Доклады Академии наук СССР
1972. Том 202, № 3

УДК 530.12 **ФИЗИКА**

Н. П. БОНДАРЕНКО, П. К. КОБУШКИН

НЕКОТОРЫЕ КОНФОРМНО-ПЛОСКИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АКСИАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

(Представлено академиком В. А. Фоком 21 VI 1971)

Как известно ([1]), использование конформно-плоского линейного элемента в космологии значительно облегчает интерпретацию световых и радиосигналов. К тому же наблюдательные данные указывают на отсутствие эффекта дисторсии ([2]), что возможно только в конформно-плоском пространстве. Однако космологические модели однородной изотропной вселенной, базирующиеся на линейном элементе Робертсона — Уолкера ([3]), сталкиваются с рядом затруднений (сингулярность в начальный момент эволюции, малая шкала времени и др. ([4], [5])) и притом плохо согласуются с наблюдательными данными ([6]). В работе обратимся к рассмотрению частного вида анизотропных, неоднородных моделей. Будем исследовать конформно-плоский линейный элемент аксиальной симметрии

$$ds^2 = e^{\mu(r,\,\theta,\,\tau)}[d\tau^2 - dr^2 - S^2(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)], \quad (S_+ = \sin r,\ S_- = \operatorname{sh} r,\ S_0 = r), \tag{1}$$

являющийся обобщением линейного элемента Робертсона — Уолкера.

Решение уравнений поля Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - {}^1/{}_2 g_{\mu\nu}R = -\varkappa T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \tag{2}$$

для линейного элемента (1) в сопутствующей системе координат ($T_4{}^1 = T_4{}^2 = 0$) при отсутствии напряжений, обусловленных вязкостью ($T_2{}^1 = 0$), и равенстве нормальных давлений ($T_1{}^1 = T_2{}^2 = T_3{}^3$) приводит к соотношению $\mu(r, \theta, \tau) = -2\ln H$, где

$$H_+ = K\cos r + C_0 \sin r\cos\theta + g(\tau), \qquad H_- = K \operatorname{ch} r + C_0 \operatorname{sh} r \cos\theta + g(\tau),$$
$$H_0 = Kr^2 + C_0 r\cos\theta + g(\tau). \tag{3}$$

Здесь K, C_0 — произвольные постоянные, $g(\tau)$ — произвольная функция. При $K = C_0 = 0$ решения (3) переходят в метрику Робертсона — Уолкера.

Анализ решений (3), с точки зрения теории хронометрических инвариантов (х.и.) Зельманова ([7]), показывает, что космологические модели, ими описываемые, являются неоднородными и анизотропными в смысле критериев Зельманова. Далее, рассмотрим более подробно метрику H_-. В этом случае х.и. давление и плотность имеют следующие значения:

$$\varkappa p = 2H_+(\ddot{g} + g) - \varkappa\rho; \tag{4}$$

$$\varkappa\rho = 3(g^2 - K^2 - C_0^2 + \dot{g}^2) + \Lambda, \quad \dot{g} = dg/d\tau; \tag{5}$$

гауссова кривизна:

$$C_G = g^2 - k^2 - C_0^2; \tag{6}$$

х.и. объем $V = \int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi} \left|\dfrac{\sin^2 r\sin\theta}{H_+^3}\right| dr\,d\theta\,d\rho$: при $\Delta \equiv k^2 + C_0^2 - g^2 \geqslant 0$

$$V \to \infty,$$

а при $\Delta < 0$

$$V = 2\pi^2 / (-\Delta)^{3/2}. \qquad (7)$$

Из соотношений (4) — (7) видно, что в случае метрики H_+ возможны четыре типа пространств:

1) пространство нулевой гауссовой кривизны ($C_G = 0$, $\rho = \rho_{кр} = 3\dot{g}^2 + \Lambda$, $V \to \infty$);

2) пространство отрицательной гауссовой кривизны ($C_G < 0$, $\rho < \rho_{кр}$, $V \to \infty$);

3) пространство положительной гауссовой кривизны ($C_G > 0$, $\rho > \rho_{кр}$, $V = \dfrac{2\pi^2}{(-\Delta)^{3/2}}$);

4) пространство постоянной кривизны при $g(\tau) = a \sin \tau + b \cos \tau$, ($a$, $b = \mathrm{const}$).

Отметим, что возможность реализации всех четырех типов пространств в ходе эволюции одной модели пока не ясна, потому что величина Δ, критическая для объемов, является критической и для метрики в том смысле, что при $\Delta \geqslant 0$ на некоторой гиперповерхности $ds^2 \to \infty$. Но, по-видимому, эта сингулярность является координатной, так как инвариант тензора Римана $J = R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\nu\delta} = 12\left\{\left[\frac{\varkappa}{2}\left(p + \frac{\rho}{3}\right) + \frac{\Lambda}{3}\right]^2 + \left[\frac{\varkappa\rho}{3} - \frac{\Lambda}{3}\right]^2\right\}$ на этой гиперповерхности конечен.

Аналогичные результаты имеют место и для метрики H_0. Только пространство постоянной кривизны будет при $g(\tau) = -K\tau^2 + B\tau + C$ (B, $C = \mathrm{const}$). В случае же метрики H_- при $C_G < 0$ возможны в зависимости от давления конечные и бесконечные объемы.

Воспользовавшись уравнениями поля Эйнштейна в х.и. форме ([7]), можно показать, что космологические модели, описываемые решениями (3), могут проходить через регулярный минимум. При этом условием регулярного минимума является соотношение $H\ddot{g} < 0$ при $\dot{g} = 0$. **Отсюда ясно**, что регулярный минимум при положительной плотности и $\Lambda = 0$ возможен только для пространства типа 3): $C_G > 0$.

Легко показать, следуя ([8], [9]), что в моделях (3) красное смещение в спектрах далеких источников обусловлено совокупностью эффекта Допплера и эффекта Эйнштейна и является анизотропным ([10]).

Институт теоретической физики
Академии наук УССР
Киев

Поступило
17 VI 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, М., 1951. [2] J. Kristian, Astrophys. J., **147**, 864 (1967). [3] R. C. Tolman, Relativity, Thermodynamics and Cosmology, London — N. Y., 1956. [4] A. Raychaudhuri, Phys. Rev., **98**, 1123 (1955). [5] А. Л. Зельманов, Физ. энц. словарь, **2**, Космология, М., 1962. [6] G. Paal, Magyar tud akad. Csillagvizsg. int. közl., № 54 (1964). [7] А. Л. Зельманов, Тр. VI совещ. по вопросам космологии, Изд. АН СССР, 1959. [8] А. Л. Зельманов, ДАН, **107**, 815 (1956). [9] J. Kristian, R. K. Sachs, Astrophys. J., **143**, 379 (1966). [10] Н. П. Бондаренко, Препринт ИТФ-71-16Р, Киев, 1971.