

В. Я. БАСЕВИЧ, С. М. КОГАРКО

МЕТОД РАСЧЕТА МГНОВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ СМЕШЕНИИ

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 10 VI 1971)

В задачах о горении, где важную роль играет турбулентное перемешивание, необходимо знать мгновенные характеристики потока, так как в этом случае осредненные характеристики потока (в частности, средняя температура) могут отличаться от мгновенных действительных в десятки и более раз и поэтому не применимы для вычисления скорости химической реакции. То же самое относится и к концентрациям. Смешение является простейшим случаем, на примере которого можно выяснить возможность расчета мгновенных характеристик потока (например, мгновенных концентраций).

1. Двухмерная задача. Рассмотрим стационарный процесс изотермического смешения двух веществ, вытекающих с одинаковой скоростью из коаксиально расположенных трубопроводов (рис. 1). При пренебрежении осевой диффузией в случае ламинарного течения процесс описывается уравнением ⁽¹⁾

$$u \frac{\partial n_i}{\partial x} = D \left(\frac{\partial^2 n_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n_i}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где u — скорость течения, постоянная по сечению и длине, D — коэффициент молекулярной диффузии, n_i — концентрация вещества i ($i = 1, 2$), x, y, z — координаты. При замене

$$\partial x / u = \partial t \quad (2)$$

уравнение (1) можно записать в эквивалентной форме:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 n_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n_i}{\partial z^2} \right). \quad (3)$$

Для описания смешения при турбулентном течении, имея в виду под n_i среднее значение концентраций, обычно заменяют D на коэффициент турбулентной диффузии D_T ⁽²⁾:

$$\frac{\partial \bar{n}_i}{\partial t} = D_T \left(\frac{\partial^2 \bar{n}_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{n}_i}{\partial z^2} \right). \quad (4)$$

Таким путем можно получить распределение средних концентраций вещества $\bar{n}_i(y, z, t)$.

Для вычисления мгновенных концентраций, используя предположение о «двумерной» турбулентности, уравнение (3) следует дополнить конвективными членами, составленными для пульсационных скоростей.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 n_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n_i}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial v n_i}{\partial y} - \frac{\partial w n_i}{\partial z}, \quad (5)$$

где v, w — проекции мгновенной пульсационной скорости на осях y и z . Для того чтобы использовать в расчетах уравнение (5), необходимо иметь значение $v(y, z, t)$ и $w(y, z, t)$. При изотропной турбулентности эти значения v и w могут быть приближенно вычислены, исходя из известных пространственных и временных корреляций. Задача в такой постановке должна решаться численно на ЭВМ.

2. Одномерная задача. Объем вычислений при решении задачи о горении в турбулентном потоке с учетом кинетической схемы реакций даже для простейшего горючего (такого, как водород) в случае двумер-

ного приближения был бы чрезвычайно велик. При одномерной постановке задачи, как это обычно делается в теории горения, объем вычислений резко сокращается.

Однако предположение об «одномерной турбулентности» противоречит уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости

$$\partial v / \partial y = 0 \quad (6)$$

и может быть оправдано лишь значительным упрощением вычислений.

Поэтому целесообразно выяснить качественную картину, которую дает решение задачи в таком приближении. По аналогии с (5) однотипное с ним уравнение, не учитывающее перенос и градиенты концентраций по оси z , имеет вид:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n_i}{\partial y^2} - \frac{\partial v n_i}{\partial y} \quad (7)$$

В соответствии с (4) при такой постановке задачи средние концентрации должны описываться уравнением

$$\partial \bar{n}_i / \partial t = D_T (\partial^2 \bar{n}_i / \partial y^2). \quad (8)$$

Ниже излагается метод и результаты численного решения уравнения (7) применительно к рис. 1

Были приняты следующие начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0 \quad n_i &= 0 \text{ для } y \text{ от } 0 \text{ до } Y_1, \text{ от } Y_2 \text{ до } Y_3; \\ n_i &= n_{i,0} \text{ для } y \text{ от } Y_1 \text{ до } Y_2; \\ \text{при } y = 0, Y_3 \quad \partial n_i / \partial y &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Для задания $v(y, t)$ воспользуемся аппроксимацией коэффициента пространственной $R_y = \exp(-y/L)$ и временной корреляции $R_t = \exp(-t/T)$, где L — масштаб Эйлера, T — временной масштаб Лагранжа. Используя предположение об изотропности, однородности и квазистационарности турбулентного движения при значении среднеквадратичной пульсационной скорости $\bar{v}$ для точки $y = 0$ в момент времени $t = 0$, можно разыграть значение мгновенной пульсационной скорости $v(0, 0)$, отвечающее нормальному распределению Гаусса $p(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \bar{v}} \times \exp(-v^2 / 2\bar{v}^2)$. Тогда для соседней точки, соответствующей одному расчетному шагу по координате Δy , вычисляется коэффициент корреляции $R_{\Delta y} = \exp(-\Delta y / L)$. Далее разыгрывается значение пульсационной скорости $v(0, \Delta y)$ в соответствии с нормальным распределением Гаусса, причем за среднюю величину пульсационной скорости берется значение $R_{\Delta y} v(0, 0)$, а за величину дисперсии в соответствии с законом нормальной корреляции $-\bar{v}^2(1 - R_{\Delta y}^2)$.

В точке $y = 0$ в следующий момент времени Δt разыгрывается значение пульсационной скорости для коэффициента корреляции $R_{\Delta t} = \exp(-\Delta t / T)$: со средней $R_{\Delta t} v(0, 0)$ и дисперсией $\bar{v}^2(1 - R_{\Delta t}^2)$. Пульсационная скорость $v(\Delta t, \Delta y)$ определяется, в соответствии с коэффициентом корреляции $R_{\Delta t} R_{\Delta y}$, дисперсией $\bar{v}^2(1 - R_{\Delta t}^2)$, средней $R_{\Delta t} v(0, \Delta y) + R_{\Delta y} v(0, \Delta t) + R_{\Delta y} R_{\Delta t} v(0, 0)$ и т. д.

Как известно, аппроксимация коэффициентов корреляции экспонентной занижает их значение при малых Δy и Δt . Частично это искажение устранялось тем, что производилось некоторое сглаживание: в расчет вводились

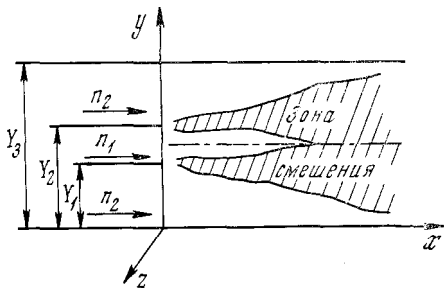


Рис. 1. Схема течения

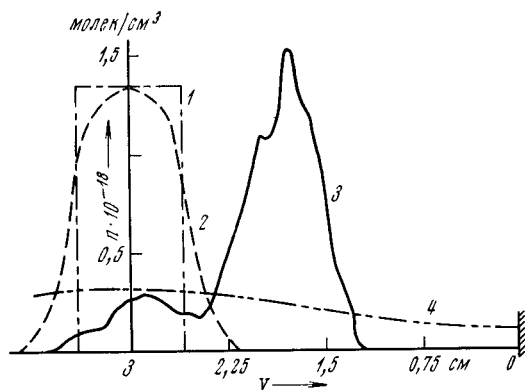


Рис. 2. Профили концентраций для $t = 8$ мсек.: 1 — начальный ($t=0$), 2 — расчет для ламинарного потока, 3 — расчет мгновенных концентраций для турбулентного потока, 4 — расчет средних концентраций для турбулентного потока

не первоначально полученные значения $v(y, t)$, а величина $1/2(y, t) + 1/4v(y + \Delta y, t) + 1/4v(y - \Delta y, t)$. Расчет смещения велся для следующих условий. По центральному каналу подается водород, по боковым — воздух; давление 0,5 ат; температура 293° К; $Y_1 = Y_3 = Y_2 = 2,6$ см, $Y_2 - Y_1 = 0,8$ см; $\bar{v} = 1,3$ м/сек, $L = 1,5$ см, $T = 10^{-2}$ сек., $D_r \approx \bar{v}^2 T = 164$ см²/сек, $D = 1,6$ см²/сек.

Полученное решение уравнения (7) с граничными условиями (9) иллюстрируется (рис. 2) распределением n при $t = 8$ мсек. для ламинарного ($v \equiv 0$, кривая 2) и турбулентного (кривая 3) потоков. В обоих случаях профиль 1 дает начальное распределение n при $t = 0$. Профиль 4 представляет средние концентрации $\bar{n}$, вычисленные по (8). На рис. 3 представлены значения n на оси центрального канала в зависимости от времени.

Как можно видеть, наличие в уравнении (7) конвективного члена, соответствующего переносу мгновенной пульсационной скоростью потока, существенно увеличивает скорость смещения n , по-видимому, качественно правильно описывает характер распределения мгновенных концентраций (вариации по t , асимметрия по y , что соответствует индивидуальной реализации $v(t, y)$). Как оказывается, мгновенные концентрации много больше средних, однако максимальные величины n , большие начальных, следует приписать ошибке, вносимой невыполнением (6).

По аналогии между распространением вещества и тепла при наличии в начальный момент времени температурной неоднородности, последние, так же как и неоднородность по составу, сохранится в течение длительного времени, и мгновенные температуры будут резко отличаться от средних. Это важное для кинетики процессов горения обстоятельство. Можно предполагать, что вычисления по (5) дадут более точную количественную картину.

Авторы благодарны Е. И. Динабургу и С. Л. Каменомостской за программирование и расчеты на ЭВМ.

Институт химической физики
Академии наук СССР
Москва

Поступило
31 V 1971

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. Н. Кондратьев. Кинетика химических газовых реакций, Изд. АН СССР, 1958. ² E. N. Frenkiel, Adv. Appl. Mech., 3, 61, 563 (1953).