

С. Г. ИЛЬИНА

ТОЧНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ n И κ ПО ОТРАЖЕНИЮ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 24 III 1971)

Определение оптических постоянных n и κ поглощающей среды по измерениям характеристик отраженного света затруднено тем, что коэффициенты отражения весьма сложно выражаются через n и κ ; вследствие этого не существует явных формул для обратной зависимости, и определение оптических постоянных ведется по номограммам, таблицам и с помощью приближенных формул.

В настоящей работе получены точные и притом простые выражения для оптических постоянных n и κ через характеристики отражения.

В теории отражения закон преломления

$$\sin \psi = (\sin \varphi) / n, \quad (1)$$

где φ — угол падения, ψ — угол преломления, n — показатель преломления, сохраняется и для случая поглощающей среды, при этом действительный показатель преломления n заменяется на комплексный $m = n - i\kappa$ (n — показатель преломления, κ — показатель поглощения среды). Тогда угол преломления тоже становится комплексным. Запишем его в виде $\psi = x + iy$. Закон преломления принимает вид

$$\sin(x + iy) = (\sin \varphi) / (n - i\kappa). \quad (2)$$

Приравнявая действительные и мнимые члены справа и слева, получим

$$\begin{aligned} \sin x \operatorname{ch} y &= (n \sin \varphi) / (n^2 + \kappa^2), \\ \cos x \operatorname{sh} y &= (\kappa \sin \varphi) / (n^2 + \kappa^2), \end{aligned}$$

из которых сразу находятся выражения для оптических постоянных n и κ через x , y , φ :

$$n = (\sin x \operatorname{ch} y \sin \varphi) / (\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y), \quad (3)$$

$$\kappa = (\operatorname{sh} y \cos x \sin \varphi) / (\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y). \quad (4)$$

Из вида зависимости $n(x, y)$ и $\kappa(x, y)$ легко обнаруживается связь между показателем преломления и показателем поглощения в поглощающей среде

$$n / \kappa = \operatorname{tg} x / \operatorname{th} y. \quad (5)$$

Теперь, располагая формулами (3) и (4), получим выражение x и y через данные отражения. Воспользуемся при вычислениях параметрами Стокса отраженного света ⁽¹⁾, обеспечивающими полное описание светового потока. В конечных формулах от них легко перейти к любым другим характеристикам отраженного света.

Если параметры падающего света (1, 0, 1, 0) (т. е. падающий свет линейно поляризован и плоскость поляризации составляет 45° с направлением отсчета), то параметры Стокса отраженного света S_1, S_2, S_3, S_4 выражаются через амплитуды R_p и R_s отраженного света *

* Звездочка означает комплексное сопряжение.

$$S_1 = 1/2 (R_p R_p^* + R_s R_s^*), \quad S_2 = 1/2 (R_p R_p^* - R_s R_s^*), \quad (6)$$

$$S_3 = 1/2 (R_p^* R_s + R_p R_s^*), \quad S_4 = \frac{i}{2} (R_p^* R_s - R_p R_s^*).$$

Подставляя в (6) формулы Френеля для амплитуд R_p и R_s , выраженные через комплексный угол преломления $\psi = x + iy$, после ряда преобразований получим искомые выражения:

$$\operatorname{tg} 2x = -S_2 \sin 2\varphi / (S_3 - S_1 \cos 2\varphi), \quad (7)$$

$$\operatorname{th} 2y = -S_4 \sin 2\varphi / (S_1 - S_3 \cos 2\varphi). \quad (8)$$

Вычисление значений оптических постоянных n и k производится в два приема. Сначала по формулам (7) и (8) определяются величины x и y на основании измерений параметров Стокса отраженного света, затем по формулам (3) и (4) находят величины n и k . Формулы (7) и (8) требуют для определения двух величин x и y измерения четырех параметров Стокса S_1, S_2, S_3, S_4 , этим они неудобны для непосредственного применения. Для определения величин x и y принципиально достаточно измерения двух параметров Стокса. Например, из первых двух формул (6) получается

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{-S_2/k}{(S_1/k - 1) \operatorname{tg} 2\varphi}, \quad \operatorname{ch} 2y = \frac{\sin 2x \sin 2\varphi}{S_2/k},$$

где

$$k = \frac{S_1 - S_2}{2} \frac{S_1 + S_2 - 1}{S_1 - S_2 - 1}.$$

Эти формулы удобны тем, что позволяют определять оптические постоянные поглощающей среды по спектрам двух коэффициентов отражения при любом угле падения, поэтому они могут использоваться в и.-к. области.

Вернемся к формулам (7), (8). Если подставить в них выражения параметров Стокса через характеристики эллипса поляризации ⁽²⁾, получим

$$\operatorname{tg} 2x = -\cos 2\beta \cos 2\chi \sin 2\varphi / (\cos 2\beta \sin 2\chi - \cos 2\varphi), \quad (9)$$

$$\operatorname{th} 2y = -\sin 2\beta \sin 2\varphi / (1 - \cos 2\beta \sin 2\chi \cos 2\varphi), \quad (10)$$

где χ есть угол наклона большой оси эллипса к горизонтальному направлению, а $\operatorname{tg} \beta = a/b$ представляет отношение полуосей эллипса, т. е. эллиптичность. Заметим, что в формулах (9), (10) содержится две, а не четыре измеряемые величины, χ и β . В частных случаях формулы (9), (10) значительно упрощаются.

Так, при угле падения $\varphi = 45^\circ$, получим

$$\operatorname{tg} 2x = -\operatorname{ctg} 2\chi, \quad (9')$$

$$\operatorname{th} 2y = -\sin 2\beta. \quad (10')$$

Для главного угла падения (т. е. угла, при котором разность фаз между компонентами разной поляризации отраженного света равняется 90°) параметр Стокса $S_3(\varphi_{\text{гл}}) = 0$. Тогда из (7), (8) получаем выражения

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{S_2}{S_1} \operatorname{tg} 2\varphi, \quad (9'')$$

$$\operatorname{th} 2y = -\frac{S_2}{S_1} \sin 2\varphi. \quad (10'')$$

Величина $S_2/S_1 = (r_p - r_s) / (r_p + r_s)$ обычно называется степенью поляризации, r_p и r_s — энергетические коэффициенты отражения.

Таким образом, полученные формулы (3), (4), (7), (8) представляют точные аналитические выражения зависимости показателя преломления и показателя поглощения от характеристик отраженного света. Величины x , y (а следовательно, и n , k) могут быть определены из измерений параметров Стокса отраженного света, из эллипсометрических измерений, а также из измерений коэффициентов отражения.

Автор благодарит В. А. Кизеля за постоянное внимание к работе.

Научно-исследовательский институт
органических полупродуктов и красителей
Москва

Поступило
17 III 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. П. Пришивалко, Отражение света от поглощающих сред, Минск, 1963.
* Ванде Хюлст, Рассеяние света малыми частицами, М., 1961.