Доклады Академии наук СССР
1971. Том 201, № 4

УДК 517.11

МАТЕМАТИКА

В. А. ИЛЮШКИН

О МНОГОЗНАЧНОСТИ ГРАММАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ КОНТЕКСТНО-СВОБОДНЫХ ЯЗЫКОВ

(Представлено академиком П. С. Новиковым 13 V 1971)

1. В данной заметке рассматриваются вопросы, связанные с построением контекстно-свободных языков сколь угодно высокой (но ограниченной) степени неоднозначности грамматического анализа. В работе ([3]), примыкающей к данной по тематике, также рассматривались подобные вопросы и был установлен результат (теорема 1), который кратко можно сформулировать следующим образом: *для любого натурального числа k осуществим контекстно-свободный язык L_k, степень неоднозначности грамматического анализа которого равна 2^k.*

Оставался однако открытым вопрос о возможности построения по любому натуральному числу k контекстно-свободного языка L_k со степенью неоднозначности грамматического анализа, равной k.

Также открытым оставался вопрос о возможности построения многозначно анализируемых и в то же время в некотором смысле простых, например, линейных, контекстно-свободных языков. (Отметим, что упомянутые выше языки L_k, за исключением L_1, не являются линейными, т. е. не могут быть описаны линейными грамматиками.) Рассмотрение этого вопроса мотивировалось между прочим тем, что Парихом в работе ([1]) был уже построен (теорема 3) линейный контекстно-свободный язык, не анализируемый однозначно никакой контекстно-свободной грамматикой. Сам Парих описал этот язык грамматикой, не являющейся линейной; однако, как отметил Хомский в ([2]), это можно сделать и при помощи линейной грамматики.

Теорема, приводимая ниже, дает положительное решение указанных вопросов.

2. Терминология данной заметки заимствована из работ ([2]) и ([3]), где можно найти необходимые сведения об используемых здесь понятиях. Так, в ([2]) разъясняются понятия контекстно-свободной (линейной, односторонней линейной) грамматики, контекстно-свободного (линейного) языка, а в ([3]) разъясняются понятия вывода в контекстно-свободной грамматике и эквивалентности (слабой эквивалентности) выводов. Термин «натуральное число» используется для обозначения целых положительных чисел, а запись $[m]$, где m — рациональное число, используется для обозначения целой части m.

3. Теорема. *Для любого натурального числа $k (k \geqslant 2)$ осуществим линейный контекстно-свободный язык L_k такой, что*

1) *существует линейная контекстно-свободная грамматика G языка L_k, в которой каждое предложение данного языка имеет не больше k попарно неэквивалентных выводов из начального символа G;*

2) *для любой контекстно-свободной грамматики G языка L_k осуществимы предложение W данного языка и k выводов W в G из начального символа G, никакие два из которых не являются слабо эквивалентными.*

Для любого натурального числа k $(k \geqslant 2)$ язык L_k, упоминаемый в теореме, есть множество всех слов Q в алфавите $\{a, b\}$, для которых существуют натуральные числа $m_1, m_2, \ldots, m_{2k}$, удовлетворяющие условиям:

1) $Q = a^{m_1}b^{m_2}a^{m_3}b^{m_4}\ldots a^{m_{2k-1}}b^{m_{2k}}$,

2) существует натуральное число l $(1 \leqslant l \leqslant k)$ такое, что $m_{l+i} = m_{k+l-i}$, где $i = 0, 1, \ldots, [k/2]$.

Поскольку эквивалентные выводы являются в то же время слабо эквивалентными, из приведенной теоремы можно вывести следствие, формулировка которого получается из формулировки теоремы заменой слов «слабо эквивалентными» на «эквивалентными».

4. Итак, уже линейными грамматиками можно описать языки сколь угодно высокой степени неоднозначности грамматического анализа. Данное обстоятельство представляет интерес в связи с тем, что (результат Хомского и Шюценберже) любой язык, описываемый односторонней линейной, или, как иначе говорят, автоматной грамматикой, может быть описан некоторой односторонней линейной грамматикой, в которой каждое предложение данного языка имеет единственное структурное описание.

Московский физико-технический институт
Долгопрудный Московск. обл.

Поступило
15 IV 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] R. Parikh, J. Assoc. Comput. Machinery, **13**, № 4, 570 (1966). [2] Н. Хомский, Кибернетич. сборн., **2**, 172, 196 (1966). [3] В. А. Илюшкин, ДАН, **200**, № 2 (1971).