

22.374
Б 788

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БССР

ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Б.Л. Божухъ, С.С. Гиргель

ОСНОВЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КРИСТАЛЛООПТИКИ

Часть IV

(Введение в оптику магнитоупорядоченных
и нелинейных кристаллов)

Гомельский
дзяржаўны
Універсітэт
БІБЛІОТЭКА

Гомель 1984

ПРАВЕРАНА
20 14 р.

Ф. № 10

Контрольный листок сроков возврата

Книга должна быть возвращена не
позже указанного здесь срока

Количество предыдущих выданных

--	--

Тип. Лида.

Рецензенты: В.Н.Белый, кандидат физико-математических наук Института физики АН БССР;
Б.В.Шепелевич, кандидат физико-математических наук Мозырского государственного педагогического института им. Н.К.Крупской

Учебное пособие посвящено изложению ряда вопросов феноменологической оптики магнитоупорядоченных и нелинейных кристаллов. Особое внимание уделяется вопросам симметрии в оптике кристаллов.

Пособие предназначено для студентов старших курсов физических специальностей.

20405 - 024
Б ————— 3 - 84 I7C4050000
М 339 - 84

© Гомельский государственный университет (ГГУ), 1984

ГЛАВА I. МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫЕ КРИСТАЛЛЫ И ИХ СИММЕТРИЯ

§ I. Введение. Магнитные свойства вещества

Вещество, помещенное во внешнее магнитное поле H , подвергается намагничиванию. Магнитные свойства тел можно характеризовать магнитной восприимчивостью $\chi = M/H$, где χ и M — магнитная восприимчивость и магнитный момент или намагниченность единицы объема соответственно. Все без исключения вещества обладают магнитными свойствами ($\chi \neq 0$). Это обусловлено тем, что протоны, нейтроны и электроны, из которых состоят все тела, обладают собственными магнитными моментами. Кроме того, движущиеся заряженные частицы вещества также создают магнитные поля.

В отсутствие внешнего магнитного поля для большей части веществ все направления магнитных моментов атомных ядер и электронов равновероятны, так что вещество в целом не имеет намагниченности. Магнитное поле ориентирует моменты электронов и ядер, что приводит к появлению результирующей намагниченности. При этом магнитные свойства веществ определяются, в основном, электронами, а не ядрами, так как магнитный момент электрона примерно на три порядка превышает магнитный момент ядер.

По типу магнитных свойств все вещества можно разделить на две группы: неупорядоченные и упорядоченные магнетики [1,2]. К неупорядоченным веществам относятся диа- и парамагнетики. У диамагнитных веществ $\chi < 0$ и мала по абсолютной величине ($\chi \sim 10^{-6}$), а также практически не зависит от температуры. Диамагнитными свойствами обладают все атомы (ионы). Под воздействием внешнего магнитного поля движение электронов в веществе в соответствии с правилом Ленца изменяется таким образом, чтобы частично экранировать это поле. К диамагнетикам относятся, например, N_2 , CCl_4 , Cu , H_2O , инертные газы.

Парамагнитные вещества всегда содержат атомы с магнитным моментом, т.е. имеющие незаполненные электронные оболочки. Для парамагнетиков $\chi > 0$, $\chi \sim 10^{-4} + 10^{-6}$ и сильно зависит от температуры. В отсутствие магнитного поля тепловое движение приводит к хаотической ориентации магнитных моментов отдельных атомов, и результирующий момент парамагнетика равен нулю. Магнитное поле приводит к частичной ориентации отдель-

ных моментов вдоль поля и, таким образом, возникает результирующая намагниченность среды. В парамагнетиках всегда проявляется также и диамагнитный эффект, однако он маскируется более сильными парамагнитными свойствами. К типичным парамагнетикам относятся кристаллы, содержащие ионы железа и редких земель.

§ 2. Магнитоупорядоченные кристаллы

Вещества с упорядоченной магнитной структурой, в отличие от диа- и парамагнетиков, могут быть только твердыми телами - кристаллами. Такие кристаллы называются магнитоупорядоченными. Для последних $\chi > 0$ и значительна по величине, но в отличие от парамагнетиков и в отсутствие внешнего магнитного поля имеется упорядочение магнитных моментов атомов (ионов), входящих в кристаллическую решетку. Для описания магнитных структур введем понятие магнитной элементарной ячейки, под которой будем понимать наименьшую совокупность групп атомов кристаллической решетки, при периодическом повторении (трансляциях) которой получается вся магнитная структура. Магнитная ячейка может совпадать с кристаллической или быть кратной, последней.

По типам структуры все магнитоупорядоченные кристаллы можно условно разделить на три группы: ферромагнетики, антиферромагнетики и ферримагнетики [1,2]. В ферромагнетиках магнитные моменты всех атомов параллельны друг другу, так что кристалл обладает большой спонтанной намагниченностью (рис. Iа). Для них суммарный спонтанный магнитный момент магнитной ячейки отличен от нуля. Тепловое движение стремится разрушить порядок, поэтому при увеличении температуры спонтанная намагниченность ферромагнетика уменьшается и при достижении некоторой температуры T_K , называемой точкой Кюри, обращается в нуль, а кристалл переходит в парамагнитное состояние.

В антиферромагнетиках магнитные моменты атомов расположены таким образом, что полностью компенсируют друг друга и результирующая спонтанная намагниченность магнитной ячейки равна нулю.

Все атомы, занимающие кристаллографически эквивалентные позиции пространственной кристаллической решетки и облада-

щие параллельными магнитными моментами, образуют магнитную подрешетку. В общем случае магнитная структура может состоять из нескольких подрешеток, образованных атомами в кристаллографически неэквивалентных позициях. Таким образом, магнитная подрешетка - это совокупность всех атомных моментов решетки, получающихся один из другого с помощью операций трансляции на расстояния, кратные периодам магнитной элементарной ячейки. Пространственную магнитную решетку кристалла можно представить состоящей из нескольких магнитных подрешеток, вставленных друг в друга. С этой точки зрения ферромагнетики обладают одной подрешеткой, антиферромагнетики - двумя или более подрешетками. В простейшем случае антиферромагнитная структура представляет собой две эквивалентные магнитные подрешетки, расположенные друг относительно друга таким образом, что равные магнитные моменты подрешеток, находящиеся в элементарной магнитной ячейке, направлены антипараллельно и компенсируют друг друга (рис. I б). Отсюда и название - антиферромагнетики. Возможна треугольная антиферромагнитная структура, состоящая (рис. I в) из трех неколлинеарных подрешеток, магнитные моменты которых также взаимно компенсируются. Известны и другие типы антиферромагнитных структур (рис. I г). При повышении температуры намагниченности подрешеток уменьшаются и обращаются в нуль при температуре Нееля, T_N . Типичными антиферромагнетиками являются окислы переходных металлов MnO , NiO , CoO , FeO , многие фториды, сульфиды, селениды, хлориды.

В ферримагнитных структурах, состоящих из двух подрешеток, соседние магнитные моменты атомов имеют антипараллельную ориентацию, однако не полностью компенсируют друг друга, и вещество обладает суммарной спонтанной намагниченностью, хотя и меньшей, чем у ферромагнетиков. Частичная компенсация может быть обусловлена тем, что на элементарную магнитную ячейку приходится разное количество ионов двух подрешеток, либо тем, что моменты ионов разных подрешеток различны по величине. Часто имеет место обе причины (рис. I д). К ферримагнитным веществам принадлежат ферриты, т.е. кристаллы, относящиеся к окисным соединениям металлов группы железа и редких земель. Типичными их представителями являются ферриты с кубической структурой шпинели или граната, а также гексаго-

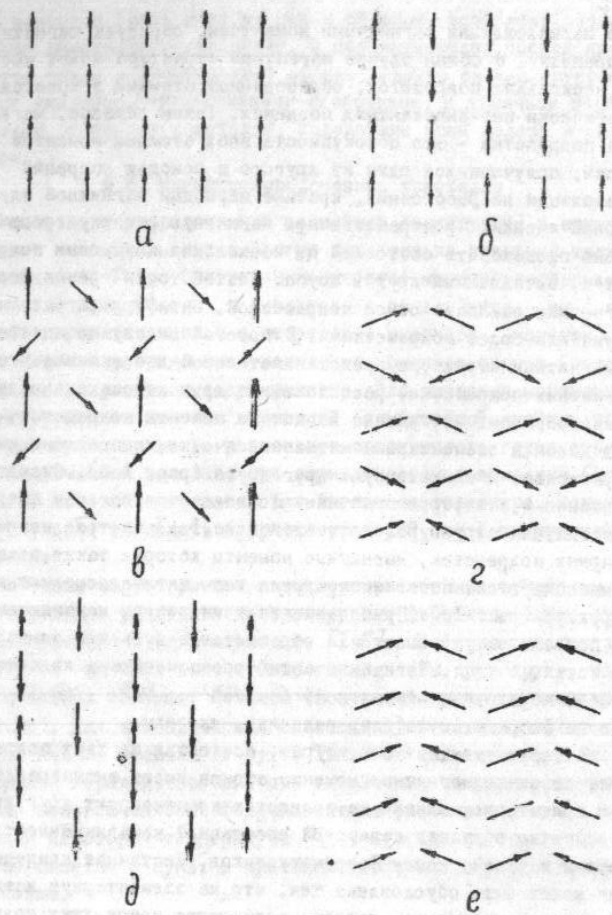


Рис. 1. Магнитные структуры ферро-, ферри- и антиферромагнетиков

нальные ферриты. Отсюда и термин "ферримагнетизм". Ферримагнетизм можно назвать нескомпенсированным антиферромагнетизмом, что лучше отражает существо явления.

В некоторых антиферромагнетиках моменты подрешеток незначительно отклоняются от строго антипараллельного расположения. Такие антиферромагнитные кристаллы обладают результирующей намагниченностью магнитной ячейки $\mu = \mu_1 - \mu_2$ (рис. 1 e), хотя и весьма малой. Это явление носит название слабого ферромагнетизма, а сами кристаллы называются слабыми ферромагнетиками. К ним относятся: кристаллы $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$, FeBO_3 , FeF_3 , MnCO_3 , CoCO_3 , NiCO_3 , ортохромиты RC_2O_3 (R - ион редкоземельного элемента). Слабые ферромагнетики могут рассматриваться как частный случай ферримагнетиков. Особую группу составляют кристаллы, в которых наблюдается винтовые или геликоидальные структуры [1, 2]. Такое упорядочение имеют некоторые гексагональные металлы и кристаллы. У гольмия и диспрозия при определенных температурах реализуется пространственная структура, называемая антиферромагнитным геликоидом или простой спиралью (рис. 2 a). В последней атомные магнитные моменты перпендикулярны кристаллографической оси шестого порядка, но в каждой базисной плоскости повернуты на некоторый угол относительно момента в соседней плоскости. Эта структура является антиферромагнитной, поскольку магнитная ячейка, соответствующая шагу винта, не обладает суммарным магнитным моментом. У гольмия может реализовываться также структура, называемая ферромагнитным геликоидом или ферромагнитной спиралью, отличающаяся от простой спирали тем, что все магнитные моменты имеют постоянную составляющую вдоль оси спирали (рис. 2 б). У эрбия в антиферромагнитном состоянии наблюдается структура в виде сложной спирали. Величина и направление составляющей магнитного момента вдоль гексагональной оси периодически, синусоидально изменяются от слоя к слою (рис. 2 в). Известны и частично упорядоченные кристаллы. Продольной полуупорядоченной структурой обладает высокотемпературная фаза в чистом европии. В ней отличны от нуля лишь Z - проекции магнитных моментов, а их величина синусоидально модулирована вдоль этого же направления Z . Поскольку величина магнитного момента для каждого атома постоянна, то это оз-

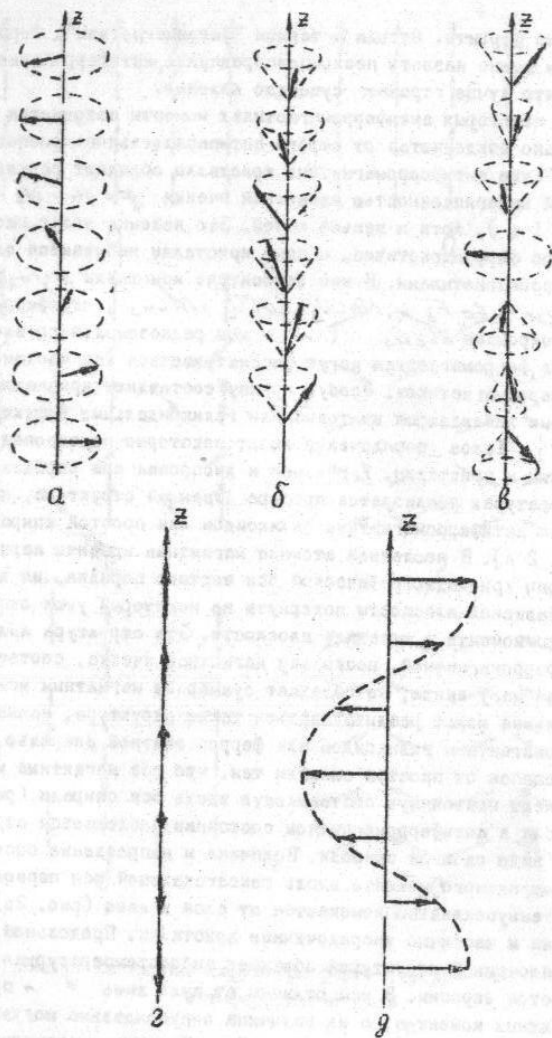


Рис. 2. Сложные магнитные геликоидальные и полупорядоченные структуры

начает, что проекции атомных спинов в плоскости (x, y) неупорядочены (рис. 2 г). Поперечная полупорядоченная структура реализуется в высокотемпературной фазе $HoAu_2$. В ней упорядочены лишь y - проекции спинов, а их величина синусоидально модулирована вдоль оси x (рис. 2 д).

Период магнитной структуры винтовых структур не совпадает ни с каким из периодов кристаллической структуры, поэтому такие структуры не могут быть описаны конечным числом магнитных подрешеток.

Прямой методом определения магнитных структур служит метод дифракции нейтронов.

§ 3. Основные виды взаимодействий в магнитоупорядоченных кристаллах

Необходимым условием существования магнитного упорядочения является наличие магнитных моментов у атомов или ионов, из которых состоит кристалл. Опыт показывает, однако, что лишь кристаллы, имеющие ионы переходных элементов, могут обладать магнитным упорядочением. Какова же природа взаимодействий, ответственных за магнитный порядок? Естественно, напрашивается мысль о том, что магнитные взаимодействия между отдельными атомами и являются причиной возникновения магнитных структур. Однако эксперименты Дорффмана по прохождению электронов через намагниченную фольгу не обнаружили внутреннего сильного магнитного поля. Кроме того, расчеты показывают, что энергия диполь-дипольного взаимодействия магнитных моментов порядка 10^{-18} эрг. Магнитная структура, обуславливаемая таким взаимодействием, должна разрушаться уже при $T \sim 10^{-2}$ К°.

Природу магнетизма смогла объяснить только квантовая механика. Энергия магнитного упорядочения определяется, в основном, частью электростатического взаимодействия атомов кристалла, которая зависит от ориентации их спинов. Такие взаимодействия называются обменными и представляют собой проявление чисто квантовых эффектов. Обменные взаимодействия между электронами различных атомов (межатомный обмен) создают возможности для магнитного упорядочения. Если знак соответствующего обменного интеграла отрицателен, то энергетиче-

ски более выгодным оказывается состояние, в котором спины соседних атомов антипараллельны, что приводит к антиферромагнетизму. Положительный знак обменного интеграла соответствует параллельному расположению всех спинов, т.е. ферромагнетизму. Часто ближайшими соседями магнитных ионов в кристаллах являются диамагнитные ионы. Тогда обменная связь между магнитными ионами осуществляется в результате смешивания состояний магнитных и немагнитных ионов. Такой обмен называется косвенным.

Кристалл переходит в упорядоченное состояние, когда энергия обменных взаимодействий становится равной энергии теплового движения kT .

Магнитные или релятивистские взаимодействия в магнитоупорядоченных кристаллах являются более слабыми, чем обменные [1 - 3]. По порядку величины энергия магнитного взаимодействия двух электронов в кристалле $E_M \approx (v/c)^2 E_{эл}$, в то время как энергия их обменного взаимодействия $E_{об} \approx 10^{-1} E_{эл}$, где $E_{эл}$ - электростатическая энергия [1]. Релятивистские взаимодействия, хотя и значительно слабее обменных, тем не менее определяют многие физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов, например, вызывают явления магнитокристаллической анизотропии и слабого ферромагнетизма. Обменные взаимодействия приводят только к параллельной (или антипараллельной) ориентации спинов магнитных ионов кристалла. Их ориентацию относительно кристаллической решетки определяют более слабые релятивистские взаимодействия, к которым относятся диполь-дипольное взаимодействие между магнитными моментами отдельных атомов и спин-орбитальное взаимодействие. Как известно, орбитальный момент атома имеет определенную ориентацию по отношению к кристаллической решетке. Благодаря спин-орбитальному взаимодействию спиновая система кристалла ориентируется относительно решетки так, чтобы ее энергия была минимальной. Энергия кристалла, зависящая от ориентации спинов относительно кристаллографической решетки, называется энергией магнитной анизотропии. Направления либо плоскости в кристалле, характеризующиеся минимумом энергии анизотропии, называются осями и плоскостями легкого намагничивания соответственно.

§ 4. Магнитная симметрия

Законы классической механики и электродинамики, описывающие многие свойства кристаллов, инвариантны относительно обращения отсчета времени t' , если только изменить одновременно знаки всех магнитных векторов на противоположные: $\vec{H}_i \rightarrow (-\vec{H}_i)$. Это следует из того, что при инверсии времени направления всех токов, а следовательно, и порождаемых ими магнитных полей изменяются на противоположные. Операция t' может являться операцией симметрии кристалла и играет важную роль при описании его симметрии. При исследовании свойств кристаллов, обладающих магнитной структурой, следует, согласно [3], ввести также функцию $\vec{j}(\vec{r})$ - макроскопическую плотность тока, усредненную по времени. Операция инверсии времени t' меняет знак функции \vec{j} . Если при этом состояние тела не меняется, то это значит, что $\vec{j}(\vec{r}) = 0$ во всех точках тела. Одновременно строго обращаются в нуль средние (по времени) значения магнитных моментов внутри тела. По определению, такие тела не имеют магнитной структуры. Если же тело обладает отличной от нуля макроскопической величиной $\vec{j}(\vec{r})$, то говорят, что тело является магнитным, т.е. обладает магнитной структурой. Таким образом, операция инверсии времени t' не может быть операцией симметрии магнитных кристаллов в отличие от немагнитных. В кристалле, имеющем магнитную структуру, $\vec{j}(\vec{r}) \neq 0$, однако в равновесном состоянии не может быть макроскопического тока, т.е. $\int \vec{j} dV = 0$. Иначе этот ток создавал бы макроскопическое магнитное поле, что увеличивало бы энергию кристалла. В то же время магнитный момент единицы объема $\vec{M} = \int [\vec{r} \times \vec{j}] dV / V$ может отличаться от нуля; тогда кристалл обладает макроскопическим магнитным моментом и является ферромагнетиком. Если же плотность макроскопического тока не равна нулю тождественно, но $\vec{M} = 0$, то такое тело называется антиферромагнитным. В диа- и парамагнетиках $\vec{j} = 0$, т.е. все магнитные моменты беспорядочно меняют свою ориентацию с течением времени. В ферромагнетиках каждая элементарная ячейка отлична от нуля магнитный момент. В антиферромагнетиках средние магнитные моменты, неравные нулю, в пределах каждой ячейки взаимно компенсируются.

§ 5. Группы магнитной симметрии

Симметрия магнитоупорядоченного кристалла характеризуется совокупностью преобразований симметрии, совмещающих кристалл с самим собой и образующих группу симметрии данного кристалла (в математическом смысле). К таким преобразованиям симметрии, называемым операциями симметрии, относятся обычные элементы симметрии — повороты, зеркальные отражения в плоскости и трансляции. Как мы уже выяснили, хотя кристалл, обладающий магнитной структурой и не может обладать элементом симметрии I' самим по себе, он может иметь его в сочетании с другими (пространственными) элементами симметрии. Учет операции инверсии времени I' приводит к увеличению числа пространственных групп симметрии кристаллов до 1651. Из них 230 групп содержат операцию I' как элемент симметрии. Их будем, по Шубникову, называть нейтральными и обозначать $\Phi I'$. Эти группы описывают обычные немагнитные кристаллы. Далее, 1191 группа содержит операцию I' только в комбинациях с другими элементами симметрии. Эти группы обозначаются Φ' и называются пространственными группами смешанной полярности. Наконец, имеются еще 230 групп Φ , вообще не содержащих элемента I и называемых полярными. Все 1651 пространственную группу магнитной симметрии вывели Заморзаев и независимо Белов, Неронова и Смирнов. Они оказались изоморфными шубниковским пространственным группам антисимметрии [3,4].

Наряду с пространственными мы будем рассматривать также так называемые точечные группы симметрии, которые можно получить из пространственных групп, если в последних считать все трансляции тождественными преобразованиями, а винтовые оси и плоскости скольжения как простые оси и плоскости симметрии. Получающиеся точечные группы симметрии будем называть точечными классами магнитной симметрии [4]. Точечными они называются потому, что входящие в них операции симметрии оставляют неподвижной хотя бы одну точку пространства (начало координат).

При изучении интересующих нас макроскопических физических свойств кристалла может рассматриваться как однородная сплошная среда, поэтому при данном подходе следует считать физически бесконечно малыми размеры элементарной ячейки решетки,

т.е. входящие в пространственную группу симметрии кристалла трансляции. Отсюда вытекает важный вывод о том, что симметрия макроскопических свойств кристалла определяется не пространственной, а его точечной группой симметрии. В более общей формулировке этот принцип известен как принцип Неймана [4]: "Элементы симметрии любого физического свойства кристалла должны включать элементы симметрии точечной группы симметрии кристалла".

Точечные классы магнитной симметрии могут иметь следующие операции симметрии: $I, \bar{I}, I', \bar{I}', 2, 2', 3, \bar{3}, 3', \bar{3}', 4, \bar{4}, 4', \bar{4}', 6, 6', \bar{6}, \bar{6}', m, m'$. Здесь используются международные обозначения. Штрих при символе операции симметрии означает, что данное преобразование является антиоперацией, т.е. данная операция может быть элементом симметрии кристалла только в совокупности с преобразованием инверсии времени I' . 230 полярных, 230 нейтральных и 1191 пространственной группе смешанной полярности соответствует 32 полярные, 32 нейтральные и 58 классов магнитной симметрии смешанной полярности. Все 90 точечных магнитных классов были впервые выведены Талгером и Зайцевым. Оказалось, что они изоморфны шубниковским точечным группам антисимметрии. Таким образом, имеется 32 немагнитные и 90 магнитных точечных классов магнитной симметрии. Международные обозначения кристаллографических классов магнитной симметрии определяются следующим образом [4]: 1) обозначения класса смешанной полярности отличаются от обозначения соответствующего ему кристаллографического немагнитного класса тем, что упомянутые выше антиоперации отмечаются штрихом, например $2'/m$ означает, что определяющими данный магнитный класс является плоскость симметрии m и перпендикулярная ей антиось второго порядка $2'$; 2) полярные и нейтральные классы обозначаются точно так же, как им соответствующие обычные кристаллографические классы, состоящие из тех же преобразований, причем к символам нейтральных классов добавляется I' , например mmm , $mmmI'$. На нейтральность класса указывает также наличие в символе знака $\bar{3}$: так, вместо $m\bar{3}mI'$ и $\bar{4}3mI'$ можно писать $m\bar{3}'m$ и $\bar{4}3'm$. (Отметим, что наряду с международными обозначениями точечных и пространственных групп магнитной симметрии применяются и введенные Шубниковым).

Кроме кристаллографических, характеризующих симметрию кристаллов, существуют также предельные группы симметрии. Это группы, содержащие дополнительно оси симметрии бесконечного порядка ∞ . Предельные группы могут использоваться для описания симметрии некристаллических сред, а также физических полей. Имеется 21 предельная группа магнитной симметрии, из них 7 групп, характеризующих немагнитные среды. Векторы напряженности электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей имеют соответственно симметрию неподвижного конуса и вращающегося цилиндра и описываются предельными группами $\infty/m1'$ и ∞/mm' . Теория симметрии магнитоупорядоченных кристаллов, обладающих сложными, геликоидальными и другими неоднородными пространственными структурами, впервые предложена В.Е. Найшем и И.Е. Дзялошинским, интенсивно развивается в настоящее время [3,4].

§6. Симметрия тензоров в магнитной кристаллофизике

Для описания физических свойств кристаллов широко используются тензоры разных рангов. Преобразование вектора \vec{a} при переходе от одного ортонормированного кристаллофизического базиса \vec{e}_k к другому $\vec{e}'_k = c_{ik} \vec{e}_k$ осуществляется с помощью ортогональной матрицы поворота системы координат

$$c_{ik} : \vec{a}'_i = c_{ik} \vec{a}_k \quad (6.1)$$

Дадим определение: набор 3^n величин $d_{ij...p}$, преобразующихся при переходе к новой системе координат как произведения компонент n векторов

$$d_{i_1 n_1' i_2 n_2' \dots i_p n_p'} = c_{m_1 i_1} c_{n_1' m_1} \dots c_{m_p i_p} c_{n_p' m_p} d_{i_1 j_1 \dots i_p j_p} \quad (6.2)$$

называются компонентами полярного тензора n -го ранга. Компоненты же аксиального тензора при переходе к новым координатам преобразуются так, как и компоненты полярного тензора, но дополнительно изменяют знак при переходе от правой к левой (или наоборот) системе координат. Тензоры первого ранга называются векторами, нулевого — скалярами. В кристаллофизике

сред с магнитной структурой будем различать, по Бирсу [5], c и \hat{c} - тензоры: \hat{c} - тензор инвариантен относительно операции инверсии времени $\bar{1}$, а компоненты c - тензора, наоборот, меняют знак при таком преобразовании. С этой точки зрения вектор напряженности электрического поля \vec{E} является полярным \hat{c} - тензором первого ранга, т.е. он меняет знак при операциях пространственной - $\bar{1}$ и инвариантен относительно временной $\bar{1}$ инверсии. Аксиальный c - тензор первого ранга магнитного поля \vec{H} , наоборот, меняет знак при временной - $\bar{1}$ и инвариантен относительно пространственной инверсии $\bar{1}$. Теория магнитной симметрии позволила объяснить или предсказать ряд новых физических свойств, возможных в кристаллах с магнитной структурой. К ним относятся, в частности, необходимые условия существования макроскопического магнитного момента, пьезомагнитного и магнитоэлектрического эффектов. Из принципа Неймана вытекает, что макроскопическую намагниченность могут иметь лишь кристаллы, класс магнитной симметрии которых допускает существование аксиального c - тензора магнитного момента \vec{M} . Расчеты показывают, что в 31 из 90 магнитных классов не запрещается наличие макроскопической намагниченности, т.е. кристаллы классов $1, \bar{1}, 2, 2', m, m', 2/m, 2'/m', 22'2', m'm'2, m'm'2', mm'm', 4, \bar{4}, 42'2', 4m'm', 4/m, 42'm', 4/mm'm', 3, \bar{3}, 32, 3m', \bar{3}m', 6, \bar{6}, 62'2', 6m'm', 6/m, \bar{6}m'2, 6/mm'm'$ могут быть ферромагнетиками.

Пьезомагнитным эффектом называют изменение (или возникновение) макроскопического магнитного момента \vec{M} при деформации кристалла

$$M_i = d_{ijk} u_{jk} \quad (6.3)$$

где u_{jk} - компоненты полярного \hat{c} - тензора деформаций. Поскольку \vec{M} - аксиальный c - вектор, то тензор d , описывающий пьезомагнетизм, является аксиальным c - тензором третьего ранга. Поэтому, как впервые выяснил Дзялошинский (ЖЭТФ, 1957, т.33, 807), пьезомагнетизм возможен лишь в кристаллах с магнитной структурой. Найдено, что тензор пьезомагнетизма d может иметь отличные от нуля компоненты в 66 из 90 магнитных классов [3]. Пьезомагнитный эффект экспе-

риментально наблюдался впервые А.С. Боровиковым-Романовым в 1960 г. в кристаллах CoF_2 и MnF_2 , симметрия которых $4' / m m' m'$.

Магнитоэлектрическим эффектом называют изменение (или всякое изменение), макроскопического магнитного момента \vec{M} , пропорционального приложенному электрическому полю \vec{E} . Он описывается несимметричным аксиальным ϵ -тензором второго ранга Q :

$$M_i = Q_{ij} E_j \quad (6.4)$$

Компоненты тензора Q меняют знак при операциях $\bar{1}'$ и $\bar{1}$. Как показывают расчеты, магнитоэлектрический эффект может иметь место в 58 магнитных классах [4]. Он впервые экспериментально наблюдался Д.Н. Астровым в кристалле Ce_2O_3 (магнитный класс $\bar{3}' m'$). Отметим, что если в кристаллофизике то или иное явление не запрещается, то это вовсе не значит, что оно в действительности имеет место. Для существования явления необходимо также наличие соответствующего физического механизма.

ГЛАВА II. ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

§ 7. Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости и материальные уравнения связи

Материальные уравнения линейной электродинамики для плоских монохроматических электромагнитных волн [3]

$$\vec{D}(\omega, \vec{k}) = \hat{\epsilon}(\omega, \vec{k}) \vec{E}(\omega, \vec{k}), \quad (7.1)$$

$$\vec{B}(\omega, \vec{k}) = \hat{\mu}(\omega, \vec{k}) \vec{H}(\omega, \vec{k}) \quad (7.1a)$$

можно использовать для описания взаимодействия оптического излучения с магнитоупорядоченными кристаллами. Здесь $\hat{\epsilon}(\omega, \vec{k})$ и $\hat{\mu}(\omega, \vec{k})$ — комплексные фурье-компоненты тензоров диэлектрической и магнитной динамических проницаемостей. Пространственная и временная (частотная) дисперсия среди учитывается зависимость тензоров $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ от волнового вектора \vec{k} световой волны и ее частоты ω . Для статических электрических и магнитных полей тензоры второго ранга $\hat{\epsilon}(0)$ и $\hat{\mu}(0)$ являются всегда симметричными. Напротив, для высокочастотных электромагнитных полей тензоры, как следует из принципа симметрии кинетических коэффициентов $\hat{\epsilon}(\omega)$ и $\hat{\mu}(\omega)$, вообще говоря, несимметричны [3]. При этом всегда существенна временная дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемостей. Часто следует учитывать и пространственную дисперсию, т.е. зависимость характеристик $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ от волнового вектора [3]. Частотная дисперсия тензоров $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ зависит от многих факторов [2]. При $\omega \rightarrow 0$ величины $\hat{\epsilon}(\omega)$ и $\hat{\mu}(\omega)$ стремятся к статическим значениям $\hat{\epsilon}(0)$ и $\hat{\mu}(0)$. При увеличении частоты в область $10^6 + 10^8 \text{ с}^{-1}$ проявляется дисперсия, связанная с механическими резонансами кристалла, характерными среди которых являются резонанс магнитных доменов и магнитных стенок. При дальнейшем повышении частоты до дальнего инфракрасного и радиодиапазонов ($10^{11} + 10^{12} \text{ с}^{-1}$) возбуждаются вращательные переходы отдельных молекулярных групп. В этой же области обычно лежат частоты ферро- и антиферромагнитных резонансов, обусловленные прещесией магнитных моментов во внешних или во внутренних магнитных полях. Такие переходы осуществляется под действием магнитного поля волны и

носят название магнитодипольных. Здесь проявляется сильная дисперсия $\mu(\omega)$. В ближней инфракрасной, видимой и ультрафиолетовой областях спектра ($\omega = 10^{14} + 10^{15} \text{ с}^{-1}$) основной вклад в дисперсию $\epsilon(\omega)$ в магнитных диэлектриках и полупроводниках вносят электродипольные переходы [2]. При достаточно больших частотах процессы поляризации в веществе вообще не успевают происходить, поэтому при $\omega \rightarrow \infty$ $\epsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ стремятся к единице. Диэлектрическая проницаемость $\epsilon(\omega) \rightarrow 1$ для частот ω порядка характерных частот электронных переходов, что соответствует области далекого ультрафиолета и даже мягкого рентгеновского излучения. В отличие от $\epsilon(\omega)$ магнитная проницаемость $\mu(\omega)$ увеличением частоты значительно быстрее стремится к единице.

Ряд проведенных магнитооптических исследований в инфракрасной области спектра, вплоть до оптического диапазона (Кринчик Г.С., Четкин М.В., УЭН, 1969, т.98, с.3) показал, что во многих магнитоупорядоченных кристаллах существует не зависящее от частоты вращение плоскости поляризации световой волны (эффект Фарадея), которое было интерпретировано авторами как вращение, определяемое недиагональными компонентами тензора магнитной проницаемости μ на инфракрасных частотах и являющееся следствием ферромагнитного и обменного резонансов. Так, для иттриевого феррита-граната $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ недиагональные компоненты μ равны $10^{-4} - 10^{-5}$, а отличие диагональных компонент от единицы составляет $10^{-8} - 10^{-10}$.

Для описания распространения плоской монохроматической электромагнитной волны оптического диапазона, согласно [3], обычно достаточно ввести тензор эффективной диэлектрической проницаемости $\epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$, полагая $\mu = 1$, т.е. малый вклад дипольных магнитных переходов включить в тензор $\epsilon^{\text{эфф}}$. Тогда материальные уравнения принимают простейший вид

$$\vec{D}(\omega, \vec{k}) = \epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k}) \vec{E}(\omega, \vec{k}), \quad (7.2)$$

$$\vec{B}(\omega, \vec{k}) = \vec{H}(\omega, \vec{k}) \quad (7.2a)$$

Подчеркнем, что непосредственный физический смысл имеют лишь векторы \vec{D} и \vec{E} . Поэтому \vec{H} в (7.2a) не совпадает с \vec{H} в (7.1a), как и \vec{D} в (7.1) не равно \vec{D} в (7.2).

Последнее обстоятельство связано с тем, что тензор эффективной диэлектрической проницаемости $\epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$ выражается через тензоры $\epsilon(\omega, \vec{k})$ и $\mu(\omega, \vec{k})$, входящие в (7.1), (7.1a), следующим образом:

$$\epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k}) = \epsilon(\omega, \vec{k}) + c \vec{k}^T (\mu(\omega, \vec{k}) - 1) \vec{k} / \omega$$

Введение высокочастотного тензора магнитной проницаемости можно рассматривать как частичный учет пространственной дисперсии второго порядка в тензоре $\epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$; тогда частотно-независимый эффект Фарадея можно объяснить также в рамках одного тензора $\epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$, не прибегая к введению $\mu \neq 1$.

В подходе пространственной дисперсии явление естественной оптической активности можно описать, если учесть, что индукция электрического поля \vec{D} зависит не только от значений \vec{E} в той же точке, но и от поведения \vec{E} в ее окрестности, иначе говоря, принять во внимание нелокальность связи между \vec{D} и \vec{E} . Тогда уравнения (7.2) принимают вид [3]

$$\vec{D}(\omega, \vec{k}) = [\epsilon(\omega) + \gamma(\omega, \vec{k}) \vec{\nabla}] \vec{E}(\omega, \vec{k}), \quad (7.3)$$

$$\vec{B} = \vec{H} \quad (7.3a)$$

где $\gamma(\omega, \vec{k})$ - тензор третьего ранга, $\vec{\nabla} = \partial/\partial \vec{r}$. Фактически мы разложили $\epsilon^{\text{эфф}}(\omega, \vec{k})$ в ряд по волновому вектору \vec{k} и ограничились ввиду слабой зависимости от \vec{k} только двумя членами разложения.

Более общие линейные материальные уравнения для сред с магнитной структурой, описывающие, наряду с оптической активностью, также и магнитоэлектрический эффект, можно записать в виде

$$\vec{D} = \epsilon(\omega, \vec{k}) \vec{E} + \alpha(\omega, \vec{k}) \vec{H} \quad (7.4)$$

$$\vec{B} = \mu(\omega, \vec{k}) \vec{H} + \beta(\omega, \vec{k}) \vec{E} \quad (7.4a)$$

Важно, что они удовлетворяют принципу симметрии кинетических коэффициентов. Можно показать [6, 7], что в прозрачных средах материальные тензоры α и β связаны между собой: $\alpha = \vec{\beta}^*$. В этих же работах [6, 7] изучалась взаимосвязь между подходами, описываемыми уравнениями (7.3), (7.3a) и (7.4),

(7.4а). Возможно также использование и других [7,8] материальных уравнений, получаемых путем пересопределения векторов \vec{H} , \vec{D} и связанных с ними материальных констант среды. Такая ситуация обуславливается тем, что в электродинамике процедура определения тензоров ϵ и μ , а вместе с ними векторов \vec{H} и \vec{D} , всегда неоднозначна [3,6-8]. Это связано [3] с невозможностью однозначного разделения полной плотности тока $\vec{j} = c \operatorname{rot} \vec{M} + \partial \vec{P} / \partial t$ в кристалле на осевую дальнюю составляющую тока $c \operatorname{rot} \vec{M}$, дающую вклад в магнитную проницаемость вещества μ и поляризационный ток $\partial \vec{P} / \partial t$, вносящий вклад в диэлектрическую проницаемость, поскольку в оптическом диапазоне обычно $\partial \vec{P} / \partial t \gg c \operatorname{rot} \vec{M}$, а магнитная проницаемость μ вводится, как известно, соотношением

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} = \mu \vec{H} \quad (7.5)$$

Поэтому выбор материальных уравнений часто осуществляется, исходя из удобства рассмотрения того или иного круга явлений.

§8. Уравнение нормалей

Будем пользоваться материальными уравнениями связи (7.2).

(7.2а) в форме

$$\vec{E} = g^{-1} \vec{D}, \quad \vec{B} = \vec{H} \quad (8.1)$$

пренебрегая влиянием пространственной дисперсии и опуская индекс "ср" при тензоре g^{-1} . Для плоских монохроматических волн уравнения Максвелла принимают вид [7]

$$\vec{m}^x \vec{E} = \vec{H}, \quad \vec{m}^x \vec{H} = -\vec{D}, \quad (8.2)$$

где \vec{m}^x - антисимметричный тензор второго ранга, дуальный вектору рефракции волны $\vec{m} = n \vec{n}$ (n - показатель преломления, \vec{n} - единичный вектор волновой нормали). Выделим в эрмитовом тензоре обратной диэлектрической проницаемости ϵ^{-1} прозрачного магнитоупорядоченного кристалла симметричную χ и антисимметричную (чисто мнимую) части

$$\epsilon^{-1} = \chi + i\tilde{G}^x, \quad \chi = \tilde{\chi}, \quad \tilde{G}^x = -\tilde{G}^x \quad (8.3)$$

где \tilde{G}^x - вектор гирации. Из (8.1), (8.2) получаем волновое уравнение

$$\tau \vec{H} = 0, \quad \tau = 1/n^2 + \vec{n}^x \tilde{G}^{-1} \vec{n}^x \quad (8.4)$$

для вектора напряженности магнитного поля \vec{H} . Уравнение нормалей для вычисления показателей преломления n собственных волн вдоль направления \vec{n} кристалла получаем, полагая равным нулю определитель матрицы τ . Вычисления с помощью инвариантного метода дают [7]

$$1/n^2 + \vec{n}^x (\chi - \chi_0) \vec{n} / n^2 + \vec{n}^x \tilde{\chi} \vec{n} - (n \tilde{G}^x)^2 = 0, \quad (8.5)$$

где χ_0 - след матрицы χ , $\tilde{\chi} = \chi^T / |\chi|$ - матрица, взаимная χ , а $|\chi|$ - ее определитель. Полагая вектор гирации \tilde{G}^x равным нулю в (8.4), имеем волновое уравнение для негиротропного кристалла

$$\tilde{\epsilon} \vec{H} = 0, \quad \tilde{\epsilon} = 1/n^2 + \vec{n}^x \chi \vec{n}^x \quad (8.6)$$

Все величины, относящиеся к нему, будем отмечать значком 0 . Типичные значения компонент тензора χ порядка 0,3, а вектора гирации $\tilde{G}^x \sim 10^{-5} + 10^{-2}$, поэтому влияние гиротропии в математическом плане можно рассматривать как слабое возмущение негиротропного кристалла, описываемого уравнением (8.6). Тем не менее наличие гиротропии ($\tilde{G}^x \neq 0$), как увидим далее, все же приводит к качественно новым физическим закономерностям. Уравнение нормалей (8.5) тогда можно представить в другой форме [3]:

$$(1/n^2 - 1/n_+^2)(1/n^2 - 1/n_-^2) = (n \tilde{G}^x)^2, \quad (8.7)$$

где n_+ , n_- - показатели преломления кристалла без учета гиротропии ($\tilde{G}^x = 0$), являющиеся корнями уравнения $|\tilde{\epsilon}| = 0$. Для дальнейшей конкретизации уравнения (8.5) используем инвариантное представление тензора χ в форме [7]

$$\chi = \alpha + \beta(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1), \quad (8.8)$$

где \vec{e}_1 , \vec{e}_2 - единичные векторы оптических осей. Для одноосного кристалла $\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}$ и (8.8) упрощается [7]

$$\chi = \chi_0 + (\chi_e - \chi_o) \vec{e} \vec{e} \quad (8.9)$$

С учетом (8.6) показатели преломления световых волн магнитоупорядоченного кристалла равны

$$1/n_{\pm}^2 = a + b[\vec{n}\vec{c}_i][\vec{n}\vec{c}_2] \pm (b^2[\vec{n}\vec{c}_i]^2[\vec{n}\vec{c}_2]^2 + (\vec{n}\vec{b})^2)^{1/2}, \quad (8.10)$$

Здесь параметр $b = (\chi_2 - \chi_1)/2$ характеризует анизотропию кристалла. Из (8.10) видно, что гиротропия может только увеличивать двупреломление $\Delta n = n_+ - n_-$ кристалла. В направлении оптических осей $\vec{n} \parallel \vec{c}_i$ гиротропия снимает вырождение по скоростям для собственных волн. Двупреломление в магнитоупорядоченных кристаллах, в отличие от немагнитных, может обратиться в нуль только для частных случаев вдоль оптической оси \vec{c}_i ($i = 1, 2$) при дополнительном условии $\vec{c}_i \vec{b} = 0$. Гиротропия обычно слабо влияет на показатели преломления и двупреломления (во втором порядке) и только вдоль и вблизи оптических осей - в первом порядке.

§9. Поляризация световых волн в прозрачных магнитоупорядоченных кристаллах

Перейдем к исследованию собственных (плоских монохроматических) волн для заданного направления нормали \vec{n} в кристалле. Рассмотрим сначала некоторые соотношения для векторов \vec{H} , \vec{D} , \vec{E} изонормальных волн, соответствующих двум различным показателям преломления n_+ и n_- . Так как \vec{H}_+ и \vec{H}_- являются собственными векторами ормивой матрицы $\vec{n} \times \vec{b} \times \vec{n} \times$ с различными собственными значениями $(-1/n_+^2)$ и $(-1/n_-^2)$, то они ортогональны, т.е. $\vec{H}_+ \vec{H}_-^* = 0$. Используя теперь уравнения (8.1) - (8.3), можно получить следующие соотношения ортогональности:

$$\vec{D}_+ \parallel \vec{H}_+, \quad \vec{H}_+ \parallel [\vec{n} \vec{H}_+^*], \quad \vec{D}_+ \vec{D}_+^* = \vec{E}_+ \vec{D}_+^* = 0 \quad (9.1)$$

Поскольку в (8.4) $\vec{c}_i \neq 0$, то \vec{c} является диадой [7]

$$\vec{c} = \vec{n} \vec{A} \quad (9.2)$$

где \vec{A} - некоторый вектор. Из (8.4) следует

$$\vec{c} = \vec{n} \vec{b} \vec{n} \cdot \vec{n} \times \vec{n} \times - \vec{n} \times \vec{b} \cdot \vec{n} \times \vec{n} \quad (9.2a)$$

Умножая (9.2a) справа на произвольный вектор \vec{d} ($\vec{n} \vec{d} = 0$) с учетом (9.2) и (8.5), получим

$$\vec{H}_+ \parallel ([\vec{n}, (\chi_1 - 1/n_+^2)[\vec{n}\vec{d}]] - i\vec{n}\vec{b}[\vec{n}\vec{d}]) \quad (9.3)$$

Если правая часть (9.3) обращается в нуль, то это означает, что \vec{d} является искомым вектором, т.е. $\vec{d} \parallel \vec{H}_+$. Выражение (9.3) можно преобразовать и записать в другом виде, более удобном для анализа, полагая $\vec{d} = \vec{H}_+$:

$$\vec{H}_+ \parallel (\vec{H}_+ \pm i\chi[\vec{n} \vec{H}_+]), \quad (9.4)$$

$$\chi = \vec{n}\vec{b} / (1/n_+^2 - 1/n_-^2) \quad (9.4a)$$

где \vec{H}_+ и \vec{H}_- - векторы напряженности магнитного поля и показатели преломления линейно поляризованных изонормальных волн в отсутствие гиротропии ($\vec{b} = 0$). Соотношения (9.4), (9.4a) задают в явном виде направления большой \vec{H}_+ и малой $[\vec{n} \vec{H}_+]$ осей эллипса поляризации векторов \vec{H}_+ , а также их отношение - эллиптичность χ . Векторы \vec{H}_+ можно представить также в инвариантной форме [7]

$$\vec{H}_\pm = [\vec{n}\vec{c}_i]([\vec{n}\vec{c}_2]^2)^{1/2} \pm [\vec{n}\vec{c}_2][[\vec{n}\vec{c}_i]^2]^{1/2} \quad (9.5)$$

для двуосных и $\vec{H}_+ = [\vec{n}\vec{c}_1]$; $\vec{H}_- = [\vec{n}[\vec{n}\vec{c}_1]]$ (9.5a)

для одноосных кристаллов. Выражение (9.4a) для эллиптичности χ , как нетрудно показать, эквивалентно соответствующему выражению в [3].

Введем угол соотношением

$$\operatorname{tg} 2\varphi = 2\vec{n}\vec{b} / (1/n_+^2 - 1/n_-^2), \quad |\varphi| \leq \pi/4 \quad (9.6)$$

тогда формулу (9.4a) можно записать в краткой форме

$$\chi = \operatorname{tg} \varphi \quad (9.7)$$

Если использовать аксиальное представление тензора (8.8), то

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \vec{n}\vec{b} / \{b([\vec{n}\vec{c}_i]^2[\vec{n}\vec{c}_2]^2)^{1/2}\} \quad (9.8)$$

и при $|\operatorname{tg} 2\varphi| < 1$, т.е. для направлений в кристалле, достаточно удаленных от оптических осей, получаем простое выражение для эллиптичности

$$\gamma \approx \varphi \approx \vec{n} \vec{b} / \{ \mu b [\vec{n} \vec{c}_1]^2 [\vec{n} \vec{c}_2]^2 \}^{1/2}$$

Формулы (9.3) - (9.8) дают общие выражения для поляризации плоских электромагнитных волн, которые справедливы как для одноосных, так и для двуосных кристаллов. Из (9.4), (9.4а) вытекает, что векторы магнитного поля описывают (в противоположных направлениях) эллипсы с одинаковым отношением осей и лежащие в одной плоскости, причем главные оси эллипсов взаимно ортогональны [3]. Таким образом, в прозрачных кристаллах с магнитной структурой собственные волны (по вектору \vec{H}) эллиптически поляризованы. Вдоль направлений в кристалле, перпендикулярных вектору гирации \vec{b} (или намагниченности), волны становятся линейно поляризованными, а вдоль оптических осей*, как следует из (9.6), превращаются в циркулярно поляризованные, распространяющиеся с различными скоростями

$$1/n_{\pm}^2 = a \pm \vec{n} \vec{b} = 1/n^2 \pm \vec{n} \vec{b} \quad (9.9)$$

Поляризацию остальных векторов поля нетрудно рассчитать по формулам

$$\vec{D}_{\pm} \parallel \vec{H}_{\pm}^*, \quad \vec{E}_{\pm} = (\gamma + i\vec{b} \vec{r}) \vec{D}_{\pm} \quad (9.10)$$

§ 10. Поляризация световых волн в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах

В поглощающих кристаллах по сравнению с прозрачными все величины, характеризующие поляризационные характеристики волн, становятся, как правило, комплексными и расчеты укладываются. Тем не менее нетрудно провести обобщение полученных результатов в § 9 на случай поглощающих сред. Будем исходить, как и ранее, из материальных уравнений вида (8.1) и уравнений Максвелла (8.2). Наличие поглощения феноменологически можно учесть, введя комплексный неэрмитов тензор обратной

* Произвольная поляризация собственных волн может быть только вдоль оптической оси \vec{c}_i , удовлетворяющей условию $\vec{c}_i \vec{b} = 0$. При этом $\vec{c} = 0$.

диэлектрической проницаемости

$$\vec{\epsilon}^{-1} = \gamma + i\vec{b} \vec{r} \quad (10.1)$$

где симметричный тензор γ и вектор гирации \vec{b} будут уже комплексными. Тогда все соотношения (8.1) - (8.10) формально остаются в силе и для поглощающих магнитоупорядоченных кристаллов, только показатели преломления n_{\pm} , n_x собственных волн, параметры a , b , \vec{c}_1 , \vec{c}_2 двуосных или γ_0 , γ_c одноосных сред, характеризующие тензор γ , становятся комплексными. Как известно, смысл комплексного показателя преломления $n = n_1 + i n_2$ заключается в том, что его действительная n_1 часть характеризует фазовую скорость волны, а мнимая - поглощение. Из физических соображений следует, что при численных расчетах из четырех значений показателей преломления уравнения нормалей (8.5) для заданного направления нормали \vec{n} следует выбирать те, которые удовлетворяют волновому уравнению (8.4) и имеют положительную действительную часть n_1 . Выражения для поляризации (9.3) - (9.5) при наличии поглощения также подходят. Отличие от прозрачных сред состоит в том, что здесь уже комплексный параметр γ не является эллиптичностью, а линейные ($[\vec{H}_{\pm} \vec{H}_{\pm}^*] = 0$) векторы \vec{H}_{\pm} (9.5), (9.5а), характеризующие поляризацию прозрачного гиротропного кристалла, для кристаллов низших сингоний при учете поглощения сами становятся комплексными (эллиптическими), хотя по-прежнему $\vec{H}_{\pm} \vec{H}_{\pm} = 0$ [7]. Известно [3], что в поглощающих негиротропных кристаллах две изонормальные однородные волны поляризованы, вообще говоря, эллиптически и имеют взаимно перпендикулярные эллипсы поляризации с одинаковым отношением полуосей и направлением вращения, поэтому \vec{H}_{\pm} можно представить в такой форме:

$$\vec{H}_{\pm} = \vec{h}_{\pm} \pm i \gamma \vec{h}_{\mp} \quad (10.2)$$

где γ_0 - эллиптичность волн, а \vec{h}_{\pm} - ортонормированные векторы полуосей эллипсов поляризации, удовлетворяющие условиям $\vec{h}_i \vec{h}_j = \delta_{ij}$, $[\vec{n} \vec{h}_{\pm}] = \pm h_{\mp}$. Выделим в (9.4) векторы \vec{h}_{\pm} (базисные направления в фазовой плоскости волн) явным образом

$$\vec{H}_{\pm} \sim (\vec{H}_{\pm}^0 \pm \alpha_{\pm} \vec{h}_{\pm}^0), \quad (10.3)$$

$$\alpha_{\pm} = i(\varphi_{\pm} \pm \varphi_0) / (1 \pm \gamma \varphi_0) \quad (10.3a)$$

откуда вытекает, что в общем случае в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах, в отличие от прозрачных, направления главных полуосей эллипсов поляризации векторов \vec{H}_{\pm} не ортогональны, а эллиптичности их различны. Найдем их. Для расчета поляризации собственных волн \vec{H}_{\pm} удобно ввести комплексные углы δ_0 и $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ следующим образом:

$$\varphi_0 = \pm h \delta_0, \quad \gamma = \pm h \alpha \quad (10.4)$$

тогда

$$\alpha = i \pm h [\delta \pm \delta_0] \quad (10.5)$$

Из (10.3) следует, что главные оси эллипсов поляризации собственных волн \vec{H}_{\pm} поглощающего магнитоупорядоченного кристалла повернуты на равные и противоположные углы φ_{\pm} относительно базисных направлений \vec{H}_{\pm}^0 и \vec{h}_{\pm}^0 , а эллиптичности их φ_{\pm} различны

$$\varphi_{\pm} = \pm \alpha_i, \quad (10.6)$$

$$\gamma_{\pm} = \pm h (\alpha_r \pm \delta_0) \quad (10.7)$$

Для поглощающих магнитоупорядоченных кристаллов средних сингоний коэффициент $\alpha_0 = 0$. Это означает, что в таких средах эллипсы обеих изонормальных волн подобны, направления обхода их противоположны, а меньший угол между главными полуосями эллипсов равен $(90 - 2\alpha_2)$. Второй предельный случай, когда $\alpha_1 = 0$, реализуется, в частности, при $\vec{h} \vec{b} = 0$. При этом обе волны поляризованы как в поглощающем негиротропном кристалле, т.е. главные оси эллипсов поляризации ортогональны, а направления их вращения одинаковы.

Направления вращения эллипсов поляризации в общем случае характеризуются знаками выражений (10.7). При $\alpha_1^2 < \alpha_0^2$ имеет вращения в одном направлении, при $\alpha_1^2 > \alpha_0^2$ - в противоположных. Когда $\alpha_1^2 = \alpha_0^2$, то одна из волн становится линейно поляризованной, а вторая по-прежнему остается эл-

липтической.

§ II. Сингулярные направления

В отличие от изотропных сред вдоль заданного направления нормали \vec{n} , как следует из уравнения нормалей (8.5), могут, как правило, распространяться две изонормальные волны с разными показателями преломления. Однако в кристаллах возможны также направления, вдоль которых исчезает дупреломление ($\Delta n = n_+ - n_-$) собственных волн. Такие направления будем называть сингулярными или оптическими осями. В прозрачных немагнитных кристаллах всегда имеются изотропные оптические оси, т.е. направления, вдоль которых дупреломление равно нулю и может распространяться световая волна произвольной поляризации. Изотропные оси характеризуются линейными векторами \vec{e}_1 , \vec{e}_2 для двуосных либо вектором \vec{e} для одноосных кристаллов [7]. В поглощающих же кристаллах возможно наличие сингулярных направлений другого типа, вдоль которых обе собственные волны вырождаются в одну с определенной поляризацией. Федоров развил инвариантную теорию оптических свойств поглощающих немагнитных кристаллов и нашел общее условие оптических осей для негиротропных сред [7]

$$[\vec{n} \vec{e}_1]^2 [\vec{n} \vec{e}_2]^2 = 0 \quad (11.1)$$

Эллиптическому, т.е. удовлетворяющему определению $[\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{n}] \neq 0$ вектору \vec{e}_1 , отвечает в кристалле два сингулярные направления - круговые оси, вдоль которых собственная волна поляризована по кругу, т.е. $\vec{H}^2 = 0$. Круговому вектору соответствует одна круговая ось, линейному - одна изотропная. (Эти же правила относятся и к вектору \vec{e}_2). В негиротропных кристаллах могут быть только изотропные и круговые оси [7]. Несимметричность тензора диэлектрической проницаемости, т.е. наличие магнитной гиротропии в магнитоупорядоченных кристаллах, приводит к появлению новых особенностей в закономерностях распространения световых волн в таких средах, в том числе и в отношении сингулярных оптических осей. Расчеты показывают, что в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах, наряду с изотропными и круговыми, воз-

можно также эллиптические и линейные оси. При выполнении условий

$$\vec{n}\vec{G} = \pm i b ([\vec{n}\vec{c}_1]^2 [\vec{n}\vec{c}_2]^2)^{1/4} \neq 0 \quad (II.2)$$

как можно показать, дупреломление также обращается в нуль, обе собственные световые волны вырождаются в одну, эллиптически (или линейно) поляризованную. Эллиптичность последней равна эллиптичности $\neq 0$ собственных волн соответствующего негиротропного кристалла (10.2). Кonus четвертого порядка (II.2), описывающий эллиптические и линейные оси, при определенных соотношениях между параметрами кристалла может иметь решения. В качестве примера рассмотрим поглощающий магнитоупорядоченный кристалл средней сингонии, описываемый тензором ϵ^{-1} вида

$$\epsilon^{-1} = \chi_0 + (\chi_e - \chi_0) \vec{c}\vec{c} + i b \vec{c}\vec{x} \quad (II.3)$$

для которого конус сингулярных осей (II.2) становится круговым

$$\cos \theta = (\rho^2 + 1)^{1/2} - 101, \quad \rho = b' / (\chi_0' - \chi_e') = b'' / (\chi_e' - \chi_0') \quad (II.4)$$

Здесь штрихами помечены действительные и мнимые части величин ($b = b' + i b''$, $\chi_0 = \chi_0' + i \chi_0''$). Действительно, анализ экспериментальных данных по дисперсии параметров b , χ_e , χ_0 для кристалла марганцевого феррита показал, что на длине волны $\lambda = 0,457$ мкм эти параметры удовлетворяют условию (II.4), т.е. в этом случае существует круговой конус (II.4) линейных оптических осей.

Круговые оптические оси в поглощающих гиротропных кристаллах определяются теми же условиями, как и в негиротропных [7]. Изотропные оптические оси в поглощающих, как и в прозрачных магнитоупорядоченных кристаллах, могут быть только вдоль направлений линейных векторов \vec{c}_i кристалла, удовлетворяющих дополнительному условию $\vec{c}_i \vec{G} = 0$.

Таким образом, в поглощающих кристаллах с магнитной структурой возможно существование целых конусов сингулярных направлений, соответствующих только одной однородной возбуждаемой волне с произвольной или фиксированной поляризацией. При этом в кристаллах средних сингоний могут быть изотропные и линейные оси, а в средах низших сингоний - изот-

ропные, линейные, круговые и эллиптические оси.

Переход от любого направления в кристалле, соответствующего двум различным собственным волнам \vec{H}_{\pm} , к сингулярному с фиксированной поляризацией можно выполнить непрерывным путем. При этом одно решение уравнений Максвелла не может скачком исчезнуть. И действительно, вдоль круговой оптической оси может возникнуть и другая волна, так называемая волна Фойгта, векторная амплитуда которой зависит от расстояния и имеет вид $\vec{H} = (f_1 + f_2 \tau) e^{-i\tau}$, где $\tau = k \vec{m} \vec{z}$, $k = \omega/c$, а f_1 и f_2 - некоторые постоянные векторы [7]. При наклонном падении света на поглощающий немагнитный кристалл вдоль круговой оси может возбуждаться более сложная неоднородная волна следующего вида [7] $\vec{H} = (f_1 + f_2 \tau) e^{-i\tau}$, где $\tau = k \vec{q} \vec{z}$, \vec{q} - нормаль к границе раздела.

Вдоль эллиптических или линейных сингулярных направлений, как и вдоль круговых осей, могут также, наряду с собственной однородной волной, распространяться волны типа Фойгта.

§ 12. Распространение света в неограниченной среде.

Матрицы Джонса

Как уже отмечалось, вдоль определенного направления могут возбуждаться в общем случае две собственные плоские монохроматические волны с векторными амплитудами \vec{H}_{\pm} , поэтому вектор напряженности магнитного поля суммарной световой волны \vec{H} внутри кристалла можно представить в виде суперпозиции собственных волн \vec{H}_{\pm} с разными амплитудами a_{\pm} :

$$\vec{H}(z) = a_+ \vec{H}_+ + a_- \vec{H}_- \quad (12.1)$$

По мере распространения электромагнитного излучения каждая собственная волна \vec{H}_{\pm} приобретает свой набег фазы

$$\varphi_{\pm} = \omega \vec{n} \vec{z} \cdot \vec{n}_{\pm} / c, \quad (12.2)$$

поэтому на расстоянии z вдоль нормали \vec{n} вектор $\vec{H}(z)$ общей световой волны равен

$$\vec{H}(z) = a_+ e^{i\varphi_+} \vec{H}_+ + a_- e^{i\varphi_-} \vec{H}_- \quad (12.3)$$

Выразим $\vec{H}(\epsilon)$ через $\vec{H}(0)$. Поскольку по мере распространения света в среде осуществляется линейное преобразование его поляризации, то нетрудно видеть, что

$$\vec{H}(\epsilon) = \hat{D} \vec{H}(0) = (\rho_+ e^{i\varphi_+} + \rho_- e^{i\varphi_-}) \vec{H}(0) \quad (12.4)$$

Здесь через ρ_{\pm} обозначены тензоры-диады

$$\rho_{\pm} = (\vec{H}_{\pm} [\vec{n} \vec{H}_{\pm}]) / (\vec{n} [\vec{H}_{\pm} \vec{H}_{\pm}]), \quad (12.5)$$

обладающие следующими свойствами

$$\rho_{\pm}^2 = \rho_{\pm}; \quad (\rho_{\pm})_{\perp} = I, \quad \rho_+ \rho_- = 0, \quad \rho_+ + \rho_- = -\vec{n}^* \vec{n}^* = -I \quad (12.6)$$

и характеризующие поляризацию собственных волн для заданного направления нормали \vec{n} . Поляризации векторов \vec{H}_{\pm} нетрудно вычислить, например, по формулам (9.3) или (9.4).

Используя теорему Сильвестра, диады ρ_{\pm} можно выразить также непосредственно через тензор обратной диэлектрической проницаемости

$$\rho_{\pm} = \vec{n}^* (\vec{n}_{\pm}^2 + \epsilon^2) \vec{n}^* / (n_{\pm}^2 - n_{\mp}^2), \quad (12.7)$$

тогда тензор \hat{D} , определяющий трансформацию поляризации света по мере его распространения в кристалле, принимает следующий вид (Барковский Л.М., Опт. и спектр., 1979, т.46, с.938).

$$\hat{D} = e^{i\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2}} \left[I \cos \Delta + i \frac{\vec{n}^* (n_+^2 - n_-^2 - 2\epsilon^2) \vec{n}^*}{n_+^2 - n_-^2} \sin \Delta \right] \quad (12.8)$$

где сдвиг фаз, приобретаемый собственными изонормальными волнами \vec{H}_{\pm} на расстоянии ϵ , есть

$$2\Delta = \varphi_+ - \varphi_- = 2\pi(n_+ - n_-)\epsilon/\lambda \quad (12.9)$$

Инвариантные выражения (12.4) - (12.9) позволяют рассчитать эволюцию эллипса поляризации света при прохождении его через прозрачный или поглощающий магнитоупорядоченный кристалл в произвольном направлении.

Часто выбирают определенную систему координат таким образом, чтобы ось z была направлена вдоль нормали \vec{n} , а

оси x и y лежали в фазовой плоскости волны. Тогда уравнение (12.4) можно записать в матричной форме $H_j = D_{ij} H_j$ ($i, j = 1, 2$), т.е.

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}_{z=\epsilon} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}_{z=0} \quad (12.10)$$

двумерный вектор (H_x, H_y) называется вектором Джонса, а 2×2 -матрица D_{ij} , описывающая его преобразование, - матрицей Джонса. Например, для прозрачного магнитоупорядоченного кристалла при ориентации осей x и y вдоль главных осей эллипсов поляризации собственных волн \vec{H}_{\pm} матрица Джонса D_{ij} имеет следующий вид:

$$D_{ij} = e^{i\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2}} \begin{pmatrix} \cos \Delta - i \cos \varphi \sin \Delta & -i \sin \varphi \sin \Delta \\ i \sin \varphi \sin \Delta & \cos \Delta + i \cos \varphi \sin \Delta \end{pmatrix}, \quad (12.11)$$

где параметр φ в соответствии с (9.7) характеризует эллиптичность собственных волн.

Если для вектора напряженности магнитного поля световой волны $\vec{H}(\epsilon)$ ввести комплексный параметр

$$\alpha = H_y / H_x, \quad (12.12)$$

то можно воспользоваться следующими выражениями [7] для вычисления эллиптичности

$$\sin 2\eta = i(\alpha - \alpha^*) / (1 + |\alpha|^2) \quad (12.13)$$

и азимутов ψ главных осей эллипса поляризации вектора \vec{H} , прошедшего через кристалл света относительно оси x :

$$\tan 2\psi = (\alpha + \alpha^*) / (1 - |\alpha|^2) \quad (12.14)$$

Эллиптичность прошедшего света на расстоянии ϵ находится сейчас как $\eta' = \tan^{-1} \dots$. Для конкретизации формул (12.13), (12.14) необходимо задать поляризацию падающей на кристалл волны.

Практически всегда имеет дело с ограниченными средами,

Поэтому следует учитывать отражение и преломление света на границах раздела сред. Для тонких кристаллических пластинок необходимо также учесть влияние интерференционных явлений внутри их. Можно рассчитать матрицы Джонса, описывающие нормальное отражение и пропускание поляризованного излучения через тонкую пластинку из прозрачного или поглощающего магнитоупорядоченного кристалла.

§ 13. Основные оптические и магнитооптические эффекты в кристаллах

Пусть нормально на кристалл падает плоско-поляризованная световая волна с азимутом относительно оси x , характеризующаяся вектором напряженности магнитного поля

$$\vec{H} = H \begin{pmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{pmatrix} \quad (13.1)$$

Будем считать, что свет идет перпендикулярно вектору гирации \vec{G} прозрачного магнитоупорядоченного кристалла, т.е. $\vec{H} \perp \vec{G}$. Отметим одно важное обстоятельство. Вектор \vec{G} , как и вектор магнитного момента \vec{M} , в соответствии с определением (10.1) является аксиальным c -вектором, поэтому из соображений симметрии вытекает, что в кристалле вектор гирации \vec{G} параллелен вектору результирующей намагниченности кристалла. Собственные волны в рассматриваемом случае линейно поляризованы, поэтому, согласно (9.6), (9.7),

$$\sin \varphi = 0, \quad \cos \varphi = 1 \quad (13.2)$$

Падаящая на кристалл световая волна возбуждает эти две линейно поляризованные волны, распространяющиеся с различными фазовыми скоростями, т.е. характеризующиеся разными показателями преломления n_x . Иначе говоря, имеет место оптический эффект линейного дупреломления $\Delta n = n_x - n_z$. На выходе кристалла сложение двух ортогональных линейно поляризованных волн с различными амплитудами и фазами даст эллиптически поляризованный свет, поляризационные характеристики которого несложно рассчитать по формулам (12.12) и (12.14) с учетом (12.10), (12.11), (13.1), (13.2). Тогда

получаем

$$\sin 2\psi = \sin 2\psi_0 \sin 2\Delta, \quad \operatorname{tg} 2\chi = \operatorname{tg} 2\psi_0 \cos 2\Delta \quad (13.3)$$

Видим, что эллиптичность $\chi = \operatorname{tg} \psi$ и азимут ψ прошедшего света зависят от азимута ψ_0 падающего излучения и являются периодическими нелинейными функциями пройденного пути l .

Линейное дупреломление может вызываться как кристаллографической анизотропией, так и анизотропией, индуцированной возникшей магнитной структурой либо внешними воздействиями, например, магнитным полем. Чисто квадратичный по внешнему магнитному полю магнитооптический эффект линейного дупреломления наблюдался впервые в 1907 г. Коттоном и Мутсоном, а затем более детально теоретически исследовался Фойгтом. Он заключается в возникновении линейного дупреломления в изотропной среде в направлении, перпендикулярном магнитному полю. Линейное дупреломление, обусловленное намагниченностью среды, носит название эффекта Коттона-Мутсона.

Второй предельный случай наблюдается при распространении линейно поляризованного света вдоль оптической оси oz магнитоупорядоченного кристалла. Собственные циркулярно поляризованные волны, удовлетворяющие соотношениям

$$\sin \varphi = \pm 1, \quad \cos \varphi = 0 \quad (13.4)$$

обладают циркулярным дупреломлением, равным, согласно (9.9),

$$\Delta n = -n^3 \vec{H} \cdot \vec{G} \quad (13.5)$$

Азимут ψ_0 при этом можно полагать равным нулю. Из (12.11) непосредственно получаем, что вдоль оптической оси прозрачного магнитоупорядоченного кристалла наблюдается вращение плоскости поляризации поляризованного света, обусловленное проекцией вектора намагниченности на направление распространения света и пропорциональное длине пройденного пути l . Это вращение численно равно половине сдвига фаз Δ , приобретаемого собственными волнами на расстоянии l :

$$\chi = \pm \Delta = \mp \pi \vec{n}^2 \vec{n} \vec{b} e / \lambda$$

(13.6)

При этом свет остается линейно поляризованным. Само явление вращения плоскости поляризации света, обусловленное намагниченностью среды, было открыто Фарадеом в 1845 г. в тяжелом стекле при прохождении поляризованного излучения вдоль внешнего магнитного поля и носит название эффекта Фарадея. Магнитооптические эффекты Фарадея и Коттона-Мутона могут вызываться как спонтанной намагниченностью кристалла, так и намагниченностью, индуцируемой внешним магнитным полем. В немагнитных средах эффект Фарадея всегда линейно зависит от магнитного поля и поэтому значительно сильнее квадратичного эффекта Коттона-Мутона. В средах же, обладающих магнитной структурой, магнитооптические явления проявляются значительно ярче, так как вызываются большими по величине спонтанными магнитными моментами подрешеток. Кроме того, было обнаружено [1,2], что в ряде магнитоупорядоченных кристаллов, в частности в ферритах-гранатах, линейные и квадратичные магнитооптические эффекты примерно одного порядка.

Под эффектом Керра понимают влияние намагниченности вещества на интенсивность и состояние поляризации отраженного света от поверхности намагниченного тела. Он был открыт Керром при исследовании отражения линейно поляризованного света от магнитного железного зеркала в 1876 г. Эффекты Фарадея, Коттона-Мутона и Керра являются классическими магнитооптическими явлениями в постоянном поле, возникающими при взаимодействии электромагнитного излучения с намагниченными телами.

Вдоль произвольного направления гиротропного кристалла, как показывает уравнение нормалей (8.7), вклад в дупреломление вносят как линейное, так и циркулярное дупреломление, обусловленные соответственно симметричной и антисимметричной частями тензора $\hat{\epsilon}^{-1}$. Результирующая световая волна в кристалле $\vec{H}(\epsilon)$, удовлетворяющая принципу суперпозиции и состоящая из двух изонормальных эллиптически поляризованных собственных волн \vec{H}_{\pm} , сложным образом трансформируется

по мере своего движения. Тогда говорят, что имеет место эллиптическое дупреломление Δn . В общем случае амплитуда, форма и ориентация эллипса поляризации суммарной волны $\vec{H}(\epsilon)$ зависят от амплитуд, поляризаций и сдвига фаз между собственными волнами \vec{H}_{\pm} и могут быть также рассчитаны по формулам (12.3), (12.4), (12.12)-(12.14).

Практически интересен вопрос о возможности вращения плоскости поляризации световой волны при одновременном наличии линейного дупреломления, т.е. анизотропии и циркулярного дупреломления. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что фарадеевское вращение в анизотропных средах наблюдается лишь вдоль и вблизи оптических осей, когда циркулярное дупреломление больше линейного. При этом зависимость угла вращения от пути l становится нелинейной. Вдали от оптических осей, когда линейное дупреломление (анизотропия) значительно больше кругового (гиротропии), фарадеевское вращение вообще отсутствует. На выходе кристалла имеют место лишь небольшие периодические качания большой оси эллипса поляризации результирующей волны относительно исходного значения. При этом проявляется также ориентационная зависимость эффекта Фарадея от азимута поляризации падающего излучения.

При наличии поглощения в кристаллах обе собственные волны по мере своего движения имеют различные показатели поглощения. Такое оптическое явление называется дихроизмом. Количественно дупреломление можно измерить действительной, а дихроизм — мнимой частью разности комплексных показателей преломления $\Delta n = n_{+} - n_{-}$. Дихроизм, как и дупреломление, по характеру поляризации собственных волн подразделяют на линейный, циркулярный и эллиптический [7].

§14. Магнитная симметрия и оптические явления в кристаллах

Как отмечалось в § 6, учет магнитной симметрии привел к предсказанию и обнаружению ряда новых физических явлений, таких, например, как слабый ферромагнетизм, пьезомагнетизм, магнитоэлектрический эффект. Магнитная структура делает возможным также существование новых оптических явлений в кри-

талах, не имеющих аналогов в немагнитных средах.

Проведем феноменологическое рассмотрение возможных оптических эффектов в магнитоупорядоченных кристаллах на базе материального уравнения (7.3) [2]

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + (\gamma \nabla) \vec{E}, \quad (14.1)$$

где тензоры ϵ и γ зависят от частоты света. Для плоских монохроматических волн $\sim e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ операция $\nabla \equiv \partial/\partial \vec{r}$ сводится к умножению на $i\vec{k}$ и (14.1) принимает следующий вид:

$$D_i = (\epsilon_{ik} + i \gamma_{ikn} k_n) E_k = \epsilon_{ik}^{эфф} E_k, \quad (14.2)$$

Волновой вектор \vec{k} меняет знак при операции инверсии времени, т.е. является полярным C -вектором. Векторы \vec{D} и \vec{E} также полярные, поэтому компоненты γ_{ikn} образуют полярный i -тензор третьего ранга. В отсутствие поглощения полярный i -тензор второго ранга $\epsilon_{ik}^{эфф}$ является эрмитовым, т.е. его симметричная часть должна быть действительной, а антисимметричная часть — чисто мнимой величиной. Отсюда находим, что в прозрачных кристаллах

$$\epsilon_{ik} = \epsilon_{ik}^s + i \epsilon_{ik}^a, \quad \gamma_{ikn} = \gamma_{ikn}^s + i \gamma_{ikn}^a \quad (14.3)$$

где значками s и a помечены соответственно симметричные и антисимметричные по перестановке индексов i и k части тензоров ϵ и γ .

Если при прямом и обратном прохождении через вещество оптический эффект меняет знак, то он называется обратимым, или взаимным. В противном случае он именуется не взаимным, или необратимым. Симметричная часть тензора ϵ , как мы видели в предыдущем разделе, описывает обратимое линейное дупреломление. Антисимметричная составляющая ϵ_{ik}^a является полярным C -тензором второго ранга, дуальным аксиальному C -вектору гирации \vec{G} и описывает циркулярное дупреломление или эффект Фарадея. Это явление меняет знак при операции инверсии времени и поэтому может иметь место только при приложении внешнего магнитного поля или в

средах с магнитной структурой. Фарадеевское вращение является не взаимным, поскольку при проходе света через среду в прямом и обратном направлениях удваивается. Полярный i -тензор третьего ранга γ_{ikn}^a описывает явление естественной оптической активности, которое, как и эффект Фарадея, проявляется во вращении плоскости поляризации светового луча, но, в отличие от него, носит обратимый характер.

В магнитных кристаллах, допускающих наличие полярного C -тензора третьего ранга γ_{ikn}^s , симметричного по двум индексам, возможно новое, по-видимому, не наблюдавшееся еще явление гиротропного дупреломления, которое, в отличие от обычного линейного дупреломления, обусловленного тензором ϵ_{ik}^s , должно менять знак при изменении направления распространения света на противоположное, а также при перемагничивании образца [2]. Он может быть вызван как квадрупольными переходами, так и магнитоэлектрическими взаимодействиями. Не взаимный оптический эффект линейного дупреломления, аналогичный гиротропному дупреломлению, недавно наблюдался в немагнитных кристаллах во внешнем магнитном поле.

Таблица I
Физический смысл тензоров ϵ и γ

Часть тензора	I	!	!	Оптический эффект
Re ϵ^s	+	+		Линейное обратимое дупреломление
Im ϵ^s	+	+		Линейный обратимый дихроизм
Im ϵ^a	+	-		Не взаимное круговое дупреломление (эффект Фарадея)
Re ϵ^a	+	-		Не взаимный круговой дихроизм
Re γ^a	-	+		Обратимое круговое дупреломление (естественная оптическая активность)
Im γ^a	-	+		Обратимый круговой дихроизм
Im γ^s	-	-		Не взаимное гиротропное дупреломление
Re γ^s	-	-		Не взаимный линейный дихроизм

Примечания: Re и Im — вещественная и мнимая части тензора. Знаки "+" и "-" говорят о сохранении или изменении знака эффекта при преобразованиях инверсии времени I' и пространственной инверсии \mathcal{I} .

Для поглощающих сред ϵ^{eff} содержит также неэрмитову часть, т.е. тензоры ϵ^s , ϵ^a , ρ^a , ρ^s становятся комплексными, причем их действительные части по-прежнему описывают отмеченные нами эффекты линейного и циркулярного дупреломлен.л, а мнимые - соответствующие им оптические эффекты линейного или циркулярного дихроизма (табл. I). (Смоленский Г.А. и др. УФН, 1975, т. II 6, 231). Как видим, число возможных оптических эффектов при возникновении магнитной структуры в немагнитном кристалле возрастает и может удвоиться.

§15. Влияние внешнего магнитного поля на оптические свойства кристаллов

Большой практический интерес представляет изучение влияния разнообразных внешних воздействий на кристаллы с целью управления их оптическими и другими физическими свойствами. Наиболее часто применяются электрические, магнитные поля, поля упругих напряжений и температур.

Рассмотрим влияние внешнего магнитного поля на оптические свойства кристаллов. Используя феноменологический подход, разложим аксиальный c -вектор гирации \vec{b} , характеризующий эффект Фарадея, по степеням компонент вектора напряженности внешнего магнитного поля

$$b_i = b_i^{(0)} + b_i^{(1)} + b_i^{(2)} = b_i^{(0)} + d_{ij} H_j + d_{ijk} H_j H_k + \dots \quad (15.1)$$

Здесь вектор $b^{(0)}$ описывает спонтанный эффект Фарадея, возможный в кристаллах, симметрия которых не запрещает существование макроскопического магнитного момента. Тензор второго ранга d_{ij} характеризует обычный, индуцируемый внешним полем \vec{H} и линейный по полю эффект Фарадея, имеющий место во всех средах.

Аксиальный c -тензор третьего ранга d_{ijk} , симметричный по перестановке индексов j и k , тождественно равен нулю во всех немагнитных кристаллах. Однако в антиферромагнетиках 66 магнитных классов, симметрия которых допускает явление пьезомагнетизма (§ 6), c -тензор d_{ijk} может иметь отличные от нуля компоненты.

Следовательно, в пьезомагнетиках, наряду с обычными

спонтанным и индуцированным линейным по магнитному полю эффектами Фарадея, может наблюдаться новый магнитооптический эффект невязанного вращения плоскости поляризации световой волны с удельным вращением, пропорциональным квадрату приложенного внешнего магнитного поля. Это явление, меняющее знак при перемагничивании кристалла и квадратичное по \vec{H} , можно условно назвать четным эффектом Фарадея. Можно показать, что в антиферромагнетиках классов $m3$ и $m3m'$, к которым принадлежат, в частности, кристаллы диспрозий-алюминиевого граната, четный эффект Фарадея может проявляться в "чистом" виде.

В разложении симметричной части тензора диэлектрической проницаемости ϵ^s по степеням внешнего магнитного поля

$$\epsilon_{ij}^s = \epsilon_{ij}^s + \epsilon_{ijk}^s H_k + \epsilon_{ijc}^s H_k H_c + \dots \quad (15.2)$$

компоненты ϵ_{ij}^s описывают обратимое линейное дупреломление и спонтанный эффект Коттона-Мутона, ϵ_{ijk}^s - индуцированный эффект Коттона-Мутона. Величины же ϵ_{ijc}^s , образующие аксиальный c -тензор третьего ранга, симметричный по перестановкам индексов i и j , характеризуют новый, недавно открытый сначала в кристаллах CoF_2 (Н.Ф. Харченко и др. Писема в ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 351) магнитооптический эффект линейного дупреломления, который, в отличие от эффекта Коттона-Мутсона, линеен по приложенному полю \vec{H} и меняет знак при перемагничивании кристалла. Он, как и четный эффект Фарадея, может наблюдаться лишь в пьезомагнетиках, поскольку симметрия тензоров ϵ_{ijc}^s и d_{ijk} одинакова.

Проведем аналогичное феноменологическое рассмотрение влияния внешнего магнитного поля \vec{H} на естественную оптическую активность. В разложении

$$g_{ijk}^a = g_{ijk}^a + g_{ijkc}^a H_c + g_{ijklm}^a H_c H_m + \dots \quad (15.3)$$

антисимметричного полярного g -тензора третьего ранга g_{ijk}^a , характеризующего естественную оптическую активность, полярный тензор пятого ранга g_{ijklm}^a , симметричный

по индексам (i, m) и антисимметричный - по (i, j) , описывает слабый, квадратичный по внешнему магнитному полю H эффект изменения естественной оптической активности. Это обратимое явление - квадратичная магнитогирация, возможная во всех средах. Напротив, аксиальный ϵ - тензор четвертого ранга, антисимметричный по индексам (i, j) , тождественно равен нулю в кристаллах, имеющих элементы симметрии $\bar{7}$ или $\bar{7}'$. Только в 69 магнитных классах, допускающих явление гиротропного двупреломления, линейная по внешнему магнитному полю магнитогирация может иметь место.

Таким образом, при приложении внешнего магнитного поля в кристаллах могут возникать эффекты вращения плоскости поляризации света, линейные по полю. При этом незваимное вращение - эффект Фарадея - возможен в любых средах. Обратимый же линейный эффект вращения плоскости поляризации - линейная магнитогирация - возможен только в средах с определенной магнитной структурой.

Этот симметричный подход легко распространить и на другие оптические явления. Писаревым проведено [2] феноменологическое рассмотрение возможных оптических эффектов, возникающих в кристаллах при наличии ферромагнитного и антиферромагнитного моментов, постоянного электрического поля и создании в кристаллах деформаций.

ГЛАВА III. ВВЕДЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНУЮ КРИСТАЛЛООПТИКУ

§ 16. Нелинейная поляризация

До создания оптических квантовых генераторов (ОКГ) все задачи распространения электромагнитных волн в средах, как правило, рассматривались в линейном приближении, когда имеет место принцип суперпозиции волн. В этом случае вектор электрической индукции \vec{D} или вектор поляризации среды $\vec{P} = \alpha \vec{E}$, $\alpha = (\epsilon - 1) / 4\pi$ ($\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} = \epsilon \vec{E}$) предполагается пропорциональным напряженности приложенного электрического поля \vec{E} . Степень пригодности линейного приближения определяется в первую очередь величиной напряженности поля световой волны по сравнению с характерными внутренними полями в рассматриваемой среде. Если амплитуда распространяющейся световой волны будет на много порядков меньше напряженности внутриаомного поля, то линейное приближение будет оправданным.

В настоящее время ОКГ могут создавать электрические поля, весьма близкие к полям, связывающим электроны с атомами. В связи с этим зависимость поляризации среды \vec{P} от напряженности электрического поля \vec{E} становится нелинейной, и принцип суперпозиции волн не выполняется.

Для описания оптических эффектов в сильных гармонических полях представим поляризацию кристалла в виде ряда, состоящего из основной части, линейной поляризации $\vec{P}^{(1)}$ и малых нелинейных добавок $\vec{P}^{(k)}$ ($k = 2, 3, 4, \dots$).

$$\vec{P} = \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(2)} + \vec{P}^{(3)} + \dots \quad (16.1)$$

где

$$\begin{aligned} P_i^{(1)}(\omega_1) &= \epsilon_{ik}(\omega_1, \omega_2) E_k(\omega_2) \\ P_i^{(2)}(\omega_1) &= \chi_{ikl}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) E_k(\omega_2) E_l(\omega_3) \\ P_i^{(3)}(\omega_1) &= \chi_{iklm}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) E_k(\omega_2) E_l(\omega_3) E_m(\omega_4), \dots \end{aligned} \quad (16.2)$$

Тензоры ϵ , χ , χ называются соответственно тензорами линейной диэлектрической восприимчивости, квадратичной

восприимчивости и кубичной восприимчивости. Тензор квадратичной восприимчивости определяет квадратичную добавку к поляризации \vec{P} , имеющую частоту ω_1 , возникающую в результате взаимодействия в кристалле двух электромагнитных волн частот ω_2 и ω_3 . Тензор кубичной восприимчивости определяет кубичную добавку к поляризации, имеющую также частоту ω_1 , возникающую под влиянием взаимодействия в кристалле трех электромагнитных волн частот ω_2 , ω_3 и ω_4 . В общем случае тензор χ имеет 27 компонент, а тензор \mathcal{D} - 81. Уменьшение числа составляющих связано с симметрией кристалла. Компоненты этих тензоров не меняются, если одновременно с перестановкой индексов осуществлять и перестановку соответствующих частот

$$\begin{aligned} \chi_{ikl}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= \chi_{ikl}(\omega_1, \omega_3, \omega_2) = \chi_{kil}(\omega_2, \omega_1, \omega_3) = \dots \\ \mathcal{D}_{iklm}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) &= \mathcal{D}_{iklm}(\omega_1, \omega_3, \omega_2, \omega_4) = \\ &= \mathcal{D}_{kilm}(\omega_2, \omega_1, \omega_3, \omega_4) = \mathcal{D}_{kilm}(\omega_3, \omega_2, \omega_1, \omega_4) = \dots \end{aligned} \quad (16.3)$$

Представим напряженности электрических полей $E_k(\omega_2)$ и $E_l(\omega_3)$ в виде

$$\begin{aligned} E_k(\omega_2) &= A_k \cos \omega_2 t \\ E_l(\omega_3) &= A_l \cos(\omega_3 t + \varphi), \end{aligned}$$

где φ - сдвиг фаз между этими полями. Подставляя E_k и E_l в (16.2), имеем для произведения этих полей выражение

$$E_k(\omega_2) E_l(\omega_3) = \frac{1}{2} A_k A_l \{ \cos[(\omega_2 + \omega_3)t + \varphi] + \cos[(\omega_2 - \omega_3)t - \varphi] \}$$

и тогда нелинейная поляризация $P_i^{(2)}$ должна иметь частоту либо $(\omega_2 + \omega_3)$, либо $(\omega_2 - \omega_3)$. Поэтому отличными от нуля будут следующие компоненты тензора $\chi(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$: $\chi(\omega_2 + \omega_3, \omega_2, \omega_3)$ и $\chi(\omega_2 - \omega_3, \omega_2, \omega_3)$. Если через кристалл проходит интенсивная волна частоты $\omega = \omega_2 = \omega_3$, то отличными от нуля будут компоненты: $\chi(\omega, \omega, \omega)$ и $\chi(0, \omega, \omega)$. Это означает, что может возникнуть квадратичная поляризация на удвоенной частоте или поляризация, постоянная во времени и в пространстве.

Как видно из (16.2), тензор квадратичной восприимчивости

χ равен нулю для всех кристаллов, имеющих центр инверсии. Среди 32 классов симметрии 20 классов не имеют центра инверсии. Кристаллы, принадлежащие к этим 20 классам, известны как пьезоэлектрические. В то же время наличие пьезоэлектричества и способности возбуждать нелинейную квадратичную поляризацию у нецентросимметричных кристаллов не означает, что эти оба эффекта имеют общий механизм. Механизм пьезоэлектрического явления носит ионный характер, тогда как генерация второй оптической гармоники, возбуждаемой нелинейной квадратичной поляризацией, носит электронный характер. Поэтому по величине пьезоэлектрических модулей нельзя судить о величине компонент тензора $\chi_{ikl}(\omega, \omega, \omega)$, характеризующих интенсивность второй оптической гармоники.

Аналогичное рассмотрение для нелинейной кубичной поляризации приводит к тому, что отличными от нуля будут следующие компоненты тензора четвертого ранга: $\mathcal{D}(\omega_2 + \omega_3 - \omega_4, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$, $\mathcal{D}(\omega_2 - \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$, $\mathcal{D}(\omega_2 - \omega_3 - \omega_4, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$, $\mathcal{D}(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$. В случае $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega$ тензор $\mathcal{D}(3\omega, \omega, \omega, \omega)$ описывает эффект генерации третьей оптической гармоники, тензор $\mathcal{D}(0, 0, \omega, \omega)$ - эффект Керра, тензор $\mathcal{D}(2\omega, 0, \omega, \omega)$ - генерацию второй оптической гармоники за счет кубичной поляризации при помещении кристалла в электростатическое поле. Эффекты кубичной поляризации возможны в кристаллах любой симметрии.

Добавочные условия Клейнмана требуют прозрачности кристалла на основной частоте падающего на него излучения и на частоте нелинейной квадратичной поляризации. На математическом языке это означает симметрию тензора $\chi_{ikl}(\omega, \omega, \omega)$ по всем индексам i, k, l . Этим самым из всех классов кристаллов только 18 классов могут обладать эффектом генерации второй гармоники.

§ 17. Генерация оптических гармоник

Ограничимся рассмотрением генерации суммарной частоты и удвоенной частоты в нелинейных кристаллах, у которых не учитываются поглощение, активность и магнитная анизотропия.

Границу раздела между изотропной линейной средой и нелинейным кристаллом предполагаем плоской. Пусть на нелинейный кристалл произвольной симметрии из изотропной среды падает

две плоские монохроматические волны с частотами ω_1 и ω_2 . В силу двупреломления в кристалле будут распространяться две волны с частотой ω_1 и две - с частотой ω_2 . Волновые векторы $\vec{k}_\alpha(\omega_i)$ и векторные амплитуды $\vec{U}_\alpha^{(i)}$ преломленных волн легко определить через соответствующие характеристики падающих волн. Будем считать, что индекс $\alpha, \beta = 1, 2$ характеризует поляризацию, а $i, j = 1, 2$ - частоту.

Вследствие нелинейности кристалла распространение преломленных волн будет сопровождаться нелинейной поляризацией кристалла. Преломленные волны запишем в виде

$$\vec{E}_\alpha = U_\alpha e^{i(\vec{k}_\alpha(\omega_i) \cdot \vec{r} - \omega_i t)} \quad \vec{E}_\beta = U_\beta e^{i(\vec{k}_\beta(\omega_j) \cdot \vec{r} - \omega_j t)}$$

и подставим их вещественные части в выражение для вещественного вектора нелинейной квадратичной поляризации (индекс вверху в (16.2) опустим):

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4} \sum_{\alpha, \beta, i, j} \chi : \left\{ \vec{E}_\alpha^{(i)} \cdot (\vec{E}_\beta^{(j)})^* + \vec{E}_\beta^{(j)} \cdot (\vec{E}_\alpha^{(i)})^* \right\}$$

Для комплексного вектора квадратичной поляризации имеем

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta, i, j} \chi : \left\{ U_\alpha^{(i)} U_\beta^{(j)} e^{i[(\vec{k}_\alpha(\omega_i) + \vec{k}_\beta(\omega_j)) \cdot \vec{r} - (\omega_i + \omega_j)t]} + U_\alpha^{(i)} U_\beta^{(j)*} e^{i[(\vec{k}_\alpha(\omega_i) - \vec{k}_\beta(\omega_j)) \cdot \vec{r} - (\omega_i - \omega_j)t]} \right\} \quad (17.1)$$

Здесь $(\chi : U_\alpha^{(i)} \cdot U_\beta^{(j)})_m = \chi_{m\alpha\beta} (U_\alpha^{(i)})_\alpha (U_\beta^{(j)})_\beta$

Из (17.1) следует, что в кристалле, вообще говоря, могут распространяться различные волны нелинейной поляризации с частотами $(\omega_1 \pm \omega_2)$ и с частотами $2\omega_1$ и $2\omega_2$. Наряду с этим в кристалле может возникнуть постоянная во времени и пространстве нелинейная поляризация

$$\vec{P}(0, 0) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, i=1}^2 \chi : U_\alpha^{(i)} \cdot U_\alpha^{(i)} \quad (17.2)$$

при $\alpha = \beta$, $i = j$, т.е. когда поляризация волн совпадает и частоты их равны. Одновременно в кристалле может возникнуть постоянная во времени, но переменная в пространстве нелинейная поляризация

$$\vec{P}(\vec{r}, 0) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta, i=1}^2 \chi : U_\alpha^{(i)} U_\beta^{(i)} e^{i(\vec{k}_\alpha(\omega_i) - \vec{k}_\beta(\omega_j)) \cdot \vec{r}} \quad (17.3)$$

при $i = j$, $\alpha \neq \beta$. Наконец, не исключено возникновение в кристалле постоянной в пространстве, но переменной во времени нелинейной поляризации

$$\vec{P}(0, t) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta, i=1}^2 \chi : U_\alpha^{(i)} U_\beta^{(i)*} e^{-i(\omega_i - \omega_j)t} \quad (17.4)$$

при различных α и β .

Любая возникшая в кристалле плоская гармоническая волна квадратичной поляризации на частоте ω' и с вектором рефракции \vec{m}' :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P} e^{i(\omega' \vec{m}' \cdot \vec{r} / c - t)} \quad (17.5)$$

где

$$\omega' = \begin{cases} \omega_1 \pm \omega_2 \\ 2\omega_1 \\ 2\omega_2 \end{cases} \quad \vec{m}' = \begin{cases} \frac{\omega_1}{\omega'} \vec{m}_1 \pm \frac{\omega_2}{\omega'} \vec{m}_2 \\ 2 \frac{\omega_1}{\omega'} \vec{m}_1 \\ 2 \frac{\omega_2}{\omega'} \vec{m}_2 \end{cases} \quad (17.6)$$

возбудит световую волну своей частоты ω' . В этом смысле $\vec{P}(\vec{r}, t)$ является источником преобразованных световых волн.

Величина и направление амплитуды \vec{P} определяется тензором χ и напряженностями электрических полей \vec{E} .

По заданной амплитуде волн нелинейной поляризации \vec{P} и вектору рефракции \vec{m}' этой волны необходимо определить напряженность поля преобразованной световой волны. Это поле должно удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\begin{aligned} [\nabla \vec{H}] &= \frac{1}{c} \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \\ [\nabla \vec{E}] &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{aligned} \quad (17.7)$$

Из (17.7) следует неоднородное волновое уравнение

$$[\nabla[\nabla \vec{E}]] + \frac{1}{c^2} \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (17.8)$$

Правую часть уравнения (17.6) мы превратили в известное нам выражение, зависящее от известного поля \vec{E} основного излучения. В общем случае в \vec{E}' (17.5) должно было бы входить поле \vec{E} на преобразованной частоте ω' . Таким образом, мы от нелинейного волнового уравнения перешли к неоднородному уравнению. Такую процедуру приближенного решения нелинейного дифференциального уравнения второго порядка называют приближением заданного поля. В (17.8) тензор ϵ следует брать на преобразованной частоте ω' .

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения, как известно, состоит из суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Частное решение уравнения (17.8) ищется также в виде плоской волны с вектором рефракции \vec{m}' и частотой ω' :

$$\vec{E}' = \vec{E}_0' e^{i(\omega' t - \vec{m}' \cdot \vec{r}) / c} \quad (17.9)$$

Подставляя (17.9) в (17.8), получаем

$$\vec{E}_0' = -4\pi (\kappa')^{-1} \vec{P} \quad (17.10)$$

где

$$\kappa' = \epsilon + ((\vec{m}')^x)^2 \quad (17.11)$$

Легко убедиться, что вектор рефракции волны нелинейной поляризации \vec{m}' не удовлетворяет уравнению нормалей, поэтому $1/\kappa' \neq 0$. В этой связи волну (17.9) иногда называют вынужденной волной, которая существует в среде только благодаря нелинейному источнику $\vec{P}'(\vec{r}, t)$. При $\vec{P}'(\vec{r}, t) = 0$ из (17.7) получается известное из кристаллооптики общее решение однородного уравнения в виде двух свободных волн частоты ω' с векторами рефракции \vec{m}_1 и \vec{m}_2 , причем эти векторы рефракции удовлетворяют уравнению нормалей

$$1/\kappa' = 1/\epsilon(\omega') + ((\vec{m}')^x)^2 = 0, \quad \vec{r} = 1, 2$$

Решение уравнения (17.8) можно теперь записать в следующем виде:

$$\vec{E} = \sum_{\vec{r}=1}^2 \vec{E}_{\vec{r}} \{ E_{\vec{r}} + (\vec{e}_{\vec{r}} \cdot \vec{E}_0') [1 - e^{i(\vec{k}' - \vec{k}_{\vec{r}}) \cdot \vec{r}}] \} \quad (17.12)$$

$$i(\vec{e}_{\vec{r}} \cdot \vec{z} - \omega' t) \quad x \cdot c \quad - [\vec{e}_{\vec{r}} \cdot \vec{e}_{\vec{r}}] [\vec{e}_{\vec{r}} \cdot \vec{E}_0'] e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega' t)}$$

Из обобщенного закона Снеллиуса $[\vec{m}_1 \vec{E}] = [\vec{m}_2 \vec{E}] = [\vec{m}' \vec{E}] = \dots$, где \vec{E} - единичный вектор нормали к поверхности раздела сред, следует выражение для векторов рефракции

$$\vec{m}'_y = \vec{m}' + \epsilon_{\vec{r}} \vec{E} \quad (17.13)$$

Параметры $\epsilon_{\vec{r}}$ удовлетворяют уравнению нормалей

$$1/\kappa' = 1/\epsilon + (\vec{m}'^x)^2 = A \epsilon_{\vec{r}}^4 + B \epsilon_{\vec{r}}^3 + C \epsilon_{\vec{r}}^2 + D \epsilon_{\vec{r}} + F = 0$$

где $A = \vec{e} \cdot \vec{e} \vec{E}$, $B = 2(\vec{e} \cdot \vec{m}' + \vec{m}' \cdot \vec{e} \vec{E})$,

$$C = \vec{m}'^2 \cdot \vec{e} \vec{e} + 4 \vec{m}' \cdot \vec{e} \vec{e} \vec{m}' + \vec{m}' \cdot \epsilon \vec{m}' + \vec{e} (\vec{e} - \vec{e}_c) \vec{E}$$

$$D = 2(\vec{m}' \cdot \vec{e} \vec{e} \vec{m}' + \vec{m}' \cdot \vec{e} \cdot \vec{m}' \cdot \epsilon \vec{m}' - \vec{e} (\vec{e} - \vec{e}_c) \vec{m}'),$$

$$F = 1/\kappa'$$

Направления единичных векторов поляризации $\vec{E}_{\vec{r}}$ преобразованных волн следует из особенности тензора κ' , взаимный которого равен $\kappa'_x = \kappa'_c \epsilon_{\vec{r}} \epsilon_{\vec{r}}$, т.е.

$$\vec{E}_{\vec{r}} \cdot \vec{E}_{\vec{r}} = \kappa'_c / \epsilon_{\vec{r}}$$

Наконец, для определения амплитуд $E_{\vec{r}}$, входящих в (17.12), необходимо ввести в рассмотрение "обращенную" волну в изотропную среду на частоте преобразованной волны $\vec{E}_3' = \vec{E}_3 e^{i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega' t)}$ и из граничных условий сравнительно легко можно вычислить амплитуды E_1 и E_2 .

Отметим существенную особенность решения (17.12): часть амплитуды $E_{\vec{r}}$, возникнув на границе раздела сред, остается постоянной во всем объеме нелинейного кристалла, в то же время вторая часть амплитуды (в квадратных скобках) периодически изменяется с расстоянием. Согласно (17.12) и (17.13) эта часть амплитуды достигает максимального значения при условии $e^{i(\vec{k}' - \vec{k}_{\vec{r}}) \cdot \vec{r}} = -1$, т.е. при

$$L = \frac{\pi c}{\omega' \epsilon_{\vec{r}}} (2K+1), \quad K = 0, 1, 2 \quad (17.14)$$

Это расстояние называют длиной когерентности. С уменьшением $\epsilon_{\vec{r}}$ расстояние (17.14) увеличивается. Одновременно уве-

личивается $|\vec{E}_0|$ (17.10); при $E_y = 0$, т.е. когда $\vec{k}' = \vec{k}_y$ (или $\vec{m}' = \vec{m}_y$), определитель $|\det|$ становится равным нулю, а взаимный его $\vec{E}' = \vec{E}_0 \vec{e}_y \vec{e}_y$. В результате этого вторая часть амплитуды (17.12) дает неопределенность вида 0/0. Однако легко показать, что выражение в квадратных скобках (17.12) при $E_y \rightarrow 0$ стремится к $k\omega' \epsilon / c$.

Направления распространения, для которых выполняется условие

$$\vec{m}' = \vec{m}_y, \quad (17.15)$$

называются направлениями фазового согласования или синхронизма. Для выполнения (17.15) необходимо и достаточно обращения в нуль определителя $|\det|$. Вблизи направлений фазового согласования отношение амплитуд E_i' к переменной части амплитуды имеет порядок $10^{-5} - 10^{-7}$. Поэтому постоянной части амплитуды E_y и продольной составляющей $([\vec{e}_y \vec{e}_y] E_0)$ амплитуды (17.12) можно пренебречь. Тогда поле преобразованной волны можно записать в виде

$$\vec{E} = \vec{e} \frac{\omega \omega' \epsilon}{c [\vec{e} \vec{m}] [\vec{e} \vec{q}]} dU_1 U_2 e^{i\omega'(\vec{m}' \cdot \vec{r} / c - t)} \quad (17.16)$$

где

$$d = (\vec{e})_i \text{Fixe}(\vec{u}_1)_k (\vec{u}_2)_l \quad (17.17)$$

\vec{e} , u_1 , u_2 - единичные векторы поляризации преобразованной и преобразуемой волн, d - коэффициент нелинейного взаимодействия, при m индексе опущен.

Вектор плотности потока энергии для направления фазового согласования можно представить следующим образом:

$$\vec{S} = \left(\frac{d\omega}{c}\right)^3 \frac{S_1}{\sqrt{[\vec{m}_1 \vec{u}_1]^2}} \cdot \frac{S_2}{\sqrt{[\vec{m}_2 \vec{u}_2]^2}} \left(\frac{\omega' \epsilon d}{[\vec{e} \vec{m}] [\vec{e} \vec{q}]}\right)^2 [\vec{e} \vec{m}'] \quad (17.18)$$

Здесь \vec{m}_1 , \vec{m}_2 , \vec{m}' - векторы рефракции преобразованной и преобразуемых электромагнитных волн, S_1 и S_2 - интенсивности преобразуемых волн.

§18. Условия фазового согласования

Перепишем условие (17.15) с учетом (17.6)

$$\omega_i \vec{m}_o(\omega_i) \pm \omega_j \vec{m}_o(\omega_j) = \omega' \vec{m}_y(\omega'), \quad (18.1)$$

Это довольно сложное векторное уравнение. Если заданы частоты падающих на кристалл волн, указана частота преобразованной волны и известны главные показатели преломления на этих частотах, то из уравнения (18.1), содержащего в общем случае девять неизвестных величин, совместно с уравнениями нормалей для \vec{m}_o , \vec{m}_y , \vec{m}_z и законом преломления всегда можно определить эти векторы.

Будем считать, что все векторы рефракции являются коллинеарными и частоты находятся в области нормальной дисперсии. Тогда условия (18.1) для одноосных отрицательных кристаллов можно записать в виде

$$\begin{aligned} \omega_1 n_{oe}(\omega_1) \pm \omega_2 n_{oe}(\omega_2) &= (\omega_1 \pm \omega_2) n_{eo}(\omega_1 \pm \omega_2), \\ \omega_1 n_{oe}(\omega_1) \pm \omega_2 n_{eo}(\omega_2) &= (\omega_1 \pm \omega_2) n_e(\omega_1 \pm \omega_2), \quad (18.2) \\ \omega_1 n_e(\omega_1) \pm \omega_2 n_o(\omega_2) &= (\omega_1 \pm \omega_2) n_{eo}(\omega_1 \pm \omega_2), \end{aligned}$$

где первым индексам o , e при показателях преломления (обыкновенный, необыкновенный) соответствует знак плюс, а вторым - знак минус, причем $\omega_1 > \omega_2$. Для одноосных положительных кристаллов в (18.2) необходимо сделать замену $o \rightleftharpoons e$.

В случае генерации второй гармоники, т.е. когда $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, из первого уравнения (18.2) имеем

$$n_o(\omega) = n_e(2\omega) \quad (18.3)$$

Из второго или третьего уравнения (18.2) следует

$$n_o(\omega) + n_e(\omega) = 2n_e(2\omega) \quad (18.4)$$

Условия (18.3) и (18.4) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} n_o(\omega) - n_e(\omega) &= n_e(2\omega) - n_e(\omega), \\ n_o(\omega) - n_e(\omega) &= 2(n_e(2\omega) - n_e(\omega)), \quad (18.5) \end{aligned}$$

т.е. фазовое согласование имеет место, когда величина дву-

преломления оказывается равной величине дисперсии при взаимодействии обыкновенных волн на основной частоте ($0, 0 \rightarrow e$ взаимодействии); если же во взаимодействии участвуют различно поляризованные волны на основной частоте ($0e \rightarrow e$ взаимодействие), то условие фазового согласования означает, что величина дупреломления должна быть равна удвоенной величине дисперсии.

Направления фазового согласования будем искать с помощью поверхностей показателей преломления. В случае нормальной дисперсии поверхность показателей преломления, соответствующая большей частоте, имеет большие размеры. На рис. 3 пред-

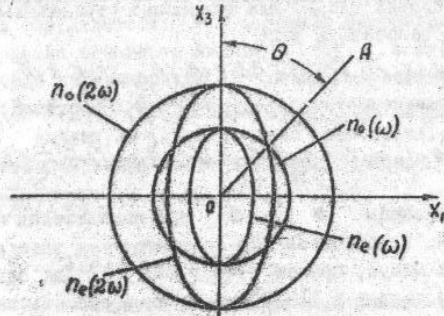


Рис. 3

ставлены сечения поверхностей показателей преломления обыкновенных и необыкновенных волн на частотах ω и 2ω в случае одноосного отрицательного кристалла. Ось x_3 совпадает с направлением оптической оси \vec{e} . Угол между прямой OA и осью x_3 есть угол θ фазового согласования. Это направление образует круговой конус с осью x_3 .

В оптически одноосных кристаллах показатель преломления обыкновенной волны n_o не зависит от направления распространения, т.е. $n_o = N_o$, а показатель преломления необыкновенной волны n_e зависит от угла θ между направлением ее распространения и оптической осью \vec{e} :

$$n_e = N_o N_e \{ N_o^2 + (N_e^2 - N_o^2) \cos^2 \theta \}^{-1/2} \quad (18.6)$$

где N_o , N_e - главные показатели преломления. Подставляя (18.6) в (18.3), получаем

$$\cos^2 \theta = \frac{1 - N_e^2(2\omega)/N_o^2(\omega)}{1 - N_e^2(2\omega)/N_o^2(2\omega)} \quad (18.7)$$

Для излучения рубинового ОКГ ($\lambda_p = 6943 \text{ \AA}$) при генерации второй гармоники ($\lambda_r = 3471 \text{ \AA}$) на кристалле КДР угол $\theta = 50^\circ$.

При подстановке (18.6) в условие (18.4) получается полное уравнение четвертой степени относительно $\cos^2 \theta$. Высший порядок этого уравнения связан с тем, что поверхность показателей преломления волны нелинейной поляризации в общем случае не является эллипсоидом вращения. Для практического нахождения угла θ можно ограничиться приближенным решением, извлекая приближенно квадратный корень. В результате этого получим для угла θ при $ae \rightarrow e$ взаимодействия следующее выражение:

$$\cos^2 \theta = \frac{2[2N_e(2\omega) - N_o(\omega) - N_e(\omega)]}{N_o(\omega)[1 - N_e^2(\omega)/N_o^2(\omega)] - 2N_o(2\omega)[1 - N_e^2(2\omega)/N_o^2(2\omega)]} \quad (18.8)$$

В (18.7) при θ следует поставить индексы внизу "oo", а сверху индекс "e", которые будут обозначать поляризацию взаимодействующих и преобразованной волны соответственно, т.е. θ_{oo}^e . Аналогично для (18.8) угол фазового согласования есть θ_{oo}^e .

Если в (18.8) подставить значения N_o и N_e на частоте рубинового ОКГ, то окажется, что угла θ_{oo}^e для этого случая не существует. В то же время для излучения неодимового ОКГ ($\lambda = 10600 \text{ \AA}$) формула (18.7) дает $\theta_{oo}^e = 40^\circ$, а из (18.8) следует $\theta_{oo}^e = 58,5^\circ$.

Для двuosных кристаллов нахождение направлений фазового согласования в случае главных плоскостей аналогично изложено. Особый интерес представляет случай, когда волновой нормаль расположена в плоскости оптических осей \vec{e}_1, \vec{e}_2 . Угол между оптическими осями $\vec{e}_1, \vec{e}_2 = 2V$. В области нормальной дисперсии при $\theta > V$ (направление OB на рис. 4) двuosный кристалл ведет себя как отрицательный одноосный, а при $\theta < V$ (направление OA на рис. 4) - как положительный одноосный кристалл.

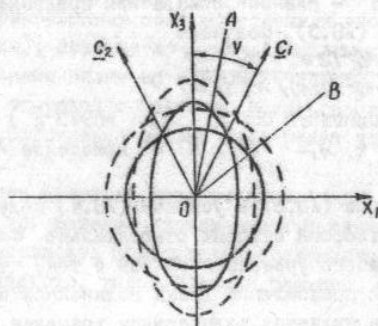


Рис. 4

§ 19. Коэффициенты нелинейного взаимодействия

Из (17.16) и (17.18) видно, что для получения максимального выхода преобразованного излучения, наряду с отысканием направлений фазового согласования, существенное значение имеет величина коэффициента нелинейного взаимодействия (17.17).

Рассмотрим случай генерации частоты $(\omega_1 + \omega_2)$. Пусть все три волновые нормали взаимодействующих волн будут параллельны вектору \vec{q} , который перпендикулярен к поверхности кристалла. Вектор \vec{q} образует с оптической осью угол θ .

При генерации частоты $(\omega_1 + \omega_2)$ на отрицательном кристалле фазовое согласование может иметь место для углов θ_{00}^e , θ_{0e}^e и θ_{e0}^e , причем первый индекс внизу относится к волне с большей частотой. Этим направлениям фазового согласования, которые считаем известными, соответствуют коэффициенты нелинейного взаимодействия d_{00}^e , d_{0e}^e и d_{e0}^e . В силу симметрии тензора χ_{ice} по индексам k и l следует, что d_{e0}^e должен получаться из d_{0e}^e заменой частот $\omega_1 \leftrightarrow \omega_2$, причем угол θ_{0e}^e должен быть заменен на угол θ_{e0}^e и преобразуемая необыкновенная волна (e - волне) должна иметь большую частоту. Поэтому при генерации суммарной частоты на отрицательных кристаллах достаточно рассмотреть два коэффициента нелинейного взаимодействия d_{00}^e и d_{0e}^e .

Обозначим орты обычно применяемой в кристаллофизике системы координат через \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Для единичных векторов поляризации обыкновенных волн имеем

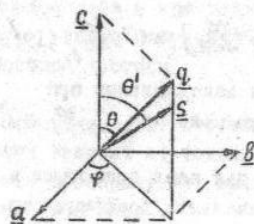


Рис. 5

где \vec{s} - единичный вектор направления луча. Введем угол φ между проекцией вектора волновой нормали \vec{q} на плоскость (a, b) и ось \vec{a} , а также угол между направлением данного луча с оптической осью \vec{c} (рис. 5). Теперь проекции векторов поляризации на координатные оси можно записать

$$\vec{u}_0 \vec{a} = \sin \varphi, \quad \vec{u}_0 \vec{b} = -\cos \varphi, \quad \vec{u}_0 \vec{c} = 0, \\ \vec{u}_e \vec{a} = -\cos \theta' \cos \varphi, \quad \vec{u}_e \vec{b} = -\cos \theta' \sin \varphi, \quad \vec{u}_e \vec{c} = \sin \theta', \quad (19.1)$$

где θ' связан с углом θ простым соотношением

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\epsilon_e}{\epsilon_o} \operatorname{tg} \theta, \quad (19.2)$$

Будем различать углы θ , θ_1 и θ_2 , относящиеся соответственно к волнам частот $\omega = \omega_1 + \omega_2$, ω_1 и ω_2 .

Рассмотрим кристаллы типа KDP. Они относятся к классу $\bar{4}2m$. Тензор χ_{ice} для этого класса кристаллов имеет

$$\chi_{ice} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \chi_{123} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \chi_{213} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \chi_{321} \end{bmatrix} \quad (19.3)$$

причем $\chi_{123} = \chi_{213}$. Подставляя (19.3) в (17.17), используя (19.1) и переходя от тензорных обозначений пар ин-

дексов к матричным (23 → 4, 13 → 5, 12 → 6), получаем

$$d_{00}^e = -\chi_{36} \sin^2 \theta_{00}^e \sin 2\varphi_{00}^e, \quad (19.4)$$

$$d_{0e}^e = \{ \chi_{14} \cos \theta_{0e}^e \sin \theta_{20e}^e + \chi_{36} \sin \theta_{0e}^e \cos \theta_{20e}^e \} \cos 2\varphi_{0e}^e, \quad (19.5)$$

Из (19.4) видно, что d_{00}^e становится максимальным при $\varphi = 45^\circ$, а из (19.5) — d_{0e}^e максимально при $\varphi = 0^\circ$ или 90° .

Аналогично можно провести расчет для всех одноосных и двуосных кристаллов и определить оптимальные коэффициенты нелинейного взаимодействия.

В качестве примера приведем значения коэффициентов нелинейного взаимодействия для кристаллов класса $3m$ при генерации разностной частоты:

$$\begin{aligned} d_{e0}^0 &= \chi_{15} \sin \theta_{1e0}^0 - \chi_{22} \cos \theta_{1e0}^0 \sin 3\varphi_{e0}^0; \\ d_{e0}^e &= \chi_{22} \cos \theta_{e0}^e \cos \theta_{1e0}^e \cos 3\varphi_{e0}^e; \\ d_{ee}^0 &= \chi_{22} \cos \theta_{1ee}^0 \cos \theta_{2ee}^0 \cos 3\varphi_{ee}^0, \end{aligned} \quad (19.6)$$

Представителем кристаллов класса $3m$ является ниобат лития. Он прозрачен в широком диапазоне длин волн (0,4 — 5 мк), и его элемент тензора нелинейной восприимчивости χ_{31} примерно в II раз больше элемента χ_{36} для кристалла KDP . На примере этого кристалла определим наиболее выгодные условия генерации разностной частоты, получаемой от смешения излучений рубинового ($\lambda = 6943 \text{ \AA}$) и неодимового ($\lambda = 10600 \text{ \AA}$) квантовых генераторов. Преобразованное излучение разностной частоты имеет длину волны $\lambda = 20049 \text{ \AA}$. Угол фазового согласования есть: $\theta_{e0}^e = 34^\circ$, $\theta_{e0}^0 = 41^\circ$ и $\theta_{ee}^0 = 75^\circ$. Выбирая максимальные углы φ в (19.6), получаем следующее отношение между тремя максимальными значениями квадратов коэффициентов нелинейного взаимодействия:

$$(d_{e0}^0)^2 : (d_{e0}^e)^2 : (d_{ee}^0)^2 = 700 : 60 : 1$$

Таким образом, из трех возможных оптимальных случаев генерации разностной частоты (19.6) на кристалле $LiNbO_3$ наибольший коэффициент преобразования будет иметь место при взаимодействии в кристалле e -волны излучения рубинового и o -волны излучения неодимового ОКГ, при этом волна разностной частоты поляризована как обыкновенная волна.

Эффективность генерации оптических гармоник существенным образом зависит от толщины нелинейного кристалла, от расходимости преобразуемых пучков, их апертуры, геометрии нелинейного кристалла.

§ 20. Генерация гармоник в оптически активных кристаллах

Пусть основное излучения частоты ω распространяется вдоль оптической оси \vec{a} одноосного оптически активного кристалла. При $\vec{a} \parallel \vec{c}$ имеем

$$n_{1,2}^e = n_o \pm \bar{n} \vec{G},$$

где \vec{G} — вектор гириации. Отсюда волновые числа право- и левоциркулярно поляризованных волн есть

$$k_{1,2} = k_o \pm \rho, \quad (20.1)$$

где $k_o = \omega n_o / c$ — волновое число при отсутствии активности, $\rho = \frac{\omega \bar{n} \vec{G}}{2c n_o}$ — удельное вращение.

При распространении циркулярно поляризованного излучения вдоль оптической оси одноосного кристалла поперечная волна нелинейной поляризации возникает только в кристаллах тригональной системы. Генерируемая волна второй гармоники также оказывается поляризованной по кругу, но с обратным направлением вращения. Кроме того, в этих кристаллах противоположно поляризованные по кругу волны основной частоты не взаимодействуют и поэтому не возникает соответствующая волна нелинейной поляризации. В результате из (18.2) для одноосных активных кристаллов оказывается возможными в принципе только два условия фазового согласования

$$K_0(2\omega) - 2K_0(\omega) = \pm [\rho(2\omega) + 2\rho(\omega)], \quad (20.2)$$

где K_0 и K_0 - волновые числа на частотах 2ω и ω при отсутствии оптической активности.

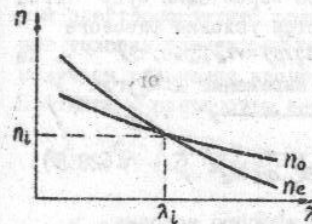
Отметим, что "отраженная" волна второй гармоники имеет ту же поляризацию, что и основное излучение. Если же основное излучение частоты ω будет эллиптически поляризовано, то и отраженная волна второй гармоники также оказывается эллиптически поляризованной, однако оси эллипса поляризации отраженной волны гармоники будут повернутыми относительно осей эллипса поляризации падающей волны. Можно подобрать такую эллиптичность падающей волны, при которой отраженная волна второй гармоники окажется линейно поляризованной.

Отметим, что в оптически активных кристаллах тетрагональной и кубической систем при генерации третьей гармоники вдоль оси четвертого или второго порядка в принципе возможны четыре условия фазового согласования:

$$K_0(3\omega) - 3K_0(\omega) = \pm [\rho(3\omega) + 3\rho(\omega)],$$

$$K_0(3\omega) - 3K_0(\omega) = \pm [\rho(3\omega) - \rho(\omega)],$$

До сих пор рассматривались такие нелинейные взаимодействия волн в кристаллах, при которых преобразуемые и преобразованные волны были поляризованы или только линейно, или только по кругу. Однако возможны такие взаимодействия волн, при которых линейно поляризованная волна может возбудить вторую гармонику с круговой поляризацией и, наоборот, циркулярная волна частоты ω может генерировать линейно поляризованную волну частоты 2ω . Для выяснения этого вопроса обратимся к оптически активным неантиноморфным кристаллам, у которых дисперсионные кривые для показателей преломления пересекаются на какой-то определенной длине волны λ_i , т.е. на этой длине волны кристалл становится оптически изотропным. Для определенности рассмотрим кристалл класса $\bar{4}2m$. На рис. 6 приведен ход дисперсионных кривых. На длинах волн $\lambda > \lambda_i$ кристалл отрицателен, а при $\lambda < \lambda_i$ - положителен. При $\lambda = \lambda_i$ кристалл



становится изотропным. В плоскостях симметрии и вдоль оптической оси он не проявляет оптическую активность. Представляют интерес такие ситуации, когда волна гармоники или основного излучения λ будут равны λ_i или мало отличаться от этой длины волны.

Предположим, что $\lambda = \lambda_i$. Из уравнения нормалей получаем для показателей преломления

$$n_{\pm} = n_i \pm \frac{1}{2} (k_i d_i) \sin^2 \theta \cos 2\varphi, \quad (20.3)$$

где d_i - компонента псевдотензора оптической активности, θ - угол между волновой нормалью и оптической осью, φ - угол между проекцией нормали на плоскость осей второго порядка и осью второго порядка. Пусть волновая нормаль лежит в плоскости, образованной осью второго порядка и оптической осью. Из условия фазового согласования $n_{\pm}(\omega) = n(2\omega)$ при $d_i > 0$ имеем

$$\sin^2 \theta = \sqrt{2(n_i(2\omega) - n_o(\omega)) / (k_i d_i)}, \quad (20.4)$$

т.е. линейно поляризованная волна на частоте ω возбуждает поляризованную по кругу волну гармоники определенного направления обращения.

Если же основное излучение будет иметь длину волны λ_i , то угол θ определяется также по формуле (20.4), в которой необходимо сделать замену $n_i(2\omega) \rightarrow n_o(2\omega)$, $n_o(\omega) \rightarrow n_i(\omega)$. Это следует из условия $n_{+}(\omega) = n_o(2\omega)$. Основное излучение в этом случае может быть линейно поляризованным, однако энергетически это не выгодно, т.к. в процессе преобразования будет участвовать одна круговая волна с показателем преломления $n_i(\omega)$.

Предположим теперь, что при $\lambda > \lambda_i$ кристалл положителен, а при $\lambda < \lambda_i$ - отрицателен (на рис. 6 необходимо сле-

дать замену $n_0 \rightarrow n_e$). Здесь наиболее вероятными будут такие взаимодействия, при которых выполняются условия фазового согласования $n_e(\omega, \theta) = n_o(2\omega)$, $n_o(\omega) = n_e(2\omega - \theta)$. Из первого условия приближенно следует выражение для угла

$$\sin \theta = n_o(\omega) \sqrt{\frac{-N_0^2 + n_e^2}{n_e^2(N_0^2 - N_0^2) + K_{12} n_e N_0^2}} \quad (20.5)$$

Аналогичное выражение получается для второго условия.

Эксперименты по генерации гармоник на таких кристаллах еще не ставились.

§ 21. Нелинейная оптическая активность

Мощные оптические квантовые генераторы вызвали к жизни многие новые физические эффекты. Одним из них является нелинейная оптическая активность - зависимость угла поворота плоскости поляризации от интенсивности падающего излучения. Это связано с тем, что при распространении электромагнитной волны с большой напряженностью поля \vec{E} в оптически активной среде начинает существенно сказываться зависимость компонент тензора активности от этого поля. Детальное теоретическое и экспериментальное изучение этого явления может дать большую научную информацию о строении вещества и найти широкое применение в стереохимии, биологии и других разделах науки.

Запишем уравнения связи для рассматриваемых сред в виде

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j + \frac{1}{c} \alpha_{ij} \frac{\partial B_i}{\partial t} + 4\pi \chi_{ijk} E_j E_k - \frac{4\pi}{c} \nu_{ijk} E_j \frac{\partial B_k}{\partial t} + 4\pi \nu_{ijk} E_j E_k E_l - \frac{4\pi}{c} \tau_{ijke} E_j E_k \frac{\partial B_l}{\partial t} \quad (21.1)$$

$$H_i = \mu_{ij}^{-1} B_j - \frac{1}{c} \alpha_{ji} \frac{\partial E_i}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} \nu_{kji} E_j \frac{\partial E_k}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} \tau_{kjki} E_j E_k \frac{\partial E_l}{\partial t}$$

Здесь псевдотензоры ν и τ , описывающие нелинейную оптическую активность, имеют на единицу меньший ранг, чем соответствующие тензоры при разложении переопределенных векторов индукции \vec{D} и поля \vec{H} .

Подставляя (21.1) в уравнение, выражающее закон сохранения

электромагнитной энергии, считая выполняемыми добавочные условия симметрии Клейнмана для тензоров χ и θ , получаем уравнение непрерывности с обычным вектором Умова-Пойтинга и плотностью энергии

$$W = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{2} (\epsilon_{ij} E_i E_j + \mu_{ij}^{-1} B_i B_j) - \frac{1}{c} \alpha_{ij} E_i \frac{\partial B_j}{\partial t} \right\} - \frac{1}{c} (\nu_{ijk} E_i E_j \frac{\partial B_k}{\partial t} + \tau_{ijke} E_i E_j E_k \frac{\partial B_l}{\partial t}) + \frac{2}{3} \chi_{ijk} E_i E_j E_k + \frac{3}{4} \nu_{ijk} E_i E_j E_k E_l \quad (21.2)$$

Из уравнений Максвелла $[\nabla \vec{E}] = i\omega \vec{B}/c$, $[\nabla \vec{H}] = -i\omega \vec{D}/c$ и уравнений связи (21.1) получаем следующее волновое уравнение:

$$\begin{aligned} \Delta[\nabla \vec{E}] - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \{ \alpha[\nabla \vec{E}] + [\nabla, \alpha \vec{E}] \} + \\ + 4\pi (\nu: \vec{E}[\nabla \vec{E}] + [\nabla, \nu: \vec{E} \cdot \vec{E}]) + 4\pi (\tau: \vec{E} \vec{E}[\nabla \vec{E}] + \\ + [\nabla, \tau: \vec{E} \vec{E} \vec{E}]) \} = \frac{4\pi \omega^2}{c^2} (\chi: \vec{E} \vec{E} + \nu: \vec{E} \vec{E} \vec{E}) \end{aligned} \quad (21.3)$$

Аналогично с учтом линейной оптической активности можно ввести нелинейные векторы гирации. Ввиду того что $\nabla \rightarrow i\vec{k}$, где \vec{k} - волновой вектор, из (21.3) в плосковолновой рассмотрении имеем

$$\begin{aligned} \vec{G}_1 &= \{ (\nu: \vec{E})_c - (\tilde{\nu}: \vec{E}) \} \vec{k}, \\ \vec{G}_2 &= \{ (\tau: \vec{E} \vec{E})_c - (\tilde{\tau}: \vec{E} \vec{E}) \} \vec{k}, \end{aligned} \quad (21.4)$$

а первый член в фигурных скобках (21.3) представляет линейный вектор гирации. В результате волновое уравнение (21.3) можно переписать в виде

$$\{ \epsilon + \overline{m}^{\times 2} + i(\overline{b} + 4\pi(\overline{b}_1 + \overline{b}_2))^{\times} \} \overline{E} = -4\pi \overline{P}^{NL} \quad (21.5)$$

Из этого уравнения (как частные случаи) получаются рассмотренные уже волновые уравнения для линейной активной среды, для неактивной нелинейной среды и нелинейной среды с вектором гирации \overline{b} . Здесь рассмотрим случай, когда $\overline{P}^{NL} = 0$, т.е. будем пренебрегать генерацией гармоник в кристалле. Одновременно считаем, что явление нелинейной оптической активности вызывается мощной лазерной волной частоты ω_1 , в поле которой распространяется электромагнитная волна частоты ω . Аналогично случаю линейной оптической активности на тензоры ν и τ накладывает определенные ограничения симметрия кристаллов. Нелинейные свойства кристалла, описываемые этими тензорами, не должны изменяться при преобразованиях, соответствующих его группе симметрии. Поэтому тензоры нелинейной активности ν и τ должны быть инвариантны по отношению к этим преобразованиям.

Представим ν и τ в виде комбинаций из прямых произведений тензоров второго ранга и единичных векторов, ориентированных вдоль элементов симметрии кристалла. При этом вид тензоров второго ранга будет определяться из условия инвариантности ν_{ikl} и τ_{iklm} относительно преобразований группы симметрии кристалла.

Исходя из сказанного, запишем

$$\nu = \nu_1 \overline{a} \cdot \overline{a} + \nu_2 \overline{b} \cdot \overline{b} + \nu_3 \overline{c} \cdot \overline{c} \quad (21.6)$$

$$\tau = \tau_1 \overline{a} \cdot \overline{a} + \tau_2 \overline{b} \cdot \overline{b} + \tau_3 \overline{c} \cdot \overline{c} + \tau_4 \overline{b} \cdot \overline{c} + \tau_5 \overline{c} \cdot \overline{b} + \tau_6 \overline{a} \cdot \overline{c} + \tau_7 \overline{c} \cdot \overline{a} + \tau_8 \overline{a} \cdot \overline{b} + \tau_9 \overline{b} \cdot \overline{a}, \quad (21.7)$$

где \overline{a} , \overline{b} , \overline{c} - тройка ортонормированных векторов, связанных с элементами симметрии кристалла, ν_i ($i = 1, 2, 3$) и τ_n ($n = 1, 2, \dots, 9$) - некоторые псевдотензоры второго ранга. На ν_{ikl} и τ_{iklm} не накладываются никаких ограничений относительно перестановки индексов. Явный вид псевдотензоров третьего и четвертого рангов для различных классов кристаллов представлен в работе Л.М.Барковского

(Вестник БГУ, серия I, 2, 42 (1970)).

Как видно из (21.4) и (21.5) нелинейная оптическая активность должна описываться усредненным по времени вектором гирации $\overline{b}' = \overline{b}_1 + \overline{b}_2$. При усреднении по времени вектор \overline{b}_2 обращается в нуль. Тем не менее этот вектор может быть использован при описании эффектов воздействия низкочастотного или постоянного внешнего электрического поля на естественную оптическую активность. Этот эффект, предсказанный И.С. Желудевым в 1964 г., называет электрогирацией, или электрооптической активностью.

Для гармонического поля лазерного излучения частоты вектор нелинейной гирации будет связан только с тензором

$$\overline{b}_2 = \kappa_1 \{ \tau : \overline{E}_\lambda \overline{E}_\lambda \}_e - (\overline{c} : \overline{E}_\lambda \overline{E}_\lambda) \overline{c}, \quad (21.8)$$

где черта вверху означает усреднение по времени. С использованием (21.7) имеем (знак усреднения по t опускаем)

$$\begin{aligned} \overline{b}_2 = & \{ \overline{a} \overline{E}_\lambda \cdot (\overline{a} \tau_1 \overline{E}_\lambda + \overline{c} \tau_6 \overline{E}_\lambda + \overline{b} \tau_8 \overline{E}_\lambda) + \overline{b} \overline{E}_\lambda \cdot (\overline{b} \tau_2 \overline{E}_\lambda + \\ & + \overline{c} \tau_4 \overline{E}_\lambda + \overline{a} \tau_9 \overline{E}_\lambda) + \overline{c} \overline{E}_\lambda \cdot (\overline{c} \tau_3 \overline{E}_\lambda + \overline{b} \tau_5 \overline{E}_\lambda + \overline{a} \tau_7 \overline{E}_\lambda) - \\ & - \overline{a} (\overline{a} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_1 \overline{E}_\lambda + \overline{c} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_7 \overline{E}_\lambda + \overline{b} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_9 \overline{E}_\lambda) - \\ & - \overline{b} (\overline{b} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_2 \overline{E}_\lambda + \overline{c} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_5 \overline{E}_\lambda + \overline{a} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_8 \overline{E}_\lambda) - \\ & - \overline{c} (\overline{c} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_3 \overline{E}_\lambda + \overline{b} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_4 \overline{E}_\lambda + \overline{a} \overline{E}_\lambda \cdot \overline{c}_6 \overline{E}_\lambda) \} \kappa_1 \overline{c}_\lambda \end{aligned} \quad (21.9)$$

Тензор τ отличен от нуля для 21 класса кристаллов. Линейная оптическая активность имеет место для 18 классов кристаллов. Здесь добавляются кристаллы классов $\overline{6}$, $\overline{6}m2$ и $\overline{43m}$.

Ограничимся рассмотрением одноосных кристаллов. Будем считать, что волновая нормаль \overline{n}_1 направлена вдоль оптической оси кристалла \overline{a} . В этом случае $\overline{n}_1 \overline{a} = \overline{n}_1 \overline{b} = \overline{c} \overline{E}_\lambda = 0$ и (21.9) значительно упрощается. Используя явный вид тензоров τ_n ($n = 1, 2, \dots, 9$), получаем $\overline{b}_2 = 0$ для кристаллов классов $4mm$ и $6mm$. Для кристаллов

класса 3 вектор гирации имеет вид

$$\vec{G}_2 = \kappa_1 \{ \tau_0 [(\vec{a}\vec{E}_1)^2 + (\vec{b}\vec{E}_1)^2] \vec{a} - (\tau_0' \vec{a} + \tau_0'' \vec{b}) \times \\ \times [(\vec{a}\vec{E}_1)^2 - (\vec{b}\vec{E}_1)^2] - 2\vec{a}\vec{E}_1 \cdot \vec{b}\vec{E}_1 \cdot (\tau_0' \vec{a} - \tau_0'' \vec{b}) \} \quad (2I.10)$$

где τ_0 — алгебраическая сумма ковариантных параметров тензора τ , которая легко может быть получена из явного вида этих тензоров. При $\tau_0' = \tau_0'' = 0$ вектор (2I.10) описывает свойства нелинейной активности в кристаллах классов 4, 422, 622, 23, 432 и изотропной среде, а при $\tau_0'' = 0$ — в кристаллах класса 32. Аналогично получаются выражения вектора \vec{G}_2 для остальных классов кристаллов.

Из уравнения нормалей для рассматриваемого случая имеем:

$$n_{\pm} = n_0 \pm \frac{1}{2n_0} (\vec{c}\vec{b} + 4\vec{n}\vec{c}\vec{G}_2) \quad (2I.11)$$

и для угла поворота плоскости поляризации следует выражение

$$\chi_{\pm} = \frac{\kappa e}{2n_0} (\vec{c}\vec{b} + 4\vec{n}\vec{c}\vec{G}_2) \quad (2I.12)$$

Следовательно, в кристаллах аксиальных и примитивных классов и изотропной среде, которые в линейном приближении вращают плоскость поляризации, к углу поворота появляется добавка, пропорциональная интенсивности лазерного излучения. По измерению угла поворота можно определять параметры тензора τ .

В смысле постановки чистого эксперимента по определению параметров нелинейной оптической активности интерес представляют кристаллы, которые в линейном приближении не вращают плоскость поляризации света, распространяющегося вдоль оптической оси (классы $\bar{4}$, $42m$, $\bar{6}$, $43m$).

Следует отметить, что для проведения экспериментов по нелинейной оптической активности, по-видимому, будут представлять интерес такие экспериментальные условия, когда излучение частоты ω распространяется в направлении оптической оси, а мощное лазерное излучение распространяется перпендикулярно этой оси. В силу ортогональности \vec{n}_1 и \vec{a} первый член в (2I.8) обратится в нуль, а от вто-

рого члена останется только вектор, параллельный \vec{c} , т.к. в (2I.12) входит скаляр $\vec{c}\vec{G}_2$ (2I.9).

Можно полностью проанализировать условия, при которых угол поворота плоскости поляризации будет максимальным для различных кристаллов. Во всех кристаллах, содержащих плоскости симметрии или инверсионно-поворотные оси, угол χ будет определяться величиной поля E_1 и направлением векторов \vec{n}_1 и \vec{E}_1 относительно элементов симметрии, в то время как в аксиальных и примитивных классах кристаллов это будет добавка к углу поворота плоскости поляризации.

§ 22. Электрогирация

Обратимся теперь к линейному эффекту электрогирации в кристаллах. Исходя из ковариантной формы псевдотензоров ν_j ($j = 1, 2, 3$), легко получить выражение для вектора линейной электрогирации (2I.4) в случае моноклинных кристаллов классов 2, m и $2/m$ в следующем виде:

$$\vec{G}_1 = \kappa n \{ \vec{n} \cdot (\nu_9 + \nu_{12} + \nu_{13}) \vec{c}\vec{E}^0 - \vec{a} \cdot [(\nu_9 \vec{n}\vec{a} + \nu_{10} \vec{n}\vec{b}) \vec{c}\vec{E}^0 + \\ + \nu_3 \vec{n}\vec{c} \cdot \vec{a}\vec{E}^0 + \nu_7 \vec{n}\vec{c} \cdot \vec{b}\vec{E}^0] - \vec{b} \cdot [(\nu_7 \vec{n}\vec{a} + \nu_{12} \vec{n}\vec{b}) \vec{c}\vec{E}^0 + \\ + \nu_4 \vec{n}\vec{c} \cdot \vec{a}\vec{E}^0 + \nu_8 \vec{n}\vec{c} \cdot \vec{b}\vec{E}^0] - \vec{c} \cdot [(\nu_4 \vec{n}\vec{a} + \nu_2 \vec{n}\vec{b}) \vec{a}\vec{E}^0 + \\ + (\nu_5 \vec{n}\vec{a} + \nu_6 \vec{n}\vec{b}) \cdot \vec{b}\vec{E}^0 + \nu_{13} \vec{n}\vec{c} \cdot \vec{c}\vec{E}^0] \} \quad (22.1)$$

Здесь $\vec{E}^0 = E^0 \vec{z}$ — внешнее постоянное электрическое поле, ν_j ($j = 1, 2, \dots, 13$) — скалярные ковариантные параметры тензора нелинейной оптической активности ν .

Наложением определенных условий на параметры ν_j из (22.1) следует выражения векторов линейной электрогирации \vec{G}_1 для следующих классов кристаллов:

ния приложенного постоянного электрического поля, от величины угла между оптическими осями.

Можно легко показать, что из всех П классов кристаллов, обладающих центром инверсии, в чистом виде электрогирационный поворот плоскости поляризации может наблюдаться в кристаллах семи классов (T , $2/m$, mmm , $4/m$, $6/m$ и $m\bar{3}$) и невозможен поворот плоскости поляризации в кристаллах классов $\bar{3}m$, $4/mmm$, $6/mmm$ и $m\bar{3}m$. Сравнительно просто можно найти наиболее выгодные условия наблюдения явления электрогирации в кристаллах, в которых отсутствует линейный электрооптический эффект.

В общем случае при наложении внешнего постоянного электрического поля на нецентросимметричные кристаллы в них будет возникать электрооптический эффект; одноосные и кубические кристаллы становятся, как правило, двuosными кристаллами.

Обратный тензор диэлектрической проницаемости можно тогда записать в виде

$$\epsilon^{-1} = \epsilon^{-1} - i \frac{(\epsilon^{\circ} \vec{g})^x}{16^{\circ}} + 2: \vec{E}^{\circ} \quad (22.8)$$

где ϵ° — тензор диэлектрической проницаемости в отсутствующем поле \vec{E}° и оптической активности, $\vec{g} = \vec{B} \cdot \vec{G}$, $(2: \vec{E}^{\circ})_{ik} = 2: \epsilon_{ik} E_c^{\circ}$, $2: \epsilon_{ik}$ — электрооптический тензор.

Используя (22.8), можно определить показатели преломления для различных нецентросимметричных кристаллов и провести полный анализ проявления эффектов электрогирации, электрооптики и оптической активности.

В работах И.С. Желудева и О.Е. Влоха (Кристаллография, 20, 654, 1975 и ДАН СССР, 223, 1391, 1975) сообщено о наблюдении и численной оценке величины электрогирационного эффекта в кристаллах Li_2Te (класс симметрии 6) и в кристаллах $PbMoO_4$ (класс симметрии $4/m$).

Можно предположить, что при соответствующих электрических полях оптическая активность и линейная электрогирация могут стать величинами одного порядка и в этом случае эффект электрогирации может компенсировать поворот плоскости по-

ляризации, вызываемый оптической активностью. Расчет, выполненный для кристаллов класса $42m$, изотропных на определенной длине волны, показал, что включением и выключением поля \vec{E}_c можно управлять поляризацией излучения.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Смоленский Г.А., Леманов В.В. Ферриты и их техническое применение. Л.: Наука, 1975, 219 с.
2. Физика магнитных диэлектриков. Л.: Наука, 1974, 454 с.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, 620 с.
4. Сиротин Р.А., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975, 68⁰ с.
5. Писарев Р.В. Оптическая гиротропия и дупреломление магнитоупорядоченных кристаллов. - ЖЭТФ, 1970, т.58, № 4, с. 1421 - 1427.
6. Бокуть Б.В., Сердюков А.Н., Федоров Ф.И. К электродинамике оптически активных сред. Минск: ИФ АН БССР, 1970, 35 с.
7. Федоров Ф.И. Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976, 456 с.
8. Бокуть Б.В., Сердюков А.Н. Основы теоретической кристаллооптики. Гомель: ГГУ, 1977, ч.1, 90 с; ч.2, 69 с.
9. Бокуть Б.В., Казак Н.С., Сердюков А.Н. Нелинейная оптическая активность. Минск: ИФ АН БССР, 1970, 40с.

О Г Л А В Л Е Н И Е

ГЛАВА I. МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫЕ КРИСТАЛЛЫ И ИХ СИММЕТРИЯ	3
§ 1. Введение. Магнитные свойства веществ	3
§ 2. Магнитоупорядоченные кристаллы	4
§ 3. Основные виды взаимодействий в магнитоупорядоченных кристаллах	9
§ 4. Магнитная симметрия	II
§ 5. Группы магнитной симметрии	12
§ 6. Симметрия тензоров в магнитной кристаллофизике	14
ГЛАВА II. ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ	17
§ 7. Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей и материальные уравнения связи	17
§ 8. Уравнение нормалей	20
§ 9. Поляризация световых волн в прозрачных магнитоупорядоченных кристаллах	22
§10. Поляризация световых волн в поглощающих магнитоупорядоченных кристаллах	24
§11. Сингулярные направления	27
§12. Распространение света в неограниченной среде. Матрицы Джонса	29
§13. Основные оптические и магнитооптические эффекты	32
§14. Магнитная симметрия и оптические явления в кристаллах	35
§15. Влияние внешнего магнитного поля на оптические свойства кристаллов	38
ГЛАВА III. ВВЕДЕНИЕ В НЕЛИНЕЙНУЮ КРИСТАЛЛООПТИКУ	41
§16. Нелинейная поляризация	41
§17. Генерация оптических гармоник	43
§18. Условия фазового согласования	48
§19. Коэффициенты нелинейного взаимодействия	52
§20. Генерация гармоник в оптически актив-	

ных кристаллах	55
§21. Нелинейная оптическая активность	58
§22. Электрогирация	63
ЛИТЕРАТУРА	68

Бор: с Васильевич Бокуть, Сергей Сергеевич Гиргель

Основы теоретической кристаллоптики
Часть IУ

Редактор Е.Ф. Зайцева

Подписано к печати 4.10.1984 г. № 51563
Формат 60x84 1/16. Бумага писчая № 1. Печать офсетная.
Усл.п.л. 4,0. Уч.-изд.л. 3,8. Тираж 250. Заказ 304.
Цена 12 коп.

Отпечатано на роталпринте ГГУ, г.Гомель, ул. Советская, 104.