

УДК 533.6.011.72

ГИДРОМЕХАНИКА

О. А. СИНКЕВИЧ

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ ИОНИЗУЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ*(Представлено академиком В. А. Кириллиным 18 XI 1970)*

Рассмотрим устойчивость быстрой сверхзвуковой ионизирующей ударной волны ⁽¹⁾ в магнитном поле при малых смещениях ее плоскости от положения равновесия.

Пусть ударная волна, плоскость которой совпадает с плоскостью yOz , движется в отрицательном направлении оси x . Коэффициент электропроводности изменяется скачком от значения $\sigma_1 = 0$ перед фронтом до значения $\sigma_2 = \infty$ за фронтом. Эффектами вязкости, теплопроводности, а также токами Холла пренебрегаем. Перед фронтом ударной волны имеет место $B_{y1} = B_{x1} = 0, B_{z1} \neq 0$.

Как показали А. А. Бармин и А. Г. Куликовский ⁽²⁾, в случае когда магнитная вязкость превосходит все остальные диссипативные коэффициенты, на поверхности разрыва имеют место соотношения

$$B_{y2} = B_{y1} = 0; \quad (1)$$

$$B_{z2} = B_{z1} \equiv B_0. \quad (2)$$

Электрическое поле связано соотношениями

$$E_{y1} = E_{y2} = U_2 B_0. \quad (3)$$

Газодинамические параметры удовлетворяют обычным соотношениям газовой динамики на поверхности разрыва.

В невозмущенном состоянии электрические токи в области за фронтом ударной волны отсутствуют и поэтому можно считать, что распределение параметров потока не зависит от координат и времени и является известным.

Исследуем устойчивость плоского фронта ударной волны относительно малых смещений его от положения равновесия ⁽³⁾. Выберем систему координат, в которой невозмущенная поверхность разрыва покоится. В начальный момент времени смещение фронта ударной волны в направлении оси x задается по закону

$$\xi(y) = \xi_0 e^{iK_y y}. \quad (4)$$

Ионизирующая ударная волна такого типа движется со сверхзвуковой скоростью по отношению к среде, находящейся перед фронтом волны, поэтому возмущения газодинамических параметров, вызванные смещением плоского фронта, туда не проникают. В этой области распространяются возмущения электромагнитного поля, но поскольку там среда непроводящая, электрические токи не возникают и возмущения газодинамических параметров потока не происходит.

Предполагая, что смещение ударной волны от положения равновесия в начальный момент времени мало, проведем линеаризацию уравнений, описывающих поведение возмущений, и граничных условий по малому параметру. При этом будем рассматривать возмущения, распространяющиеся в плоскости, перпендикулярной невозмущенному магнитному полю, ибо в этом случае воздействие магнитного поля на проводящую среду мак-

симально. Обозначим штрихами малые возмущения, без штрихов — невозмущенные параметры. Линеаризованная система уравнений в области за фронтом ударной волны может быть записана в виде

$$\partial P^{(')} / \partial t + U_2 \partial P^{(')} / \partial x + \rho_2 a_2^2 \operatorname{div} \mathbf{U}^{(')} = 0; \quad (5)$$

$$\partial U^{(')} / \partial t + U_2 \partial U^{(')} / \partial x + \rho_2^{-1} [\partial P^{(')} / \partial x + (B_0 / \mu) \partial B_z^{(')} / \partial x] = 0; \quad (6)$$

$$\partial V^{(')} / \partial t + U_2 \partial V^{(')} / \partial x + \rho_2^{-1} [\partial P^{(')} / \partial y + (B_0 / \mu) \partial B_z^{(')} / \partial y] = 0; \quad (7)$$

$$B_0 \operatorname{div} \mathbf{U}^{(')} = -\partial B_z^{(')} / \partial t. \quad (8)$$

Возмущения электромагнитного поля в области перед фронтом ударной волны описываются уравнениями Максвелла с учетом тока смещения. Линеаризованные граничные условия имеют вид

$$V_2^{(')} = (U_1 - U_2) \partial \xi / \partial y; \quad (9)$$

$$U_2^{(')} = (U_2 - U_1) [P^{(')} / (P_2 - P_1) - v^{(')} / (v_1 - v_2)]; \quad (10)$$

$$v_2^{(')} / (v_1 - v_2) + P^{(')} / (P_2 - P_1) = -(2 / U_1) \partial \xi / \partial t; \quad (11)$$

$$v_2^{(')} = (\partial v / \partial P)_{y,a} P^{(')} ; \quad (12)$$

$$B_{z1}^{(')} = B_{z2}^{(')} ; \quad (13)$$

$$E_{y1}^{(')} = E_{y2}^{(')} , \quad E_{y2}^{(')} = U_2^{(')} B_0. \quad (14)$$

Производная в уравнении (12) вычисляется вдоль ударной адиабаты.

Предполагая, что для любого конечного момента времени все возмущения ограничены на бесконечности, ищем решение системы уравнений (5) — (8) с граничными условиями на фронте ударной волны (9) — (14) в виде

$$P = P(x, t) e^{iK_y y}.$$

Зависимость амплитуды смещения ударной волны от времени может быть представлена в виде

$$\frac{\xi(t)}{\xi_0} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty + iS}^{+\infty + iS} \frac{f(\omega)}{D(\omega)} e^{-\omega t} d\omega. \quad (15)$$

Здесь

$$f(\omega) = [1 - \tilde{m} - 2M_2(1 + R_b)] \omega^2 + (1 + \tilde{m} + 2R_b) \omega l - 2(1 - M_2^2),$$

$$D(\omega) = \omega f(\omega) + (1 + \tilde{m})(\omega - l) U_1 / U_2, \quad l = \sqrt{(\omega M_2)^2 + 1 - M_2^2},$$

$$M_2 = U_2 / a_B, \quad a_B = \sqrt{a_2^2 + B_0^2 / (\mu \rho_2)}, \quad R_b = B_0^2 / 2\mu P_2,$$

$$\tilde{m} = (\rho_1 U_1)^2 (\partial v / \partial P)_{y,a}, \quad \omega = \omega^+ / (U_2 K_y), \quad t = t^+ U_2 K_y.$$

Характер асимптотического поведения амплитуды смещения при $t \rightarrow \infty$ можно получить из (15), применяя для вычисления интеграла метод перевала. В случае устойчивости плоского фронта ударной волны амплитуда смещения изменяется по закону

$$\xi(t) / \xi_0 \sim t^{-1/2}. \quad (16)$$

Полученное выражение совпадает с результатом газовой динамики (4, 5), но отличается от случая устойчивости плоской газодинамической ударной волны в магнитном поле при конечной проводимости среды. Из уравнения (15) следует, что в случае быстрой сверхзвуковой ионизирующей ударной волны существуют области устойчивости (амплитуда колебаний убывает по степенному закону), область неустойчивости (амплитуда возрастает по экспоненциальному закону) и область нейтральных колебаний

(колеблющийся разрыв излучает звук). Характер областей зависит от величины производной вдоль ударной адиабаты (числа $\tilde{M}$) и индукции магнитного поля. При $B \rightarrow 0$ положение границ областей совпадает с решением, полученным для чисто газодинамической ударной волны (⁴, ⁵). С изменением величины индукции магнитного поля (числа R_b) взаимное расположение областей устойчивости, неустойчивости и нейтральных колебаний изменяется.

Выражаю благодарность А. Г. Куликовскому за обсуждение результатов работы.

Институт высоких температур
Академии наук СССР
Москва

Поступило
17 XI 1970

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. А. Бармин, А. Г. Куликовский, ДАН, 178, № 1, 55 (1968). ² А. А. Бармин, А. Г. Куликовский, Сборн. Проблемы гидродинамики и механики сплошных сред, М., 1969. ³ С. П. Дьяков, ЖЭТФ, 27, 288 (1954). ⁴ С. В. Иорданский, ПММ, 21, 465 (1957). ⁵ Р. М. Зайдель, Журн. прикл. мех. и техн. физ., 4, 30 (1967).