

Ю. В. БУРКИН

## О СУБМОДЕЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЯХ СХОДСТВА И ПЛАНИРОВАНИИ ЕДИНИЧНЫХ КОСВЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

(Представлено академиком Б. Н. Петровым 5 III 1971)

Установление отношений моделирования (о.м.) является целью при изучении отношений сходства между объектами, так как на базе о.м. могут проводиться исследования лишь одного из объектов, а результаты, не выходящие за рамки о.м., переносятся без искажений на все другие объекты, охваченные о.м. Однако процесс установления о.м. в силу различных ограничений в ряде случаев либо вообще не может быть доведен до конца без изменения смысла сходства, либо условия, обеспечивающие о.м., могут оказаться практически недостижимыми. Такая ситуация возникает, например, при изучении явлений в социальных средах (ограничения по масштабам изучаемой части объекта и по воздействиям <sup>(1)</sup>), при проведении испытаний систем на оборудовании с существенно ограниченными возможностями, при ограничениях на стоимость испытуемых систем и т. п. Часто эти ограничения дополняются тем, что даже косвенный эксперимент (т. е. с заменой объекта или условий в эксперименте) может быть лишь единичным <sup>(1)</sup>.

Рассмотрим планирование косвенных единичных экспериментов на базе отношений сходства, более слабых, чем о.м.

1. Пусть, согласно <sup>(2)</sup>, о.м. между двумя объектами формализуется в виде тройки отображений списков предикатов  $f_i, i = 1, \dots, 4$ ,

$$(A, f_1) \Rightarrow (A', f_3) \Leftrightarrow (B', f_4) \Leftarrow (B, f_2), \quad (1)$$

определенных на множествах  $A, B, A', B'$  соответственно, где  $f_3 \Leftrightarrow f_4$  — изоморфизм,  $f_1 \Rightarrow f_3$  и  $f_2 \Rightarrow f_4$  — гомоморфизм. По <sup>(2)</sup> объекты, формализованные как множества  $A$  и  $B$ , находятся в о.м.

2. Введем в рассмотрение множество  $M$  метрических пространств  $M_\mu$ , имеющих метрики  $G_\mu, \mu \in m$ , где  $m$  — множество индексов. Процессы измерений на объектах, формализуемых как  $A, B, A'$  и  $B'$ , запишем как вычисления расстояний в  $M_\mu$ , обозначаемых через  $G_\mu(A, B), G_\mu(A', B'), G_\mu(A, A')$  и  $G_\mu(B, B')$ , предполагая при этом, что элементы пространств  $M_\mu$  суть векторы, компоненты которых являются численными значениями функционалов, сопоставляемых в отображениях (1) по спискам предикатов.

Если о.м. не содержит метрических отношений равенства как часть изоморфизма  $f_3 \Leftrightarrow f_4$ , то, очевидно,  $m = \phi$  и в о.м. (1)  $A (B)$  есть качественная модель  $B (A)$ . При  $m \neq \phi$  имеет место и количественное моделирование. Рассмотрим далее только последний случай и будем всюду явно выписывать метрическую часть изоморфизма из (1) в виде условия  $G_\mu(A', B') = 0$ , а обозначение  $f_3 \Leftrightarrow f_4$  припишем только неметрической части изоморфизма. Таким образом, формальным условием о.м. является <sup>(2)</sup> истинность конъюнкции

$$(f_3 \Leftrightarrow f_4) \& (G_\mu(A', B') = 0). \quad (2)$$

Дополняя определение о.м. из <sup>(2)</sup>, будем считать за о.м. между объектами, формализованными как  $A$  и  $B$ , отношения сходства, при которых истинность (2) влечет

$$G_\mu(A, B) = 0. \quad (3)$$

Действительно, лишь при таком понимании о.м. поведение  $A (B)$  может быть точно предсказано по поведению  $B (A)$  в смысле, задаваемом выбором списков предикатов.

3. Всякие отношения сродства между  $A$  и  $B$ , задаваемые соотношением, для которого конъюнкция (2) & (3) есть частный случай, будем называть субмодельными отношениями сродства, или отношениями имитирования (о.и.).

Вычисление расстояния  $G_\mu(C, C')$  будем называть вычислением меры неадекватности представления  $C'$  системы  $C$  в форме  $\mu$  и в смысле, задаваемом списками предикатов.

Неравенство

$$|G_\mu(A, A') - G_\mu(B, B')| \leq G_\mu(A', B') + G_\mu(A, B),$$

имеющее место при всех  $\mu \in m$ , для о.м., ввиду (2), (3), дает равенство  $G_\mu(A, A') = G_\mu(B, B')$ .

Таким образом, при о.м. меры неадекватности представлений  $A$  и  $B$  в виде  $A'$  и  $B'$  соответственно равны и этот факт не зависит от выбора меры, что соответствует известному произволу при выборе способов сравнения в рамках о.м. между объектом и моделью.

4. При ослаблении о.м. до о.и. указанное равенство мер неадекватностей представлений исходного объекта (формализуется как  $A$ ) и имитатора ( $B$ ) вообще не имеет места и, таким образом, может быть поставлена задача о рационализации выбора формы ( $\mu$ ) и смысла о.и. такими, чтобы меру неадекватности  $G_\mu(B, B')$ , наблюдаемую в косвенном эксперименте, максимально приблизить к искомой мере неадекватности  $G_\mu(A, A')$  представления  $A$  в виде  $A'$ .

Пусть  $A$  находится в некотором о.и. с каждым  $B_\nu$  из множества допустимых имитаторов, заданного множеством индексов  $\nu \in n$ , при всех допустимых списках  $f^*$  предикатов  $f^* \equiv \{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*\}$ ,  $k \in k$ , и при всех  $\mu \in m$ . Тогда планирование наименее неадекватного при данных ограничениях единичного косвенного эксперимента сводится к минимизации  $G_\mu(A', B')$  на произведении множеств  $m \times n \times k$ . Ввиду единичности планируемого эксперимента слагаемое  $G_\mu(A, B)$  в правой части (3) принципиально ненаблюдаемо и вообще с минимизацией  $G_\mu(A', B')$  может возрастать. В связи с этим задача планирования здесь может быть связана с истинностью гипотезы в виде импликации

$$\forall \mu_1 \nu_1 \kappa_1, \forall \mu_2 \nu_2 \kappa_2 \{[(A'_1 \Leftrightarrow B'_1) \& (A'_2 \Leftrightarrow B'_2) \& (G_1(A'_1, B'_1) - G_2(A'_2, B'_2)) > 0] \rightarrow [(G_1(A, B_1) - G_2(A, B_2) + G_1(A'_1, B'_1) - G_2(A'_2, B'_2)) > 0]\}, \quad (4)$$

где нижние индексы 1 и 2 у  $A', B', B$  и  $G$  обозначают эти величины при наборах  $(\mu_1, \nu_1, \kappa_1)$  и  $(\mu_2, \nu_2, \kappa_2)$  соответственно. Можно видеть, что гипотеза (4) имеет смысл гипотезы о корректности представлений  $A$  и  $B$  в виде  $A'$  и  $B'$  при выбранных смыслах ( $\kappa$ ), формах ( $\mu$ ) и объектах ( $\nu$ ) сравнения. Корректность вида (4) представлений  $A$  и  $B$  в виде  $A'$  и  $B'$ , как можно видеть, достаточна для планирования единичного косвенного эксперимента.

Таким образом, в отличие от случая достижения о.м., когда косвенный эксперимент имеет полную адекватность независимо от формы сравнения объектов, в случае о.и. вообще неадекватность косвенного эксперимента зависит от выбора метрики, имитатора и смысла сравнения. Поэтому при планировании единичных косвенных экспериментов в условиях сродства, которое беднее о.м., получает определенный смысл задача об оптимизации метрики, объекта и смысла эксперимента. Ясно, что в общем случае эти условия могут быть найдены лишь совместно.

Автор выражает благодарность чл.-корр. А. М. Летову за внимание к этой работе и обсуждения.

Институт проблем управления  
(автоматики и телемеханики)  
Москва

Поступило  
4 III 1971

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Р. В. Рывкина, А. В. Винокур, Социальный эксперимент, Новосибирск, 1968. <sup>2</sup> Ю. А. Гастев, Модель, Философская энциклопедия, 3, М., 1964.