Eng. ASCE*, 2003, vol. 129, is. 1, pp. 41–48.
13. Можаровский В.В., Марын С.А., Марына Н.А. Создание и работа программного комплекса контроля и диагностики сосудов и трубопроводов // Информационно-компьютерные технологии 2010: Материалы V Международной научной конференции (Житомир, 20–22 мая 2010 г.). Житомир, 2010. С. 5–7.
14. Gao X. L. Elasto-plastic analysis of an internally pressurized thick-walled cylinder using a strain gradient plasticity theory // *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, is. 23, pp. 6445–6455.
15. Tutuncu N., Ozturk M. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels // *Composites. Part B: Engineering*, 2001, vol. 32, is. 8, pp. 683–686.
16. Abrinia K., Naee H., Sadeghi F., Djavanroodi F. New Analysis for The FGM Thick Cylinders Under Combined Pressure and Temperature Loading // *American Journal of Applied Sciences*, 2008, vol. 5, is. 7, pp. 852–859.
17. Дудник А.Е. Моделирование прочностных характеристик и прогнозирование несущей способности напорных труб из полиолефинов: дис. канд. тех. наук: 02.00.06. Ростов-на-Дону, 2016. 142 с.
18. Завод полимерных труб [Электронный ресурс]. URL: <https://www.zpt.by/smitflex> (дата обращения: 20.05.2019).
19. Можаровский В.В., Кузьменков Д.С., Шилько С.В. Реализация автоматизированной методики определения физико-механических характеристик материалов на примере труб с ППУ-ОЦМ изоляцией и оболочки ПИ-труб // Неразрушающий контроль и диагностика. 2014. № 2. С. 49–64.
20. Lee E. H., Radok J. R. M., Woodward W. B. Stress analysis for linear viscoelasticity mate-rials // *Transactions of the Society of Rheology*, 1959, vol. 3, is. 1, pp. 41–59.
21. Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976. 277 с.

## References

1. Hyer M. W. Hydrostatic Response of Thick Laminated Composite Cylinders. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1988, vol. 7, pp. 321–330.
2. Pobedra B. E. *Mehanika kompozicionnyh materialov* [Mechanics of composite materials]. Moscow: MGU Publ., 1984. 336 p.
3. Mozharovskij V. V., Mar'in S. A., Mar'ina N. A. Naprijazhennno-deformirovannoe sostojanie sloistyh cilindricheskikh trub [The intense deformed condition of layered cylindrical pipes]. *Vestnik Khersonskogo natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin Kherson national technical university], 2008, no. 2, pp. 31.
4. Pagano N. J., Whitney J. M. Geometric Design of Composite Cylindrical Characterization. *Journal of Composite Materials*, 1970, vol. 4, is. 3, pp. 360–378.
5. Andreev V. I. *Nekotorye zadachi i metody mehaniki neodnorodnyh tel* [Some problems and methods of mechanics of non-uniform bodies]. Moscow: ASV Publ., 2002. 288 p.
6. Shim D. J., Choi J. B., Kim Y. J. Failure strength assessment of pipes with local wall thinning under combined loading based on finite element analyses. *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 179–183.
7. Bhaskar K., Ganapathysaran N. Three-dimensional analysis of a cross-ply cylindrical shell subjected to a localized circumferential shear force. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2002, vol. 79, is. 7, pp. 519–524.
8. Mozharovskij V. V., Kuz'menkov D. S. Realizacija rozrahunku napružen' bagatosharovih trub [Realization of calculation of tension of multilayered pipes]. *Visnik Kiiv'skogo natsional'nogo universitetu imeni Tarasa Shevchenko. Serija: fiziko-matematichni nauki* [Bulletin of the Kiev national university of Taras Shevchenko. Series: physical and mathematical sciences], 2015, no. 5, pp. 173–178.
9. Mozharovskij V. V., Mar'in S. A. Vlijanie defekta (treshchiny) na naprijazhennno-deformirovannoe sostojanie cilindricheskoy truby iz kompozita [Influence of defect (crack) on the intense deformed condition of a cylindrical pipe from a composite]. *Materialy. Tehnologii. Instrumenty* [Materials. Technologies. Tools], 2015, no. 2, pp. 19–25.
10. Yun-Jae Kim, Do-Jun Shim, Hwan Lim, Young-Jin Kim. Reference stress based approach to predict failure strength of pipes with local wall thinning under single loading. *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 194–201.
11. Mohareb M. Plastic interaction relations for pipe sections. *J. Eng. Mech. ASCE*, 2002, vol. 128, is. 1, pp. 112–120.
12. Mohareb M. Plastic resistance of pipe sections – an upper bound solution. *J. Struct. Eng. ASCE*, 2003, vol. 129, is. 1, pp. 41–48.
13. Mozharovskij V. V., Mar'in S. A., Mar'ina N. A. Sozdanie i rabota programmnogo kompleksa kontrolja i diagnostiki sosudov i truboprovodov [Creation and work of a program complex of control and diagnostics of vessels and pipelines]. *Materialy V Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Informacionno-komp'yuternye tehnologii 2010»* [Materials V of the International scientific conference “Information and computer technologies 2010”]. Zhytomyr, 2010, pp. 5–7.
14. Gao X. L. Elasto-plastic analysis of an internally pressurized thick-walled cylinder using a strain gradient plasticity theory. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, is. 23, pp. 6445–6455.
15. Tutuncu N., Ozturk M. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels. *Composites. Part B: Engineering*, 2001, vol. 32, is. 8, pp. 683–686.

16. Abrinia K., Naei H., Sadeghi F., Djavanroodi F. New Analysis for the FGM Thick Cylinders Under Combined Pressure and Temperature Loading. *American Journal of Applied Sciences*, 2008, vol. 5, is. 7, pp. 852–859.
17. Dudnik A. E. Modelirovaniye prochnostnykh harakteristik i prognozirovaniye nesushhej sposobnosti napornyh trub iz poliolefinov. Dis. kand. tekhn. nauk [Modeling of strength characteristics and forecasting of bearing capacity of pressure head pipes from polyolefins]. Ph. D. eng. sci. diss. J. Rostov-na-Donu, 2016. 142 p.
18. Zavod polimernyh trub (Plant of polymeric pipes). Available at: <https://www.zpt.by/smitflex> (accessed 20 May 2019).
19. Mozharovskij V. V., Kuz'menkov D. S., Shil'ko S. V. Realizacija avtomatizirovannoj metodiki opredelenija fiziko-mehanicheskikh harakteristik materialov na primere trub s PPU-OCM izoljacij i obolochki PI-trub [Realization of the automated technique of definition of physico-mechanical characteristics of materials on the example of pipes with PPU-OTsM isolation and covers of PI-pipes]. *Nerazrushajushhij kontrol' i diagnostika* [Nondestructive control and diagnostics], 2014, no 2, pp. 49–64.
20. Lee E. H., Radok J. R. M., Woodward W. B. Stress analysis for linear viscoelasticity mate-rials. *Transactions of the Society of Rheology*, 1959, vol. 3, is. 1, pp. 41–59.
21. Koltunov M.A. *Polzuchest' i relaksacija* [Creep and relaxation]. Moscow: Vysshaya shkola, 1976. 277 p.