

решение которого возможно только численное. Для реализации численного решения может быть предложен подход перехода к адекватной разностной схеме при помощи техник базисов Гребнера [7, 8], использованный в [2, 5].

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00071.*

#### Список литературы

- 1 Zemlyanukhin, A. I. Physically Admissible and Inadmissible Exact Localized Solutions in Problems of Nonlinear Wave Dynamics of Cylindrical Shells / A. I. Zemlyanukhin, A. V. Bochkarev, N. A. Artamonov // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* – 2024. – Vol. 20, no. 2. – P. 219–229.
- 2 Solitary deformation waves in two coaxial shells made of material with combined nonlinearity and forming the walls of annular and circular cross-section channels filled with viscous fluid / L. I. Mogilevich [et al.] // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* – 2024. – Vol. 32, no. 4. – P. 521–540.
- 3 Вольмир, А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек / А. С. Вольмир. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
- 4 Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
- 5 Эволюция уединенных гидроупругих волн деформации в двух коаксиальных цилиндрических оболочках с физической нелинейностью Шамеля / Ю. А. Блинков [и др.] // *Вычислительная механика сплошных сред.* – 2023. – Т. 16, № 4. – С. 430–444.
- 6 Попов, В. С. Колебания стенки канала на нелинейно-упругом подвесе под воздействием пульсирующего слоя вязкого газа, находящегося в канале / В. С. Попов, Л. И. Могилевич, А. А. Попова // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика.* – 2023. – Т. 66, № 10. – С. 821–834.
- 7 Gerdt, V. P. Gröbner bases and generation of difference schemes for partial differential equations / V. P. Gerdt, Yu. A. Blinkov, V. V. Mozhilkin // *SIGMA.* – 2006. – Vol. 2. – Art. no. 051.
- 8 Блинков, Ю. А. Дискретизация квазилинейных эволюционных уравнений методами компьютерной алгебры / Ю. А. Блинков, В. П. Гердт, К. Б. Маринов // *Программирование.* – 2017. – № 2. – С. 28–34.

УДК 539.3

## ИЗНОС И НАПРЯЖЕНИЯ В ПОКРЫТИЯХ ЗУБЬЕВ ИЗ ОРТОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА ПРИ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ

*В. В. МОЖАРОВСКИЙ, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ, С. В. КИРГИНЦЕВА*

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь*

Зубчатые колеса считаются очень важной частью взаимодействующих элементов деталей машин в машиностроении и на транспорте. Для зубчатых колес используются многочисленные покрытия, которые обеспечивают защиту их к износу. В настоящем исследовании ограничимся рассмотрением покрытий из композитов, в которых материал покрытия обладает анизотропными свойствами, а основание – изотропными.

В данной работе развиты математические и численные модели и теории о контактном взаимодействии изотропных и анизотропных цилиндрических тел (в том числе с покрытиями), которые применимы для построения методики по расчету износа, напряженного состояния и деформативности зубьев зубчатых колес из композитов. Принципиальная схема взаимодействия элементов зубчатых передач показана на рисунке 1.

Износ и напряжения в зубьях и в покрытиях из ортотропного материала при взаимодействии зубьев определяется по разработанной методике [1–3].

Теоретической основой реализации поставленной задачи являются решения о контактном взаимодействии цилиндров с ортотропным покрытием, которые моделируют контакт зубьев зубчатых колес. В работах [1, 2] дана методика расчета параметров контакта

и напряжений при взаимодействии жесткого цилиндра с ортотропным покрытием. Для определения линейного износа зубьев с покрытием необходимо знать размеры зоны контакта, которые легко можно определить исходя из графиков на рисунке 2.



Рисунок 1 – Схема, моделирующая контакт зубьев с покрытием

На рисунке 2 приведены зависимости изменения зоны контакта  $\tilde{a} = a/a_0$  от  $a/h$ , где  $a_0 = \sqrt{\frac{2PR}{\pi m}}$  – полуширина площадки контакта при контакте с ортотропным цилиндром  $m = 1 / \left\{ [(\beta_1 + \beta_2) S_{22}]^{(1)} \right\}$ ,

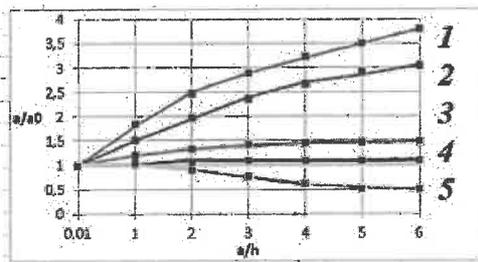


Рисунок 2 – Зависимость относительной полуширины площадки контакта  $a/a_0$  от  $a/h$ .  
Отношение модулей упругости ортотропного покрытия к основанию  $E_2/E_1$ :  
1 – 24; 2 – 12; 3 – 2,5; 4 – 1; 5 – 0,05

основные обозначения используемых параметров представлены в [1, 2]. Полученные результаты являются оценочными, они показывают качественное влияние упругих свойств материалов и их упругих соотношений на параметры контакта и могут использоваться в инженерных расчетах.

Следует отметить, что расчет параметров контакта (зон контакта, напряжений, износа и т. д.) применительно к работе таких передач, как зубчатые колеса из композитов, является многопрофильным, включает расчеты, связанные с напряжениями зубьев и трибологическими отказами, такими как износ. Для автоматизации процесса расчета на износ зубьев создана компьютерная программа, по которой можно прогнозировать

и определять ресурс работы такой передачи, делать визуализацию результатов расчета в виде графических зависимостей, таблиц и т. д.

Для расчета параметров контакта при взаимодействии зубьев зубчатых колес, в которых одно колесо имеет покрытие из композита, жестко скрепленного с упругим основанием, а другое – металлическое (изотропное), необходимо рассмотреть следующие математические модели контактного взаимодействия:

- а) теоретическое описание контакта жесткого цилиндра с изотропным цилиндром, имеющим покрытие из композита;
- б) теоретическое описание контакта упругого (изотропного) цилиндра с изотропным цилиндром, имеющим покрытие из композита;

Для дальнейшего исследования рассмотрим более подробно расчет параметров контакта, принимая модель «а» (см. рисунок 1).

Например, рассмотрен расчет износа зубьев зубчатого колеса с покрытиями из волокнистого материала на упругом основании по созданной программе [3]. Формула для определения линейного износа зубьев зубчатого колеса из композита при заданной интенсивности износа  $I$  будет  $h_{\text{изн}} = 2av_{\text{ck}}nztI / v$ , здесь размер зоны контакта  $a$  определяется по графикам на рисунке 2;  $z$  – количество пар зацепления ( $z = 1$ );  $t$  – время работы, мин;  $N = nzt$  – количество циклов зацепления,  $v$  – скорость качения (обозначения параметров, входящих в формулу даны в [3]).

*Пример.* Пусть зубчатая передача без смазки выполнена из металлической шестерни с покрытием из композита, состоящего из полиамидной матрицы и стеклянных волокон с модулями упругости  $E_m = 3500$  МПа,  $E_f = 85000$  МПа, коэффициентами Пуассона  $\nu_m = 0,35$ ,  $\nu_f = 0,2$ , модулями сдвига  $G_m = 1300$  МПа,  $G_f = 35420$  МПа, с различным процентным содержанием волокон, зацепляется с таким же металлическим колесом. Зубчатая передача имеет следующие геометрические размеры в общепринятых обозначениях: модуль  $m = 4$ , число зубьев  $z_s = 23$ ,  $z_k = 23$ , межцентровое расстояние  $A = 92$  мм, угол зацепления  $\alpha = 20^\circ$ , ширина венца  $b = 20$  мм,  $d_s = 92$  мм,  $d_k = 92$  мм,  $M_{\text{кр}} = 852,6$  Н·мм;  $n_s = 2000$  об/мин, передаточное число  $u = 1$ . Толщина покрытия 2 мм. По результатам испытаний износ зубьев шестерни и колеса определялся числом циклов нагружения  $N_s = 4,15 \cdot 10^7$ . Необходимо определить изнашивание зубьев  $h$  при заданной интенсивности изнашивания  $I_s = 4,1 \cdot 10^{-8}$ , влияние объемного содержания волокна на износ, определить напряженное состояние покрытий на упругом основании численными методами. Построены графические зависимости износа для волокнистого покрытия в зависимости от объемного содержания волокна в матрице.

#### Список литературы

- 1 Мажаровский, В. В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Мажаровский, В. Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.
- 2 Реализация алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния элементов машин и трибологических систем / В. В. Мажаровский [и др.] // Теоретическая и прикладная механика. – 2020. – Вып. 35. – С. 36–43.
- 3 Влияние расположения волокон на параметры контакта и износа для зубьев зубчатых передач из композитов / В. В. Мажаровский [и др.] // Математические методы в технологиях и технике. – 2023. – № 10. – С. 71–75.