

Ю. В. БУРКИН

О СУБМОДЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЯХ СХОДСТВА И ПЛАНИРОВАНИИ ЕДИНИЧНЫХ КОСВЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

(Представлено академиком Б. Н. Петровым 5 III 1971)

Установление отношений моделирования (о.м.) является целью при изучении отношений сходства между объектами, так как на базе о.м. могут проводиться исследования лишь одного из объектов, а результаты, не выходящие за рамки о.м., переносятся без искажений на все другие объекты, охваченные о.м. Однако процесс установления о.м. в силу различных ограничений в ряде случаев либо вообще не может быть доведен до конца без изменения смысла сходства, либо условия, обеспечивающие о.м., могут оказаться практически недостижимыми. Такая ситуация возникает, например, при изучении явлений в социальных средах (ограничения по масштабам изучаемой части объекта и по воздействиям ⁽¹⁾), при проведении испытаний систем на оборудовании с существенно ограниченными возможностями, при ограничениях на стоимость испытуемых систем и т. п. Часто эти ограничения дополняются тем, что даже косвенный эксперимент (т. е. с заменой объекта или условий в эксперименте) может быть лишь единичным ⁽¹⁾.

Рассмотрим планирование косвенных единичных экспериментов на базе отношений сходства, более слабых, чем о.м.

1. Пусть, согласно ⁽²⁾, о.м. между двумя объектами формализуется в виде тройки отображений списков предикатов $f_i, i = 1, \dots, 4$,

$$(A, f_1) \Rightarrow (A', f_3) \Leftrightarrow (B', f_4) \Leftarrow (B, f_2), \quad (1)$$

определенных на множествах A, B, A', B' соответственно, где $f_3 \Leftrightarrow f_4$ — изоморфизм, $f_1 \Rightarrow f_3$ и $f_2 \Rightarrow f_4$ — гомоморфизм. По ⁽²⁾ объекты, формализованные как множества A и B , находятся в о.м.

2. Введем в рассмотрение множество M метрических пространств M_μ , имеющих метрики $G_\mu, \mu \in m$, где m — множество индексов. Процессы измерений на объектах, формализуемых как A, B, A' и B' , запишем как вычисления расстояний в M_μ , обозначаемых через $G_\mu(A, B), G_\mu(A', B'), G_\mu(A, A')$ и $G_\mu(B, B')$, предполагая при этом, что элементы пространств M_μ суть векторы, компоненты которых являются численными значениями функционалов, сопоставляемых в отображениях (1) по спискам предикатов.

Если о.м. не содержит метрических отношений равенства как часть изоморфизма $f_3 \Leftrightarrow f_4$, то, очевидно, $m = \phi$ и в о.м. (1) $A (B)$ есть качественная модель $B (A)$. При $m \neq \phi$ имеет место и количественное моделирование. Рассмотрим далее только последний случай и будем всюду явно выписывать метрическую часть изоморфизма из (1) в виде условия $G_\mu(A', B') = 0$, а обозначение $f_3 \Leftrightarrow f_4$ припишем только неметрической части изоморфизма. Таким образом, формальным условием о.м. является ⁽²⁾ истинность конъюнкции

$$(f_3 \Leftrightarrow f_4) \& (G_\mu(A', B') = 0). \quad (2)$$

Дополняя определение о.м. из ⁽²⁾, будем считать за о.м. между объектами, формализованными как A и B , отношения сходства, при которых истинность (2) влечет

$$G_\mu(A, B) = 0. \quad (3)$$

Действительно, лишь при таком понимании о.м. поведение $A (B)$ может быть точно предсказано по поведению $B (A)$ в смысле, задаваемом выбором списков предикатов.

3. Всякие отношения сходства между A и B , задаваемые соотношением, для которого конъюнкция (2) & (3) есть частный случай, будем называть субмодельными отношениями сходства, или отношениями имитирования (о.и.).

Вычисление расстояния $G_\mu(C, C')$ будем называть вычислением меры неадекватности представления C' системы C в форме μ и в смысле, задаваемом списками предикатов.

Неравенство

$$|G_\mu(A, A') - G_\mu(B, B')| \leq G_\mu(A', B') + G_\mu(A, B),$$

имеющее место при всех $\mu \in m$, для о.м., ввиду (2), (3), дает равенство $G_\mu(A, A') = G_\mu(B, B')$.

Таким образом, при о.м. меры неадекватности представлений A и B в виде A' и B' соответственно равны и этот факт не зависит от выбора меры, что соответствует известному произволу при выборе способов сравнения в рамках о.м. между объектом и моделью.

4. При ослаблении о.м. до о.и. указанное равенство мер неадекватностей представлений исходного объекта (формализуется как A) и имитатора (B) вообще не имеет места и, таким образом, может быть поставлена задача о рационализации выбора формы (μ) и смысла о.и. такими, чтобы меру неадекватности $G_\mu(B, B')$, наблюдаемую в косвенном эксперименте, максимально приблизить к искомой мере неадекватности $G_\mu(A, A')$ представления A в виде A' .

Пусть A находится в некотором о.и. с каждым B_ν из множества допустимых имитаторов, заданного множеством индексов $\nu \in n$, при всех допустимых списках f^* предикатов $f^* \equiv \{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*\}$, $\kappa \in k$, и при всех $\mu \in m$. Тогда планирование наименее неадекватного при данных ограничениях единичного косвенного эксперимента сводится к минимизации $G_\mu(A', B')$ на произведении множеств $m \times n \times k$. Ввиду единичности планируемого эксперимента слагаемое $G_\mu(A, B)$ в правой части (3) принципиально ненаблюдаемо и вообще с минимизацией $G_\mu(A', B')$ может возрастать. В связи с этим задача планирования здесь может быть связана с истинностью гипотезы в виде импликации

$$\forall \mu_1 \nu_1 \kappa_1, \forall \mu_2 \nu_2 \kappa_2 \{[(A'_1 \Leftrightarrow B'_1) \& (A'_2 \Leftrightarrow B'_2) \& (G_1(A'_1, B'_1) - G_2(A'_2, B'_2)) > 0] \rightarrow [(G_1(A, B_1) - G_2(A, B_2) + G_1(A'_1, B'_1) - G_2(A'_2, B'_2)) > 0]\}, \quad (4)$$

где нижние индексы 1 и 2 у A', B', B и G обозначают эти величины при наборах (μ_1, ν_1, κ_1) и (μ_2, ν_2, κ_2) соответственно. Можно видеть, что гипотеза (4) имеет смысл гипотезы о корректности представлений A и B в виде A' и B' при выбранных смыслах (κ), формах (μ) и объектах (ν) сравнения. Корректность вида (4) представлений A и B в виде A' и B' , как можно видеть, достаточна для планирования единичного косвенного эксперимента.

Таким образом, в отличие от случая достижения о.м., когда косвенный эксперимент имеет полную адекватность независимо от формы сравнения объектов, в случае о.и. вообще неадекватность косвенного эксперимента зависит от выбора метрики, имитатора и смысла сравнения. Поэтому при планировании единичных косвенных экспериментов в условиях сходства, которое беднее о.м., получает определенный смысл задача об оптимизации метрики, объекта и смысла эксперимента. Ясно, что в общем случае эти условия могут быть найдены лишь совместно.

Автор выражает благодарность чл.-корр. А. М. Летову за внимание к этой работе и обсуждения.

Институт проблем управления
(автоматики и телемеханики)
Москва

Поступило
4 III 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Р. В. Рывкина, А. В. Винокур, Социальный эксперимент, Новосибирск, 1968. ² Ю. А. Гастев, Модель, Философская энциклопедия, 3, М., 1964.