КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Том 18 1973 Вып. 2

УДК 548.0 : 535.56

Б. В. БОКУТЬ, А. Н. СЕРДЮКОВ, Ф. И. ФЕДОРОВ
и Н. А. ХИЛО

О ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНЫХ СРЕД

Показано, что обычно используемые материальные соотношения для оптически активных кристаллов непригодны при описании пространственно неоднородных сред, включая и случай сред с резкой границей раздела. Проведено обобщение материального уравнения для непоглощающих неоднородных оптически активных кристаллов и на этой основе получена корректная форма граничных условий в электродинамике таких сред. Для иллюстрации решены граничные задачи в простейшем случае изотропной среды.

В рамках общепринятого подхода в феноменологической теории естественной оптической активности [1] непосредственное получение корректных граничных условий затруднено (ср., напр., результаты [2] и [3]). Исходя из возможности новой формулировки материальных уравнений [4–6] для оптически активных сред, соответствующее рассмотрение было проведено в [4], а также в [3].

В настоящем сообщении материальное уравнение [1] для непоглощающих оптически активных кристаллов обобщается на случай неоднородных сред и на этой основе устанавливается корректная форма граничных условий. Их применение иллюстрируется на примере граничных задач для изотропной полубесконечной среды и плоскопараллельной пластинки при нормальном падении излучения.

1. Следуя [1] (§ 83), будем исходить из уравнений Максвелла для трех векторов **E**, **D** и **B**

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \tag{2}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = 0, \tag{4}$$

не вводя вектора магнитной напряженности и полагая все индуцируемые в среде усредненные токи включенными в определение электрической индукции **D**. Феноменологическое описание оптической активности в случае однородной среды достигается, как известно, введением в связь между векторами **D** и **E** членов, линейно зависящих от градиентов **E**. В случае неоднородной среды единственным возможным обобщением такой связи будет соотношение

$$D_i = \varepsilon_{ik}E_k + \alpha_{ikl}\partial_k E_l + \partial_k \beta_{ikl} E_l. \tag{5}$$

Заметим, что для однородной среды два последних члена в (5) можно объединить в виде $(\alpha_{ikl} + \beta_{ikl})\partial_k E_l$ и соответствующее рассмотрение свести к [1].

Выясним, какие ограничения налагает требование закона сохранени энергии электромагнитного поля в неоднородной среде на свойства тензо ров α_{ikl} и β_{ikl}, характеризующих оптическую активность. С этой целью, ис пользуя (5), попытаемся представить вытекающее из (1), (3) соотно шение

$$c\,\mathrm{div}[\mathbf{EB}]+\mathbf{B}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}+\mathbf{E}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}=0 \qquad (6$$

в форме уравнения непрерывности

$$\mathrm{div}\,\mathbf{S}+\frac{\partial w}{\partial t}=0. \qquad (7$$

Подставляя (5) в (6), с учетом симметрии ε_{ik} получим

$$c\,\mathrm{div}[\mathbf{EB}]+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}\varepsilon\mathbf{E}+\mathbf{B}^2)+E_i\alpha_{ikl}\partial_k\dot{E}_l+E_i\partial_k\beta_{ikl}\dot{E}_l=0. \qquad (8$$

Далее остается представить два последних слагаемых в (8) $A=E_i\alpha_{ikl}\partial_k\dot{E}_l+E_i\partial_k\beta_{ikl}\dot{E}_l$ в виде суммы производной по времени от некоторого скаляр и дивергенции некоторого вектора. При этом следует учитывать возмож ную зависимость тензоров α_{ikl} и β_{ikl} от координат. Вводя обозначения

$$\alpha_{ikl}=\overset{s}{\alpha}_{ikl}+\overset{a}{\alpha}_{ikl},\quad \beta_{ikl}=\overset{s}{\beta}_{ikl}+\overset{a}{\beta}_{ikl},$$

где

$$\overset{s}{\alpha}_{ikl}=(\alpha_{ikl}+\alpha_{ilk})/2=\overset{s}{\alpha}_{ilk},\ \overset{s}{\beta}_{ikl}=(\beta_{ikl}+\beta_{kil})/2=\overset{s}{\beta}_{kil},$$

$$\overset{a}{\alpha}_{ikl}=(\alpha_{ikl}-\alpha_{ilk})/2=-\overset{a}{\alpha}_{ilk}=e_{klm}\alpha_{in},$$

$$\overset{a}{\beta}_{ikl}=(\beta_{ikl}-\beta_{kil})/2=-\overset{a}{\beta}_{kil}=e_{ikm}\beta_{ml}$$

(e_{ijk} — псевдотензор Леви — Чивита), преобразуем выражение A к следую щему виду:

$$A=\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}\alpha\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E})+\mathrm{div}[\tilde{\alpha}\dot{\mathbf{E}},\mathbf{E}]+\mathbf{E}\,\mathrm{rot}(\beta-\tilde{\alpha})\dot{\mathbf{E}}+$$

$$+E_i\overset{s}{\alpha}_{ikl}\partial_k\dot{E}_l+E_i\partial_k\overset{s}{\beta}_{ikl}\dot{E}_l,$$

где $\alpha=(\alpha_{ik})$, $\beta=(\beta_{ik})$ — некоторые псевдотензоры второго ранга. Отсю ясно, что A представится в требуемой форме, если $\beta=\tilde{\alpha}$ и $\overset{s}{\alpha}_{ikl}=\overset{s}{\beta}_{ikl}=$ т. е. если материальное уравнение (5) имеет вид

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}+\alpha\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}+\mathrm{rot}\,\tilde{\alpha}\mathbf{E}. \qquad (9$$

Соотношение (6) теперь принимает форму уравнения непрерывности (с вектором Пойнтинга

$$\mathbf{S}=\frac{c}{4\pi}[\mathbf{EB}]-\frac{1}{4\pi}[\mathbf{E},\tilde{\alpha}\dot{\mathbf{E}}] \qquad (1$$

и плотностью энергии

$$w=\frac{1}{8\pi}(\mathbf{E}\varepsilon\mathbf{E}+\mathbf{B}^2+2\mathbf{E}\alpha\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}). \qquad (1$$

Для однородных оптически активных сред закон сохранения энерг в такой же форме был сформулирован ранее в [3]. Полагая в последн случае α независящим от координат, материальное уравнение (9) мож переписать в виде

$$\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}+[\gamma\nabla,\ \mathbf{E}], \qquad (1$$

где тензор оптической активности второго ранга γ связан с тензором α в (9) следующим образом:

$$\gamma = Sp\,\alpha - \tilde{\alpha}, \qquad \alpha = Sp\,\gamma/2 - \tilde{\gamma}.$$

На основе принципа симметрии кинетических коэффициентов материальное уравнение (12) было получено для непоглощающей однородной среды в [1].

Таким образом, следует подчеркнуть, что материальное уравнение для непоглощающих оптически активных кристаллов обычного вида (12) применимо только в случае однородных сред. Для неоднородных сред при произвольной зависимости тензоров диэлектрической проницаемости и оптической активности от координат, включая и случай, когда эти величины меняются скачком, как это имеет место на границе двух сред, вместо (12) следует применять соотношение (9).

2. В этой связи исследуем вопрос о граничных условиях для электромагнитного поля в средах с оптической активностью. Стандартная процедура непосредственного интегрирования уравнений Максвелла (1)–(4) с использованием уравнения связи (9) приводит к граничным условиям ($\mathbf{q}$ – нормаль к поверхности раздела сред 1 и 2)

$$[\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2,\ \mathbf{q}] = 0, \tag{13}$$

$$(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\,\mathbf{q} = 0, \tag{14}$$

$$[\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2, \mathbf{q}] = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}[\tilde{\alpha}_1\mathbf{E}_1 - \tilde{\alpha}_2\mathbf{E}_2, \mathbf{q}], \tag{15}$$

$$(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2)\,\mathbf{q} = \mathrm{rot}\,(\tilde{\alpha}_1\mathbf{E}_1 - \tilde{\alpha}_2\mathbf{E}_2)\,\mathbf{q}, \tag{16}$$

полученным ранее в [3].

В [7] отмечалось, что тангенциальные составляющие магнитной и нормальные составляющие электрической индукций могут претерпевать скачок на границе раздела двух сред даже при отсутствии внешних поверхностных источников. Однако в случае оптически активных сред полученные в [7] так называемые индуцированные поверхностные плотности тока и заряда

$$\mathbf{i} = -\frac{1}{4\pi}\int_1^2 dl\,\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \sigma = \frac{1}{4\pi}\int_1^2 dl\,[\mathbf{q}[\mathbf{D}\mathbf{q}]] \tag{17}$$

(интегрирование проводится по бесконечно малой глубине поверхностного слоя) остались нераскрытыми, а в [8] (§ 10.6, 10.9) при решении граничных задач для гиротропной среды такие поверхностные токи вообще были опущены.

В том, что $\mathbf{i}$ и σ отличны от нуля на границе оптически активных сред, легко убедиться на примере изотропной среды. При скалярных ε и α связь (9) может быть записана в виде

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + 2\alpha\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E} + [\mathrm{grad}\,\alpha,\ \mathbf{E}].$$

Если α изменяется скачком на границе двух сред, то последний член в $\mathbf{D}$ окажется пропорциональным δ-функции и даст конечный вклад в $\mathbf{i}$ и σ. Использование связи (9) позволяет раскрыть выражения (17) и в общем случае анизотропных сред и получить граничные условия (15), (16).

В системе уравнений (1)–(4), (9) можно осуществить процедуру переопределения векторов электрической индукции и магнитной напряженности, обратную проведенной в [3]. Введем в рассмотрение величины

$$\mathbf{D}^* = \mathbf{D} - \mathrm{rot}\,\tilde{\alpha}\mathbf{E} = \varepsilon\mathbf{E} - \frac{1}{c}\alpha\dot{\mathbf{B}}, \quad \mathbf{H}^* = \mathbf{B} - \frac{1}{c}\tilde{\alpha}\dot{\mathbf{E}},$$

для которых уравнения Максвелла сохраняют форму (3), (4)

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}^* = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\mathbf{D}^* = 0.$$

При этом для (10), (11) имеем простые выражения

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}\mathbf{H}^*], \; w = \frac{1}{8\pi}(\mathbf{D}^*\varepsilon^{-1}\mathbf{D}^* + \mathbf{B}^2).$$

Кроме того в граничных условиях (15), (16) в записи для $\mathbf{H}^*$ и $\mathbf{D}^*$ $[\mathbf{H}_1^* - \mathbf{H}_2^*, \mathbf{q}] = 0$, $(\mathbf{D}_1^* - \mathbf{D}_2^*)\mathbf{q} = 0$ не появляются фиктивные поверхностные токи и заряды.

Таким образом, в данном подходе, тождественном подходу [5, 6], достигается существенное упрощение ряда соотношений электродинамики оптически активных сред и сведение их к привычной форме.

3. Переходя к рассмотрению плоских монохроматических электромагнитных волн, положим все векторы поля пропорциональными $\exp i(k_0\mathbf{m}\mathbf{r} - \omega t)$, где $k_0 = \omega / c$ — волновое число для вакуума, $\mathbf{m} = n\mathbf{n}$ — вектор рефракции, $\mathbf{n}$ — волновая нормаль, n — показатель преломления. При этом из уравнений Максвелла (1), (3) и материального уравнения (12) для областей, где среда однородна, следует

$$[\varepsilon + ik_0(\gamma\mathbf{m})^{\times} + \mathbf{m}^{\times 2}]\;\mathbf{E} = 0.$$

Здесь косой крест означает антисимметричный тензор второго ранга, дуальный соответствующему вектору. Требование существования ненулевых решений для $\mathbf{E}$ приводит к уравнению нормалей

$$\det(\varepsilon + ik_0(\gamma\mathbf{m})^{\times} + \mathbf{m}^{\times 2}) = 0, \tag{18}$$

определяющему значения показателей преломления n для заданного направления $\mathbf{n}$ распространения плоской монохроматической волны в оптически активном кристалле произвольной симметрии. В случае изотропной среды при скалярных ε и $\gamma = 2\alpha$ уравнение (18) дает два значения показателей преломления соответственно право- и левоциркулярно поляризованных волн

$$n_{\pm} = n_0 \pm k_0\alpha, \tag{19}$$

где $n_0 = \sqrt{\varepsilon}$.

Исходя из (19), в пренебрежении частотной дисперсией ε и α найдем выражение для групповой скорости $\mathbf{v}_{\pm}^{\text{гр}} = d\omega / d\mathbf{k}_{\pm}$ циркулярно поляризованных волн

$$\mathbf{v}_{\pm}^{\text{гр}} = c\mathbf{n} / (n_0 \pm 2k_0\alpha),$$

используя которое нетрудно показать, что величины (10), (11) связаны между собой соотношением

$$\mathbf{S}_{\pm} = w_{\pm}\mathbf{v}_{\pm}^{\text{гр}}.$$

4. Рассмотрим задачу об отражении и преломлении плоской монохроматической волны при нормальном падении на границу изотропной оптически активной среды. Пусть на полубесконечную среду вдоль оси z, совпадающей с направлением $\mathbf{q}$, из изотропной неактивной и немагнитной среды с показателем преломления n падает волна

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}\exp i(k_0nz - \omega t),$$

$$\mathbf{B}(z, t) = n[\mathbf{q}\mathbf{E}]\exp i(k_0nz - \omega t). \tag{20}$$

Обозначим через

$$\mathbf{E}'(z, t) = \mathbf{E}'\exp i(-k_0nz - \omega t),$$

$$\mathbf{B}'(z, t) = -n[\mathbf{q}\mathbf{E}']\exp i(-k_0nz - \omega t) \tag{21}$$

поля отраженной волны, а через

$$\mathbf{E}_{\pm}(z, t) = \mathbf{E}_{\pm} \exp i(k_0 n_{\pm} z - \omega t), \tag{22}$$
$$\mathbf{B}_{\pm}(z, t) = n_{\pm}[\mathbf{q}\mathbf{E}_{\pm}(z, t)] = \mp i n_{\pm} \mathbf{E}_{\pm} \exp i(k_0 n_{\pm} z - \omega t)$$

поля распространяющихся в среде циркулярно поляризованных волн. В последнем соотношении учтено условие круговой поляризации

$$[\mathbf{q}\mathbf{E}_{\pm}] = \mp i \mathbf{E}_{\pm}. \tag{23}$$

В рассматриваемом случае граничные условия (13), (15) при $z = 0$ можно записать в виде

$$\mathbf{E} + \mathbf{E}' - \mathbf{E}_{+} - \mathbf{E}_{-} = 0, \tag{24}$$

$$\mathbf{B} + \mathbf{B}' - \mathbf{B}_{+} - \mathbf{B}_{-} = i k_0 \alpha (\mathbf{E}_{+} + \mathbf{E}_{-}). \tag{25}$$

Умножая (25) векторно на $\mathbf{q}$ и принимая во внимание уравнения Максвелла и материальные уравнения для плоских волн, а также выражение (19), получаем

$$-n\mathbf{E} + n\mathbf{E}' + n_0 \mathbf{E}_{+} + n_0 \mathbf{E}_{-} = 0. \tag{26}$$

Из (24)–(26) и (21), (22) следуют выражения для полей отраженной и преломленных волн

$$\mathbf{E}'(z, t) = \frac{n - n_0}{n + n_0} \mathbf{E} \exp i(-k_0 n z - \omega t), \tag{27}$$

$$\mathbf{B}'(z, t) = -\frac{n(n - n_0)}{n + n_0} [\mathbf{q}\mathbf{E}] \exp i(-k_0 n z - \omega t), \tag{28}$$

$$\mathbf{E}_{\pm}(z, t) = \frac{n}{n + n_0} (\mathbf{E} \pm i[\mathbf{q}\mathbf{E}]) \exp i(k_0 n_{\pm} z - \omega t), \tag{29}$$

$$\mathbf{B}_{\pm}(z, t) = \mp i \frac{n n_{\pm}}{n + n_0} (\mathbf{E} \pm i[\mathbf{q}\mathbf{E}]) \exp i(k_0 n_{\pm} z - \omega t). \tag{30}$$

Имея в виду, что поток электромагнитной энергии в оптически активной среде определяется согласно (10), и используя (27)–(30), получаем выражения для плотности потоков энергии отраженной и преломленных волн

$$\mathbf{S}' = -\left(\frac{n - n_0}{n + n_0}\right)^2 \mathbf{S}, \quad \mathbf{S}_1 = \frac{4 n n_0}{(n + n_0)^2} \mathbf{S}, \tag{31}$$

где $\mathbf{S}$ — плотность потока падающей волны. Скалярные множители при $\mathbf{S}$ в (31) представляют собой коэффициенты отражения и пропускания R и T соответственно. Как нетрудно проверить, $R + T = 1$. Таким образом граничные условия (13), (15) и выражение (10) для вектора Пойнтинга согласуются с требованием выполнения баланса потоков энергии при отражении и преломлении излучения на границе полубесконечной изотропной оптически активной среды.

Следует также обратить внимание, что амплитуды электрической напряженности отраженной и преломленной волн (27), (29), а также коэффициенты отражения и пропускания для случая нормального падения не зависят от величины параметра оптической активности, в то время как при использовании граничного условия (15) с отброшенной правой частью это не имеет места (ср., напр., результаты, полученные в [8]).

5. Обратимся теперь к вопросу о прохождении плоской монохроматической волны через изотропный оптически активный плоскопараллельный слой при нормальном падении. Пусть на слой толщины d падает волна (20). В слое будут распространяться две преломленные волны вида (22) и

две отраженные от второй граничной поверхности

$$\mathbf{E}_{\pm}'(z, t) = \mathbf{E}_{\pm}' \exp i(-k_0 n_{\pm} z - \omega t),$$
$$\mathbf{B}_{\pm}'(z, t) = \pm i n_{\pm} \mathbf{E}_{\pm}' \exp i(-k_0 n_{\pm} z - \omega t) \tag{32}$$

циркулярно поляризованные волны. Отраженную от слоя волну представим в форме (21), а для прошедшей сквозь слой волны запишем

$$\mathbf{E}_1(z, t) = \mathbf{E}_1 \exp i(k_0 n z - \omega t),$$
$$\mathbf{B}_1(z, t) = n[\mathbf{q}\mathbf{E}_1] \exp i(k_0 n z - \omega t). \tag{33}$$

Амплитуды отраженной и прошедшей волн, а также амплитуды волн внутри слоя определятся из граничных условий

$$\mathbf{E} + \mathbf{E}' - \mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_- - \mathbf{E}_+' - \mathbf{E}_-' = 0,$$
$$\mathbf{B} + \mathbf{B}' - \mathbf{B}_+ - \mathbf{B}_- - \mathbf{B}_+' - \mathbf{B}_-' = i k_0 \alpha (\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- + \mathbf{E}_+' + \mathbf{E}_-') \tag{34}$$

для первой границы ($z = 0$) и

$$\mathbf{E}_+ \exp(i\varphi_+) + \mathbf{E}_- \exp(i\varphi_-) + \mathbf{E}_+' \exp(-i\varphi_+) + \mathbf{E}_-' \exp(-i\varphi_-) - \mathbf{E}_1 \exp(i\varphi) = 0, \tag{35}$$
$$\mathbf{B}_+ \exp(i\varphi_+) + \mathbf{B}_- \exp(i\varphi_-) + \mathbf{B}_+' \exp(-i\varphi_+) + \mathbf{B}_-' \exp(-i\varphi_-) - \mathbf{B}_1 \exp(i\varphi) =$$
$$= -i k_0 \alpha (\mathbf{E}_+ \exp(i\varphi_+) + \mathbf{E}_- \exp(i\varphi_-) + \mathbf{E}_+' \exp(-i\varphi_+) + \mathbf{E}_-' \exp(-i\varphi_-))$$

для второй границы ($z = d$). Здесь $\varphi_{\pm} = k_0 n_{\pm} d$, $\varphi = k_0 n d$. Используя уравнения Максвелла, условия круговой поляризации (23) и $[\mathbf{q}\mathbf{E}_{\pm}'] = \pm i \mathbf{E}_{\pm}'$ для волн в слое, а также выражение (19), из (27), (28), (35) получим следующую систему уравнений:

$$2n\mathbf{E} - (n_0 + n)(\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-) + (n_0 - n)(\mathbf{E}_+' + \mathbf{E}_-') = 0,$$
$$2in[\mathbf{q}\mathbf{E}] - (n_0 + n)(\mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_-) - (n_0 - n)(\mathbf{E}_+' - \mathbf{E}_-') = 0,$$
$$(n_0 - n)(\mathbf{E}_+ \exp(i\varphi_+) + \mathbf{E}_- \exp(i\varphi_-)) - (n_0 + n)(\mathbf{E}_+' \exp(-i\varphi_+) +$$
$$+ (\mathbf{E}_-' \exp(-i\varphi_-)) = 0,$$
$$(n_0 - n)(\mathbf{E}_+ \exp(i\varphi_+) - \mathbf{E}_- \exp(i\varphi_-)) + (n_0 + n)(\mathbf{E}_+' \exp(-i\varphi_+) -$$
$$- \mathbf{E}_-' \exp(-i\varphi_-)) = 0,$$

из которой находим выражения для электрических напряженностей волн в слое

$$\mathbf{E}_{\pm}(z, t) = \frac{n}{\xi}(n_0 + n)(\mathbf{E} \pm i[\mathbf{q}\mathbf{E}]) e^{-i\varphi_0} \exp i(k_0 n_{\pm} z - \omega t), \tag{36}$$

$$\mathbf{E}_{\pm}'(z, t) = \frac{n}{\xi}(n_0 - n)(\mathbf{E} \mp i[\mathbf{q}\mathbf{E}]) e^{i\varphi_0} \exp i(-k_0 n_{\pm} z - \omega t), \tag{37}$$

где $\xi = (n_0 + n)^2 \exp(-i\varphi_0) - (n_0 - n)^2 \exp(i\varphi_0)$. С учетом (36), (37) из (34), (35) определим также электрические напряженности отраженной от слоя и прошедшей сквозь слой волн

$$\mathbf{E}'(z, t) = \frac{2i}{\xi}(n_0^2 - n^2) \sin \varphi_0 \mathbf{E} \exp i(-k_0 n z - \omega t), \tag{38}$$

$$\mathbf{E}_1(z, t) = \frac{4}{\xi} n_0 n e^{-i\varphi} (\mathbf{E} \cos \Delta\varphi - [\mathbf{q}\mathbf{E}] \sin \Delta\varphi) \exp i(k_0 n z - \omega t). \tag{39}$$

Здесь $\varphi_0 = k_0 n_0 d$, $\Delta\varphi = k_0^2 \alpha d$.

Введем единичный вектор эллиптической поляризации падающей волны $\mathbf{e} = (\mathbf{e}_1 + i\tau\mathbf{e}_2) / \sqrt{1 + \tau^2}$, причем $\mathbf{E} = E\mathbf{e}$. Здесь τ — эллиптичность (отношение осей эллипса поляризации), $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ — единичные векторы главных осей эллипса, образующие совместно с $\mathbf{q}$ систему ортонормированных векторов ($[\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2] = \mathbf{q}$). При этом легко показать, что единичный вектор поля-

ризации прошедшей волны представится в виде $\mathbf{e}' = (\mathbf{e}_1' + i\tau\mathbf{e}_2') / \sqrt{1+\tau^2}$, где

$$\mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 \cos \Delta\varphi - \mathbf{e}_2 \sin \Delta\varphi, \quad \mathbf{e}_2' = \mathbf{e}_1 \sin \Delta\varphi + \mathbf{e}_2 \cos \Delta\varphi.$$

Последние соотношения означают, что эллиптичность прошедшей волны равна эллиптичности падающей волны, причем оси эллипса поляризации прошедшей волны оказываются повернутыми на угол $\Delta\varphi = k_0^2 \alpha d$.

Средние коэффициенты отражения и пропускания оказываются равными

$$R = \frac{4(n_0^2 - n^2)^2 \sin^2 \varphi_0}{(n+n_0)^4 - 2(n^2 - n_0^2)^2 \cos 2\varphi_0 + (n-n_0)^4}$$
$$T = \frac{16 n_0^2 n^2}{(n+n_0)^4 - 2(n^2 - n_0^2)^2 \cos 2\varphi_0 + (n-n_0)^4}. \tag{40}$$

Нетрудно проверить, что полученные решения удовлетворяют условию баланса потоков энергии $R + T = 1$ при отражении и прохождении излучения через слой.

Проведем некоторый анализ формул (40). Во-первых, следует заметить, что коэффициенты отражения и пропускания не зависят от эллиптичности падающей волны и оказываются одинаковыми как для лево-, так и для правоциркулярно поляризованных падающих волн. Поэтому, например, в случае линейной поляризации падающей волны отраженная и прошедшая волны строго линейно поляризованы. Далее, коэффициент отражения равен нулю в том случае, когда показатель преломления n среды, в которую помещен оптически активный слой, совпадает с показателем преломления n_0 слоя без учета активности. При этом $R = 0$ независимо от поляризации падающей волны. Полное прохождение излучения сквозь пластинку (при произвольной поляризации), как видно из (40), достигается и в том случае, когда $\sin \varphi_0 = 0$, т. е. когда толщина слоя d кратна $\pi c / n_0 \omega$.

Литература

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
2. Б. В. Бокуть, Б. А. Сотский. Оптика и спектроскопия, **14**, 117, 1963.
3. Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков. Ж. эксперим. и теор. физ., **61**, 1808, 1971.
4. R. M. Hornreich, S. Shtrikman. Phys. Rev., **171**, 1065, 1968.
5. Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Ф. И. Федоров. Кристаллография, **15**, 1002, 1970.
6. В. Н. Александров. Кристаллография, **15**, 996, 1970.
7. В. П. Силин, А. А. Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Атомиздат, М., 1961.
8. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. «Наука», М., 1965.

Институт физики АН БССР

Поступила в редакцию
11.IV.1972