Доклады Академии наук СССР
1972. Том 202, № 2

УДК 622.270

ГЕОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН СССР В. В. РЖЕВСКИЙ, Л. К. ЛИБЕРМАН, Г. П. ЧЕРЕПАНОВ

К ПРОБЛЕМЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ГОРНЫХ РАБОТ

Необходимость поисков оптимальных решений при проектировании и производстве горных работ определяется наличием противоречивых требований обеспечения безопасности для людей и машин в горных выработках, с одной стороны, и стремления к максимальному извлечению полезных ископаемых из недр — с другой.

Ниже предлагается общая постановка проблемы оптимального проектирования и планирования горных работ и схема математического метода изучения таких вопросов, сводящая их к некоторой проблеме теории оптимального управления. В более простой и приближенной постановке задача приводится к серии однотипных проблем теории программирования. Исходными данными является система установления физико-технических параметров образцов горной породы и массива пород на основе лабораторных, геофизических и натурных измерений с учетом динамики развития горных работ. Заключительным этапом является решение поставленных конкретных задач на универсальных или специализированных ЭЦВМ.

1. Общий математический подход к изучениию проблемы оптимального проектирования. Первый этап исследования состоит в геофизическом и лабораторном изучении механических и прочностных свойств пород в окрестности предполагаемой горной выработки или области, подлежащей разработке. Важнейшие минералогические и физико-технические характеристики пород следующие: объемный вес, пористость, модуль Юнга, влажность, пределы прочности на сжатие, растяжение, сдвиг, коэффициенты внутреннего трения и сцепления, структура пласта, естественная трещиноватость, наличие различных включений и т. д. ([1]). Полученные данные обрабатываются методом интерполяции и экстраполяции в виде некоторых топографических поверхностей, описывающих распределение того или другого показателя в пространстве. В дальнейшем в процессе производства горных работ эти показатели изменяются и уточняются, вследствие чего топографические поверхности будут испытывать изменение также во времени.

Методы механики позволяют сформулировать на основе полученных данных: а) систему локальных определяющих (реологических) уравнений в каждой точке пространства горного отвода, б) условие локального разрушения в каждой точке, которое будем трактовать как некоторое условие предельного состояния (т. е. учитывая возможность последующего развития области предельного состояния; последнее происходит чаще всего вдоль тектонических или других трещин).

Часто первостепенное значение в практических оценках приобретает учет влажности пород и тесно связанный с ним совместный анализ уравнений фильтрации и движения грунтовых вод. Поэтому в полной системе уравнений должна учитываться двухфазность горных пород, при которой предельное состояние может достигаться вследствие совместного действия грунтовых вод и горного давления.

Эти уравнения (вместе с уравнениями равновесия и кинематическими уравнениями) принципиально позволяют определить поле напряжений и деформаций в горном массиве, а также его устойчивость или неустойчивость для любой конкретной формы выработки.

Практически приходится решать гораздо более сложную обратную задачу: каким образом провести выработку (и какую технологию при этом использовать), чтобы обеспечить максимум удельной добычи полезного ископаемого и удовлетворить требованиям безопасности (или устойчивости) и экономичности.

Принципиальная постановка этой задачи представляется следующей. Пусть параметры $x_1, x_2, \ldots, x_n$ определяют форму и размер выработки (это могут быть, например, ширина, глубина, объем выработки и т. д.; число параметров n зависит от метода решения). Напряжения и деформации в горном массиве являются (неявными) функциями этих параметров.

В процессе проведения горных работ параметры $x_1, x_2, \ldots, x_n$ изменяются. Закон их изменения описывается некоторой системой дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n, u_1, u_2, \ldots, u_l). \tag{1}$$

Здесь t — время, $u_1, u_2, \ldots, u_l$ — совокупность управляющих параметров, задающих, например, распределение людских и технических средств, транспорта и т. п. Управляющие параметры представляют собой точку некоторого допустимого (из дополнительных условий) множества значений. Функции f_i определяются техническими возможностями и технологией и для заданных $x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_l$ их можно считать известными.

Если управление задано, т. е. $u_1, \ldots, u_l$ являются известными функциями времени, то из дифференциальных уравнений (1) можно отыскать $x_1, \ldots, x_n$. Однако при произвольно заданных функциях $u_1(t), \ldots, u_l(t)$, вообще говоря, не будет выполняться условие безопасности и условие максимальной отдачи месторождения, т. е. условие максимума функции

$$\frac{dm}{dt} = G(x_1, x_2, \ldots, x_n, u_1, u_2, \ldots, u_l). \tag{2}$$

Здесь m — масса добытого полезного ископаемого, G — заданная функция, определяемая техническими возможностями (и технологией).

Оптимизирующий функционал в зависимости от конкретных условий, вообще говоря, может быть отличным от указанного (например, им могут служить: наибольшая производительность труда, максимальная экономическая эффективность и т. д.).

Существенно подчеркнуть, что при математически корректной постановке задачи допускается оптимизация только одного функционала (или параметра системы). Границы изменения остальных параметров должны быть заданы.

Поэтому задача ставится следующим образом. Требуется найти такие управляющие функции $u_1(t), u_2(t), \ldots, u_l(t)$, чтобы выполнялось условие minimax'а

$$\frac{dm}{dt} = \max G(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_l) \tag{3}$$

и требование безопасности сооружения. Кроме того, величина m должна быть достаточно большой (в зависимости от основного фонда), чтобы выполнялось условие экономической эффективности месторождения.

Таким образом, мы пришли к некоторой проблеме теории оптимального управления ([2]) (при $l > 1$ ее можно трактовать также как относящуюся к теории неантагонистических игр). Значительное (и весьма усложняющее) обстоятельство этой задачи по сравнению с традиционными ([2]) состоит в необходимости удовлетворения дополнительных требований безопасности.

Чтобы выяснить характер этого усложнения, перейдем к дискретной схеме. Выбрав некоторую конечную систему сечений в области, занятой горным массивом, и используя, например, наиболее удобный метод конечных элементов ([3]), приходим к системе уравнений

$$g_j(y_1, y_2, \ldots, y_N, x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots, N). \tag{4}$$

Здесь $y_1, y_2, \ldots, y_N$ — некоторые характерные искомые функции, например смещения в узловых точках. Символы g_j представляют собой некоторые обычные (вообще говоря, разрывные) функции от величины внутри скобки в случае упруго-пластических сред (в этом случае рассматривае-

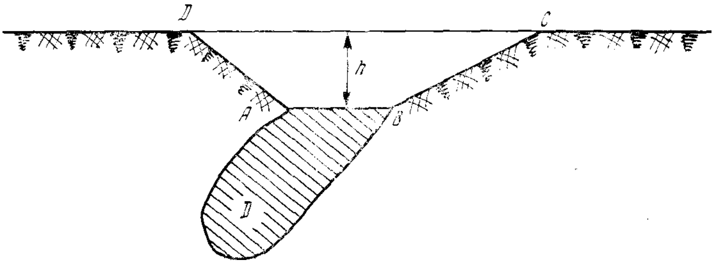

Рис. 1

мая система будет системой динамического программирования ([4])); в случае наследственных сред g_j будут определенными функционалами по времени.

Искомые величины $y_1, y_2, \ldots, y_N$ должны удовлетворять локальным условиям безопасности (или устойчивости), которые, согласно принятой концепции предельного состояния, можно записать в следующем виде:

$$\varphi_\alpha(y_1, y_2, \ldots, y_N) \leqslant 0 \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, M), \tag{5}$$

где φ_α — некоторые функции. Знак равенства в (5) означает, что в принятой постановке задачи допускаются области предельного состояния; при необходимости от этого можно отказаться, что лишь упростит решение.

Следовательно, на основании (4) и (5) требование безопасности сооружения приводит к тому, что задача оптимального управления (1), (3) должна решаться во вполне определенной области измерения переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$; эта область задается в неявном виде соотношениями (4) и (5).

2. Упрощенные подходы. Представляют интерес упрощенные подходы, оставляющие большие возможности при решении конкретных задач. Прежде всего, такое упрощение представляется при использовании априорного принципа, согласно которому решение поставленной задачи оптимального управления достигается на границе области (4), (5). Этот принцип кажется физически очевидным, однако строгое его доказательство весьма затруднительно. Другое упрощение представляется, если считать, что оптимизирующий функционал (3) не зависит от величин $u_1, u_2, \ldots, u_l$.

Принятие этих двух упрощений приводит к некоторой обратной задаче механики твердых деформируемых сред об отыскании тел определенной формы с заданными свойствами. Одна задача такого рода была решена, например, в работе ([4]).

Приведем пример. Пусть однородное и изотропное полупространство из упруго-пластического материала содержит рудное тело, занимающее область D (рис. 1). Для простоты обозначений задачу будем считать плоской. Примем в качестве базовой (т. е. заранее задаваемой) характеристики открытой выработки $ABCD$ величину прямолинейного отрезка AB, а в качестве параметра времени — глубину выработки h.

Тогда задача ставится так: для любого h требуется найти такие контуры бортов AD и BC, которые удовлетворяли бы определенному условию оптимальности и отвечали бы моменту нарушения устойчивости. В качестве условия оптимальности можно потребовать, чтобы площадь области $ABCD$ была минимальной (поскольку экономические затраты, связанные в основном с земляными работами, грубо говоря, пропорциональны этой площади).

Таким образом, мы приходим к четко поставленной математической задаче, которая для каждого h формулируется как некоторая задача программирования.

Разумеется, указанная упрощенная постановка (в частности, выбор оптимизирующего функционала) может обслуживать только сравнительно узкий круг вопросов оптимального проектирования и планирования горных работ, и ее следует рассматривать скорее как частную иллюстрацию общего метода.

В реальных условиях из-за неполной информации о залежах и всем пространстве горного отвода предлагаемый детерминированный подход следует дополнять статистическим исследованием оценок точности полученных решений.

Неполнота информации о горном массиве в начале горных работ существенно усложняет проблему оптимального проектирования. Постоянное пополнение и уточнение информации, получаемой о горном массиве в период производства горных работ, требует последовательной корректировки проекта выработки. Это усложнение в принципе не влияет на указанный общий математический подход, но существенно увеличивает объем вычислений, поскольку требует проведения новых, уточняющих расчетов через определенные, заранее выбранные промежутки времени.

Поступило
7 V 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. В. Ржевский, Г. Я. Новик, Основы физики горных пород, «Наука», 1964. [2] Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский и др., Математическая теория оптимальных процессов, М., 1961. [3] O. C. Zienkiewicz, V. K. Chung, The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, 1967. [4] Г. П. Черепанов, Тр. Всесоюзн. конфер. по мех. горных пород, Алма-Ата, 1965.