

Я. Е. ГЕГУЗИН

СЛИЯНИЕ ВЯЗКИХ СФЕР ПОД ВЛИЯНИЕМ СИЛ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ

(Представлено академиком И. М. Лифшицем 12 III 1971)

К исследованию процесса слияния вязких сфер под влиянием сил поверхностного натяжения я обратился в связи с изучением механизма и кинетики спекания порошков, в частности, из аморфных веществ. Можно однако надеяться, что сформулированная задача представляет интерес и для проблемы поведения жидкости в невесомости, где, в частности, слияние жидких капель будет определяться лишь стремлением системы к уменьшению свободной поверхностной энергии.

Рассмотрим каплю жидкости вещества А с плотностью ρ_A , находящуюся в жидкой среде вещества В с плотностью ρ_B , с которым А не смешивается. Форма капли А будет определяться одновременным действием двух давлений: лапласовского, которое обусловлено наличием изогнутой границы раздела между А и В (P_L) и гравитационного (P_g), наличие которого обусловлено разностью плотностей ρ_A и ρ_B . Имея в виду сферическую каплю вещества А радиуса R , можно записать следующие формулы, определяющие P_L и P_g : $P_L \simeq 2\alpha/R$; $P_g \simeq \frac{4}{3} Rg\Delta\rho$, где α — поверхностное натяжение на границе А и В, g — ускорение силы тяжести, $\Delta\rho = \rho_A - \rho_B$. Очевидно, искажающим влиянием давления P_g на форму капли можно пренебречь при условии $P_g \ll P_L$ или, что то же, при $R \ll \left(\frac{3}{2} \frac{\alpha}{g\Delta\rho}\right)^{1/2}$. Записанное неравенство будет заведомо выполняться для сферических капель любого размера либо при $g = 0$ (истинная невесомость!), либо при $\Delta\rho = 0$. В указанных случаях влияние гравитационного поля исключается и все преобразования формы капли, если вязкость окружающей ее среды $\eta_B \ll \eta_A$, могут быть обусловлены лишь наличием поверхности раздела капля — среда, вдоль которой имеется градиент кривизны. Эти преобразования завершатся формированием сферической капли, вдоль поверхности которой градиент кривизны отсутствует.

Проведенные опыты заключались в следующем. В подсоленную воду помещались две крупные капли эпоксидной смолы ($R = 5-25$ мм). Подбором степени солёности воды и температуры можно было добиться выполнения условия $\Delta\rho = 0$, когда капли приобретали строго сферическую форму. Сферы эпоксидной смолы приводились в контакт и процесс их слияния кинематографировался со скоростью 24 кадра в секунду. В условиях проводившихся опытов слияние сфер эпоксидной смолы было свободным, не заторможенным окружающей их водой, так как вязкость эпоксидной смолы была значительно больше вязкости воды. Типичная последовательность кинокадров приведена в кинограмме (рис. 1).

В связи с предысторией сферы эпоксидной смолы содержали большое количество микроскопических газовых включений. В процессе вязкого течения смолы эти включения играли роль реперов, благодаря которым можно было следить за происходящими потоками, преобразующими форму капли. Оказалось, что в начале процесса перемещается смола лишь в приконтактной области; в удаленных частях сфер смола остается неподвижной. По мере роста контактного перешейка область, в которой происходит

вязкое течение, расширяется симметрично относительно плоскости исходного контакта между сферами.

Задача о слиянии двух вязких сфер под действием сил поверхностного натяжения теоретически рассматривалась Я. И. Франкелем ⁽¹⁾, который описывал кинетику процесса, приравнивая скорость уменьшения поверхностной энергии скорости диссипации энергии вследствие вязкого течения вещества сфер. К сожалению, в ⁽¹⁾ были рассмотрены лишь два предельных случая. Первый относится к начальной стадии процесса, когда радиус

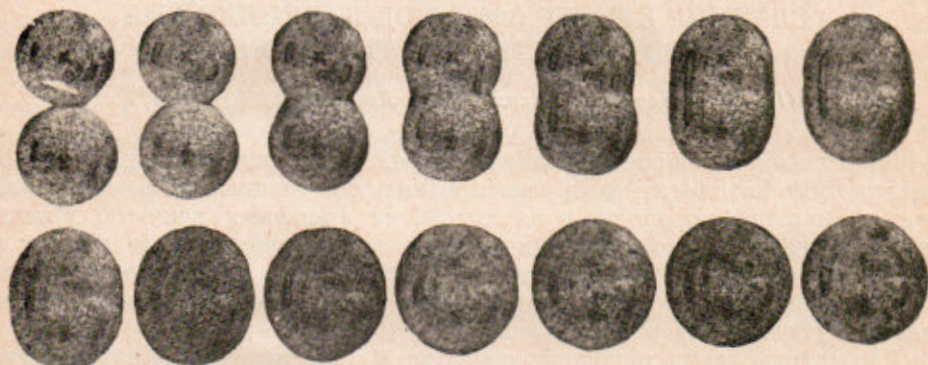


Рис. 1. Слияние двух сфер эпоксидной смолы, $\Delta t = 4$ сек

контактного перешейка $x \ll R_0$, а второй — к заключительной стадии, когда форма слившихся капель мало отличается от сферической, т. е. когда $x \simeq 2^{2/3}R_0$. Решения ⁽¹⁾ таковы.

1) $x \ll R$.

$$\xi^2 = \frac{x^2(t)}{R} = \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\eta R} t = \frac{3}{2} \tau \quad (1)$$

и расстояние между центрами сливающихся сфер

$$\kappa = \frac{l(t)}{R} = 2 \left(1 - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\eta R} t \right) = 2 - \frac{3}{4} \tau. \quad (2)$$

Приведенные формулы получены в предположении, что на начальной стадии сливающиеся сферы сохраняют свою форму вдоль всей поверхности, кроме области контактного перешейка.

2) $x \simeq 2^{2/3}R$.

Если поверхность почти сферической капли описать уравнением

$$r = q_0 + \sum_n q_n Y_n(\theta, \varphi), \quad (3)$$

где r — расстояние точек поверхности от центра, а $Y_n(\theta, \varphi)$ — шаровая функция n -го порядка, то

$$q_n = q_{n0} \exp \left(- \frac{n}{4\pi} \tau \right).$$

Из приведенных формул следует, что на всех этапах процесса слияния вязких сфер его кинетика зависит от безразмерного времени $\tau = \frac{\alpha}{\eta R} t$.

Анализ контуров сливающихся сфер и временных зависимостей $\xi(t)$ и $\kappa(t)$ (рис. 2) свидетельствует, что реальная кинетика слияния вязких сфер, во всяком случае на ранних стадиях процесса, отличается от описываемой соотношениями (1) и (2). Существенная особенность реального процесса заключается в том, что вязкое преобразование формы соприкасающихся сфер происходит под влиянием суммы двух давлений, из которых одно обусловлено кривизной контактного перешейка $K_{\pi} = 1/r - 1/x$,

а второе — кривизной поверхности собственно сфер $K_c = 2/R$. Кроме заключительной стадии процесса, когда сливающиеся сферы уже теряют свою индивидуальность, можно различать три этапа, соответствующих следующим соотношениям между названными кривизнами: $K_n \gg K_c$; $K_n \sim K_c$; $K_n \ll K_c$.

Обсудим экспериментальные кривые $\frac{x}{R}(t)$ и $\frac{l}{R}(t)$, имея в виду записанные неравенства между кривизнами.

$K_n \gg K_c$. Анализ профилей области и контактного перешейка свидетельствует о том, что на этом этапе диаметр контактного перешейка имеет

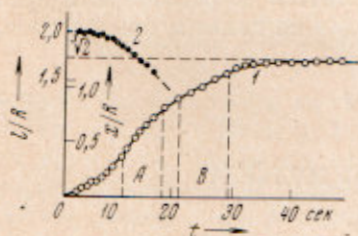


Рис. 2

Рис. 2. Зависимости x/R (1) и l/R (2) от времени

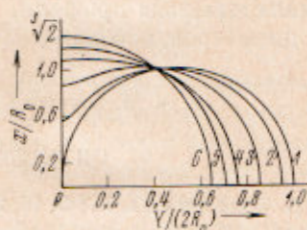


Рис. 3

Рис. 3. Нормализованные профили сливающихся сфер при различных значениях τ : 1 — 0; 2 — 0,30; 3 — 0,44; 4 — 0,76; 5 — 0,89; 6 — 1,26

величину, меньшую, чем та, которая должна была бы быть при данном сближении центров, если бы геометрия перешейка и кинетика процесса описывались приближением, принятым Я. И. Френкелем. Из опыта следует, что вязкое течение вещества по направлению от прямой, соединяющей центры, происходит не только в области вогнутого участка поверхности перешейка, но и в области прилегающих к нему выпуклых участков поверхности сфер. Это обстоятельство представляется естественным, так как давление, создаваемое вогнутыми участками поверхности, проявляет себя и вдали от этой поверхности. Приближенно оно оценивается известным соотношением $P_\lambda \simeq P_\lambda(r/\lambda)^3$, $P_\lambda \simeq a/r$, где λ — расстояние от центра кривизны поверхности перешейка до точки, в которой определяется напряжение P_λ , направленное против P_λ , будет превосходить сжимающее лапласовское давление, приложенное к поверхности сфер ($P_\lambda \simeq 2a/R$), вплоть до $\lambda \sim (r^2 R)^{1/2}$. Именно это и объясняет экспериментально обнаруженное замедленное нарастание ξ со временем на начальном этапе процесса.

В конце обсуждаемого этапа зависимость $\xi(t)$ приближается к квадратичной. Квадратичная зависимость между ξ и t , строго говоря, может считаться выполняющейся, начиная с некоторого значения $\xi = \xi_{AO}$ (при $t = t_{AO}$), и имеет смысл не точного решения задачи, а некоторой удовлетворительной аппроксимации, годной на ограниченном этапе процесса до $t = t_{AK}$.

Легко показать, что в приближении френкелевской геометрии справедливым является соотношение

$$\xi^2 = \xi_{AO}^2 + \frac{3}{2}(\tau - \tau_{AO}). \quad (4)$$

$K_n \sim K_c$. На этом участке ведущая роль от давления $P_n = aK_n$ переходит к давлению $P_c = aK_c$.

$K_n \ll K_c$. На этом участке процесса, когда его скорость определяется давлением $P_c = 2a/R$, закон $\xi(t)$ может быть оценен, если процесс описывать с помощью ньютоновского соотношения $\epsilon = tP_c/\eta$, где $\epsilon = dx/x$ —

безразмерная деформация перешейка. Из последнего соотношения с учетом граничных условий $\xi = \xi_{vo}$ при $\tau = \tau_{vo}$ следует

$$\xi = \xi_{vo} e^{2(\tau - \tau_{vo})}, \quad (5)$$

или

$$\xi = \xi_{vo} [1 + 2(\tau - \tau_{vo})], \quad (6)$$

если $\tau - \tau_{vo} \ll 1/2$. Последнее неравенство ограничивает временной интервал, при котором линейная аппроксимация может оказаться удовлетворительной.

Опытами, выполненными со сферами разных радиусов, мы убедились, что профили сливающихся сфер, изображенные в безразмерных координатах x/R и $Y/(2R)$ однозначно определяются безразмерными временами τ . Нормализованные профили, построенные по данным опытов со сферами разных диаметров, изображены на рис. 3.

Харьковский государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило
22 III 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 Я. И. Френкель, ЖТФ, 16, 29 (1946).